

퍼지 활성화 노드를 가진 퍼지 다항식 뉴럴 네트워크

박호성, 김동원, 오성권
원광대학교 전기전자공학부, 전라북도 익산시 신륵동 344-2 ☎570-749

Fuzzy Polynomial Neural Networks with Fuzzy Activation Node

Ho-Sung Park, Dong-Won Kim and Sung-Kwun Oh
School of Electrical & Electronic Engineering, Wonkwang Univ., Iksan, KOREA

Abstract - In this paper, we proposed the Fuzzy Polynomial Neural Networks(FPNN) model with fuzzy activation node. The proposed FPNN structure is generated from the mutual combination of PNN(Polynomial Neural Networks) structure and fuzzy inference system. The premise of fuzzy inference rules defines by triangular and gaussian type membership function. The fuzzy inference method uses simplified and regression polynomial inference method which is based on the consequence of fuzzy rule expressed with a polynomial such as linear, quadratic and modified quadratic equation are used. The structure of FPNN is not fixed like in conventional Neural Networks and can be generated. The design procedure to obtain an optimal model structure utilizing FPNN algorithm is shown in each stage. Gas furnace time series data used to evaluate the performance of our proposed model.

다. 여기서 회귀다항식 추론은 1차, 2차, 변형된 2차 방정식과 같은 다항식을 가진 퍼지 규칙의 후반부 구조에 기초한다. 본 논문의 평가를 위해서 Box와 Jenkins가 사용한 가스로 입출력 데이터[2]를 이용하여 제안된 모델의 타당성과 정확성을 시뮬레이션을 통해 확인한다.

2. 본 론

2.1 퍼지 다항식 뉴럴 네트워크의 알고리즘

본 논문에서 제안한 FPNN은 GMDH 알고리즘을 기본으로 하고 있다. GMDH 알고리즘 식 (1)과 같이 모델링 하고자 하는 대상 시스템의 입력변수 x_i 와 x_j , 출력 y 의 쌍에 대해서 2차 방정식을 계산함으로써 알고리즘을 시작한다.

$$y = A + Bx_i + Cx_j + Dx_i^2 + Ex_j^2 + Fx_i x_j \quad (1)$$

식 (1)의 방정식을 사용하여 기존의 m 개의 입력 x_1, x_2, \dots, x_m 에서 출력 y 를 예측하는 2개의 입력을 선택하여 $m(m-1)/2$ 개의 노드의 수를 얻는다. 방정식 y 의 추정모델 \hat{y} 를 추정하여 최종 추정치는 다음과 같다.

$$\hat{y} = \tilde{X}(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_0 + \sum_{k_1} C_{k_1} x_{k_1} + \sum_{k_1, k_2} C_{k_1 k_2} x_{k_1} x_{k_2} + \sum_{k_1, k_2, k_3} C_{k_1 k_2 k_3} x_{k_1} x_{k_2} x_{k_3} + \dots \quad (2)$$

이 식을 Ivakhnenko 다항식이라 한다.

이와같은 GMDH 알고리즘을 기본으로 하는 FPNN 알고리즘은 다음과 같다.

[단계 1] 출력변수 y 에 관계하는 n 개의 입력변수 (x_1, x_2, \dots, x_n) 를 설정한다.

[단계 2] 데이터의 특성에 맞는 최적의 모델을 구축하기 위해 모델을 선택한다.

[단계 3] 입력변수 x_1, x_2, \dots, x_n 을 가지고 선택한 모델에 따라 1층과 2층 이상부터 최종 출력층까지 각 노드의 입력변수 수와 퍼지 추론의 후반부 다항식을 결정한다. 각 층에 사용될 후반부 다항식은 다음 표 1과 같다.

표 1. 후반부 다항식

입력수	후반부 다항식 형태		추론 방법
2입력	Type 1	a_0	간략 추론
	Type 2	$a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2$	
	Type 3	$a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_1^2 + a_4 x_2^2 + a_5 x_1 x_2$	회귀다항식 추론
	Type 4	$a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_1 x_2$	
3입력	Type 1	a_0	간략 추론
	Type 2	$a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3$	
	Type 3	$a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + a_4 x_1^2 + a_5 x_2^2 + a_6 x_3^2 + a_7 x_1 x_2 + a_8 x_1 x_3 + a_9 x_2 x_3$	회귀다항식 추론
	Type 4	$a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + a_4 x_1 x_2 + a_5 x_1 x_3 + a_6 x_2 x_3$	

1. 서 론

시스템을 설계하는데 가장 중요한 것 중에 하나가 원하는 시스템을 설계하는 것이다. 여러 가지 형태의 시스템을 설계하는데 있어서 그 시스템의 변수들을 경험과 시행착오로 추측할 수 있는 전문가의 선입관이 첨가되기 때문에 객관적인 모델을 구축할 수가 없었다. 이에 객관적인 모델을 구축하기 위해 수학적 모델링 방법들이 사용되었다. 그러나 비선형 실 시스템의 동적 분석을 표현하는데 있어서의 수학적 모델들은 모델을 구축하는 변수들과 모델 구조의 선택에 많은 문제를 가지고 있다. 이러한 문제를 풀기 위해, A. G. Ivakhnenko[1]는 GMDH(Group Method of Data Handling) 알고리즘을 소개하였으며, 본 논문에서 제안한 퍼지 활성화 노드를 가진 FPNN 알고리즘은 이런 GMDH 알고리즘을 모델링 방법의 기본 원칙으로 사용하여 모델을 구축하였다.

본 논문에서 제안된 FPNN 구조는 확장된 GMDH 알고리즘 즉 PNN 구조에 모델의 각 노드가 퍼지 활성화 노드로 구성되어 있는 퍼지 추론 시스템을 융합한 퍼지 다항식 뉴럴 네트워크로써, 객관적이고 체계적인 모델로 구축하기 위해서 여러 가지 구조를 제안하였으며, 이와같은 구조의 설계를 통하여 주어진 시스템 특성에 맞는 구조로 적응능력을 향상시킨다. 또한 데이터에 있어서 학습 데이터를 이용한 모델의 동정과 테스트 데이터를 이용한 모델의 평가로 나누어 사용하였으며 따라서 모델의 근사화 능력과 예측성능 모두를 고려하여 실 공정적 용성에 그 방향을 맞추었다. 각 입력 변수의 전반부 퍼지 규칙은 데이터의 최대-최소값을 이용하여 삼각형 또는 가우시안 형태로 멤버쉽 함수를 정의하였고, 퍼지 추론 방법으로는 간략 및 회귀다항식 추론 방법을 이용한

[단계 4] 입력변수 x_1, x_2, \dots, x_n 중 각 노드의 선택된 입력에 대해 퍼지 추론을 적용한다.

선택된 입력의 개수에 따라 총 노드의 개수는 $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ 과 같이 정의된다(n : 전체 입력의 수, r : 선택된 입력의 수). 전반부 멤버십 함수는 삼각형과 가우시안 형태로 나누어서 정의하고, 퍼지 추론 방법은 간략 추론과 회귀다항식 추론을 사용한다. 2가지 추론에 의한 퍼지 추론 규칙과 파라미터 동정을 위한 매개변수 추정 은 다음과 같다.

i) 간략 추론

후반부가 단일의 상수함만을 가지는 추론법을 간략 추론법이라 한다. 이 모델은 식 (3)과 같은 형태를 가지는 구형 규칙들로 구성된다.

R^n IF x_1 is A_{n1} and \dots and x_k is A_{nk} Then a_{n0} (3)
추론된 값 y^* 는 다음과 같다.

$$y^* = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} y_j}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} a_{n0}}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} \quad (4)$$

후반부 파라미터의 동정은 a_0 로써 입력력 데이터가 주어졌을 때 식 (5)와 같이 최소자승법(Least square method)에 의해 구해진다.

$$\hat{a} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (5)$$

ii) 회귀다항식 추론

후반부가 1, 2, 변형된 2차 다항식 형태로 표현된 것으로 회귀다항식 추론이라 한다. 이 경우의 퍼지 모델은 다음과 같은 형태를 가지는 구형 규칙들로 구성된다.

R^n IF x_1 is A_{n1} and \dots and x_k is A_{nk}
Then $y = f_n(x_1, \dots, x_k)$ (6)

예로 후반부 다항식이 1차식인 경우의 추론된 값 y^* 는 다음과 같다.

$$y^* = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} y_j}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} (a_{n0} + a_{n1} x_1 + \dots + a_{nk} x_k)}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} \quad (7)$$

후반부 파라미터는 최소자승법에 의한 최소값으로 간략 추론과 같이 식 (5)으로 구해진다.

[단계 5] 선형 회귀분석에는 학습 데이터를 사용하고, 성능지수 PI는 식 (8)을 사용한다.

$$E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - y_i^*)^2 \quad (8)$$

위 식을 최소화하는 계수들을 구한다(N 은 데이터 수).

각 공정에 맞게 계수들을 추정한 후반부 다항식에 테스트 데이터를 대입하고, 테스트 데이터에 대한 식 (8)의 2승 오차치 E 를 계산한다.

[단계 6] 얻어진 $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ 개의 오차값들에 대해서 값이 작은순으로 배열한다.

[단계 7] [단계 5]에서 얻어진 E_1 이 다음의 부등식을 만족하는 경우에 알고리즘을 종료한다.

$$E_1 \geq E_2 \quad (9)$$

단, E_2 는 전 층의 2승 오차치 E_1 이다.

[단계 8] 전 층에서의 출력값을 다음 층으로의 새로운 입력력을 구성하고, [단계 4]로 간다.

알고리즘이 종료할 경우, 2승 오차치 E_2 을 얻은 후반부 다항식에 전 층의 후반부 다항식을 대입하고 동일한 조작을 1층까지 반복하여 최종 추정 모델 \hat{f} 를 얻는다.

2.2 퍼지 다항식 뉴럴 네트워크의 구조

본 논문에서 제안한 FPNN 모델의 구조는 PNN 구조에 모델의 각 노드가 퍼지 활성화노드로 구성되어 있는 퍼지 추론 시스템을 융합함으로써 생성되는 구조이며, 전체적인 구조를 그림 1과 같이 나타낼 수 있다.

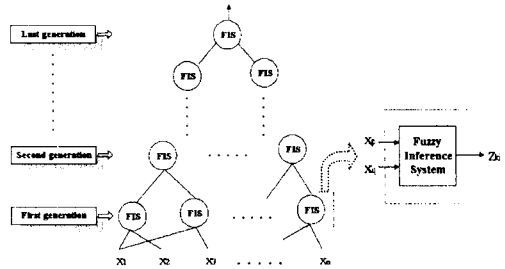


그림 1. FPNN 모델의 구조

본 논문에서 제안한 FPNN 구조는 퍼지 입력에 따라서 구조 1. 각 층에서 동일 입력변수의 수를 가지는 경우와 구조 2. 각 층에서 서로 다른 입력변수의 수를 가지는 경우로 분류하였다.

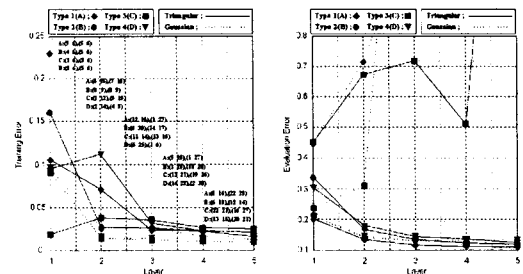
3. 시뮬레이션

본 논문에서 제안한 FPNN 알고리즘의 타당성 및 유용성을 평가하기 위해 Box와 Jenkins의 가스로 시계열 입출력 데이터를 사용하여 가스로의 연소된 이산화탄소의 농도를 모델링 한다[2]. 모델링 하기 위한 입력 변수는 $u(t-3), u(t-2), u(t-1), y(t-3), y(t-2), y(t-1)$ 이고, 출력변수는 $y(t)$ 이다. 여기서 $u(t)$ 는 가스 흐름을 이고 $y(t)$ 는 연소된 이산화탄소의 농도이다.

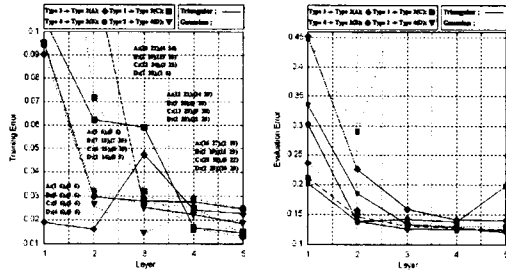
FPNN 알고리즘의 모델 선택에 따른 결과값들을 다음과 같이 그림으로 나타냈으며, 학습과 테스트 데이터에 대한 성능지수의 특성을 나타냈다. 각각의 그림에서 나타난 노드 번호와 PI, E-PI값들은 각 층에서 FPNN 구조에 의해 구해지는 가장 우수한 성능지수의 표시를 나타낸다. 그림에 표시한 노드 번호는 멤버십 함수가 삼각형일 때와 가우시안 일 때를 각각 표기한 것이다.

그림 2는 구조 1에 해당하는 각 층에서 동일 입력변수의 수를 가지는 경우를 나타낸 것이다. 입력은 2입력을 사용하였으며 멤버십 함수의 수는 (2×2)을 적용하였다.

그림 2에서 동일차수인 경우엔 후반부 구조가 Type 1 즉, 간략인 구조에서, 서로 다른 차수 및 변형된 차수인 경우엔 1층에서의 후반부 다항식은 Type2 즉 선형 구조이고 2층 이상부터의 후반부 다항식은 Type4 즉 변형된 2차항 구조일 때 가장 성능지수가 향상되는 것을 알 수 있다.



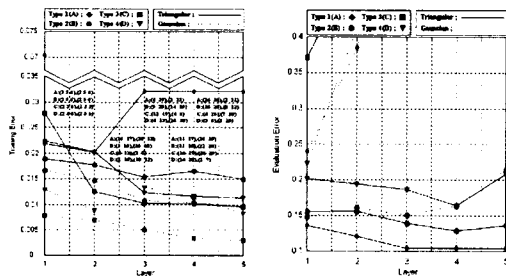
학습 데이터 테스트 데이터
(a) 동일 차수를 가지는 경우



학습 데이터 테스트 데이터

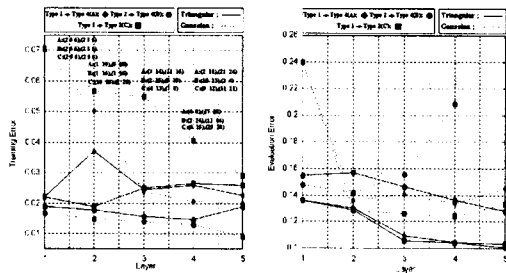
(b) 서로 다른 차수 및 변형된 형태의 차수를 가지는 경우
 그림 2. 동일 입력변수의 수를 가지는 경우

그림 3은 구조 2에 해당하는 각 층에서 서로 다른 입력변수의 수를 가지는 경우로써 입력 변수를 1층에서는 3입력(2×2×2)을, 2층 이상부터는 2입력(2×2)을 상호 결합하여 모델을 구축한 것이다.



학습 데이터 테스트 데이터

(a) 동일 차수를 가지는 경우



학습 데이터 테스트 데이터

(b) 서로 다른 차수 및 변형된 형태의 차수를 가지는 경우
 그림 3. 서로 다른 입력변수의 수를 가지는 경우

그림 3에서 동일 차수의 경우 선형의 구조에서, 서로 다른 차수 및 변형된 형태의 경우에 후반부 구조가 대체적으로 복잡한 형태에서 좋은 결과를 얻을 수 있다.

표 2. 기존의 퍼지모델과 동정오차비교

모델		Performance Index			
		PI	PI	E PI	
Tong's model[3]		0.469			
Pedrycz's model[4]		0.320			
Sugeno's model[5]		0.068			
퍼지 GMDH[6]		0.062			
Park's model[7]		0.055			
Kim's model[8]			0.034	0.244	
Our model	구조 1	case 1	0.045	0.016	0.116
		case 2	0.050	0.018	0.119
	구조 2	case 1	0.036	0.010	0.151
		case 2	0.040	0.014	0.142

기존의 모델과 본 논문에서 제시한 퍼지 활성 노드를 가진 FPNN 모델과의 성능비교를 표 2에 보였다. 이 표에서 보여주듯이 제안된 모델은 기존의 모델들에 비해 우수한 성능을 가진다.

3. 결 론

본 논문에서는 데이터가 적고 비선형 요소가 많은 시스템의 체계적이고 효율적인 수학적 모델을 얻기 위해 PNN 구조에 모델의 각 노드가 퍼지 활성노드로 구성되어 있는 퍼지 추론 시스템을 융합한 퍼지 활성 노드를 가진 퍼지 다항식 뉴럴 네트워크 모델을 제안하였다. 제안된 FPNN 구조의 특징은 복잡한 비선형계의 근사 동정과 예측이 가능하고, 입력변수의 선택방법, 멤버십 함수의 선택방법, 후반부 구조의 차수와 입력변수 수에 의한 후반부 구조의 표현방법, 각 네트워크 구조의 선택방법 등에 따른 최적구조 설계를 통하여 주어진 시스템 특성에 맞는 구조로 적응능력을 향상시킨 모델 구조를 생성할 수 있다.

제안된 퍼지 활성 노드를 가진 FPNN 구조의 근사화와 일반화 사이의 상호 연계를 통한 체계적이고 상세한 설계절차에 의하여 최적화 향상을 꾀하였음은 물론, 우수한 예측성능 향상에 따른 실 공정 적용 가능성 및 용이함을 보였다.

감사의 글

이 논문은 1998년도 한국학술진흥재단의 연구비에 의하여 지원되었음(KRF-98-001-01048).

[참 고 문 헌]

- [1] A. G. Ivahnenko, "The group method of data handling: a rival of method of stochastic approximation", *Soviet Automatic Control*, 1-3, pp.43-55, 1968.
- [2] J. S. Roger Jang and C.T. Sun, "Functional equivalence between radial basis function networks and fuzzy inference systems", *IEEE Transactions on Neural Networks*, 4(1):156-159, Jan. 1993.
- [3] R. M. Tong, "The evaluation of fuzzy models derived from experimental data", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 13, pp.1-12, 1980.
- [4] W. Pedrycz, "An identification algorithm in fuzzy relational system", *Fuzzy Sets Syst.*, Vol. 13, pp.153-167, 1984.
- [5] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy indetification of systems and its applications to modeling and control", *IEEE Trans Syst. Cybern.*, Vol. SMC-15, No. 1, pp.116-132, 1985.
- [6] 오성권, 노석범, 황형수, "퍼지 GMDH 모델과 하수처리 공정예의 응용", 한국 퍼지 및 지능 시스템 학회 추계학술대회 논문집 제 5권 제 2호, pp.153-158, 1995년 11월.
- [7] Mignon Park, Euntai Kim, Minkee Park, Seunghwan Ji, "A New Approach to Fuzzy Modeling", *IEEE Transaction on Fuzzy Systems*, Vol. 5, No. 3, Aug. 1997.
- [8] S. K. Oh, and W. Pedrycz, "Identification of Fuzzy Systems by means of an Auto-Tuning Algorithm and Its Application to Nonlinear Systems", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 115, issue 2, pp. 205-230, Jul 2000.