

## 퍼지 하이브리드 다층 퍼셉트론구조의 최적설계

김동원, 박병준, 오성권  
원광대학교 전기전자공학부 제어계측공학과

### Optimal Design of Fuzzy Hybrid Multilayer Perceptron Structure

Dong-Won Kim, Byoung-Jun Park and Sung-Kwun Oh  
School of Electrical and Electronic Engineering, Wonkwang Univ.

**Abstract-**A Fuzzy Hybrid-Multilayer Perceptron (FH-MLP) Structure is proposed in this paper. proposed FH-MLP is not a fixed architecture, that is to say, the number of layers and the number of nodes in each layer of FH-MLP can be generated to adapt to the changing environment. FH-MLP consists of two parts, one is fuzzy nodes which each node is operated as a small fuzzy system with fuzzy implication rules, and its fuzzy system operates with Gaussian or Triangular membership functions in premise part and constants or regression polynomial equation in consequence part. the other is polynomial nodes which several types of high-order polynomial such as linear, quadratic, and cubic form are used and is connected as various kinds of multi-variable inputs. To demonstrate the effectiveness of the proposed method, time series data for gas furnace process has been applied.

#### 1. 서 론

알려지지 않은 시스템의 입출력데이터로 시스템을 파악하는 것은 피할 수 없는 어려운 문제이며, 동적시스템에 대한 효율적인 제어메커니즘의 설계에는 일반적으로 프로세스에 대한 경험이 필요하게 된다. 프로세스에 대한 충분한 지식과 정보의 결핍으로 수학적 방법의 적용에는 상당한 어려움이 있다. 그럼으로 최근에는 퍼지 이론이 비선형의 복잡한 시스템 모델링에 효율적이고 새로운 개념으로 활발히 자리잡고 있으며(2,4-7), 인간의 신경세포를 모사한 신경망 이론, 퍼지 이론과 신경망이론을 결합한 모델링 기법등이 폭넓게 연구되고 있다. 본 논문에서는 퍼지 하이브리드 다층 퍼셉트론구조를 제안한다. 제안된 모델은 신경망처럼 노드와 층으로 구성되지만 이의 구조는 고정되지 않고 시스템의 환경에 맞게 적용하며 새롭게 층과 노드를 생성한다. 또한 복잡한 비선형 시스템의 변수를 받아들이는 1 층은 퍼지노드를 구성함으로써 주어진 비선형 시스템을 묘사하는데 효율을 높였다. 가스로 공정을 이용하여 제안한 모델의 성능을 알아보고 기존 모델링 방법과의 비교를 통하여 성능의 우수성을 검증한다.

#### 2. 퍼지 하이브리드 다층퍼셉트론(FH-MLP)

##### 2.1 알고리즘과 구조

퍼지 하이브리드 다층퍼셉트론(FH-MLP)은 고체다항식과 다변수 입력에 의한 모델의 차수와 입력변수수, 그리고 최종종료판정 기준에 의하여 모델을 선정하게 되며, 시스템의 환경에 최적인 모델을 얻기 위해 계층적으

로 모델을 추정해 나간다. 입출력 데이터  $(x_i, y_i) = (x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ni}, y_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ 까지 주어져 있다면, FH-MLP 알고리즘은 이 데이터의 입출력 관계가 다음의 종속관계  $f$ 를 만족한다고 생각한다.

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

관례식  $f$ 의 추정 모델  $\hat{f}$ 를 다항식으로 판정하고, 출력  $y$ 의 추정치  $\hat{y}$ 는 다음의 관례식

$$\hat{y} = c_0 + \sum_{k1} c_{k1} x_{k1} + \sum_{k1, k2} c_{k1, k2} x_{k1} x_{k2} + \dots \quad (2)$$

으로 표시된다. 여기서  $c_k$ 는 계수이다.

연속세대별 계층구조에 의한 FH-MLP 알고리즘의 전체 구조를 그림 1에서 보인다. 퍼지 노드인 1 층에서는 각 노드의 선택된 입력변수에 대하여 퍼지 추론값을 구하여 다음 층의 새로운 입력데이터를 구성하고, 다항식 노드인 2 층 이상에서는 노드의 입력변수와 차수로 구성된 부분표현식(PD)으로 입출력 데이터를 구성하여 노드를 정의한다.

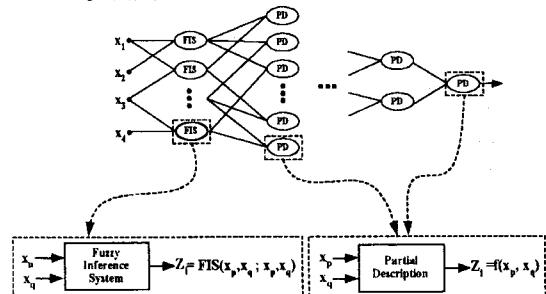


그림 1. 퍼지하이브리드 다층퍼셉트론의 구조.

Fig. 1. Configuration of Fuzzy Hybrid Multilayer Perceptron.

FH-MLP에서 최적모델을 추정하는 과정을 각 단계별로 나누어서 살펴보면 다음과 같다.

##### [단계 1] 입력변수 설정

출력변수  $y$ 에 관련된  $n$ 개의 입력변수를 설정한다. 필요하면 데이터를 정규화 한다. 이 입력변수를  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 이라고 하자.

##### [단계 2] 데이터 분할

$N$ 개의 입출력 데이터  $(x_i, y_i) = (x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ni}, y_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, N$ 을 학습용 데이터와 평가용 데이터로 분할한다. 학습용 데이터는 모델을 동정하기 위해 사용하는 데이터이고, 평가용 데이터는 모델을 평가하기 위해 사용된다. 학습용 데이터와 평가용 데이터의 개수를 각각  $N_h$ 개와  $N_e$ 개로 함으로,  $N = N_h + N_e$ 이다.

##### [단계 3] 각 층에 따른 노드의 구조선택

◆ 퍼지노드의 경우(1 층)

입력변수 수 및 규칙의 후반부다항식 차수 결정.

## 멤버쉽함수 선택 - 삼각형과 가우시안 형태

◆ 다항식 노드의 경우(2 층이상)  
입력변수 수 및 부분표현식의 차수 결정.

### [단계 4] 회귀다항식 선택

퍼지노드에서 규칙의 후반부 다항식과 다항식노드의 부분표현식은 입력변수 수와 차수에 따라 여러 가지 형태로 표현할 수 있으며, 형태는 표 1과 같다.

표 1. 회귀다항식 형태

Table 1. Form of regression polynomials

| 변수수 | 차수     | 다항식 구조   |
|-----|--------|--|
| 2입력 | Type 1 | Constant   |
|     | Type 2 | $c_0 + c_1x_1 + c_2x_2$  |
|     | Type 3 | $c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_1^2 + c_4x_2^2 + c_5x_1x_2$  |
|     | Type 4 | $c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_1x_2$  |
| 3입력 | Type 1 | Constant   |
|     | Type 2 | $c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3$   |
|     | Type 3 | $c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + c_4x_1^2 + c_5x_2^2 + c_6x_3^2 + c_7x_1x_2 + c_8x_1x_3 + c_9x_2x_3$  |
|     | Type 4 | $c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + c_4x_1x_2 + c_5x_1x_3 + c_6x_2x_3$   |
| 4입력 | Type 1 | Constant   |
|     | Type 2 | $c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + c_4x_4$  |
|     | Type 3 | $c_0 + c_1x_1^2 + c_2x_2^2 + c_3x_3^2 + c_4x_4^2 + c_5x_1^2 + c_6x_2^2 + c_7x_3^2 + c_8x_4^2 + c_9x_1x_2 + c_{10}x_1x_3 + c_{11}x_1x_4 + c_{12}x_2x_3 + c_{13}x_2x_4 + c_{14}x_3x_4$ |
|     | Type 4 | $c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + c_4x_4 + c_5x_1x_2 + c_6x_1x_3 + c_7x_1x_4 + c_8x_2x_3 + c_9x_2x_4 + c_{10}x_3x_4$   |

표에서 나타난 Type 1, 2, 3, 4는 각각 상수, 1차식, 2차식, 변형된 2차식을 각각 나타내며, 다항식 노드의 PD는 Type 2, 3, 4만을 사용한다.

[단계 5] 퍼지추론 및 부분표현식의 매개변수 추정  
1층의 각 노드에 선택된 입력변수에 대하여 퍼지추론을 수행한다. 퍼지추론은 간략추론과 회귀다항식 추론으로 나뉘며 추론값은 각각 다음과 같으며, 후반부 파라미터 동정과 PD의 계수는 최소자승법으로 구한다.

### 1) 간략추론법

$$R^1: \text{If } x_1 \text{ is } A_{11} \text{ and } \dots \text{ and } x_k \text{ is } A_{1k} \text{ Then } a_{10} \quad (3)$$

$$R^n: \text{If } x_1 \text{ is } A_{n1} \text{ and } \dots \text{ and } x_k \text{ is } A_{nk} \text{ Then } a_{n0}$$

$$y^* = \frac{\sum_{j=0}^n w_{ij} a_{j0}}{\sum_{j=0}^n w_{ij}} \quad (4)$$

$$w_{ij} = A_{ji}(x_{1i}) \wedge \dots \wedge A_{jk}(x_{ki})$$

### 2) 회귀다항식 추론법

$$R^1: \text{If } x_1 \text{ is } A_{11} \text{ and } \dots \text{ and } x_k \text{ is } A_{1k} \text{ Then } y = f_1(x_1, \dots, x_k) \quad (5)$$

$$R^n: \text{If } x_1 \text{ is } A_{n1} \text{ and } \dots \text{ and } x_k \text{ is } A_{nk} \text{ Then } y = f_n(x_1, \dots, x_k)$$

$$y^* = \frac{\sum_{j=0}^n w_{ij} (c_{j0} + c_{j1}x_1 + \dots + c_{jk}x_k)}{\sum_{j=0}^n w_{ij}} \quad (6)$$

### [단계 6] 평가후 노드의 선택

평가용 데이터에 대한 오차 E를 구한 후, 다음 층의 입력변수로 사용될 E가 작은 노드를 선택한다.

### [단계 7] 종료판정

연산시간과 계산량을 고려하여 5세대까지 알고리즘을 실행한 후 종료한다.

### [단계 8] 새로운 입력변수 선택

종료판정을 만족하지 않을 경우,  $x_{1i} = z_{1i}$ ,  $x_{2i} = z_{2i}$ , ...,  $x_{ni} = z_{ni}$ 가 되어 새로운 입력변수를 구성하여 위 단계와 동일한 조작을 반복한다.

## 2.2 시뮬레이션 및 결과고찰

본 논문에서 제안한 퍼지하이브리드 다층 페셀트론의 유용성과 모델의 성능평가를 위해 Box와 Jenkin이 사용한 가스로 시계열 데이터[3]를 이용하여 입력 출력 데이터인 가스흐름률과 연소된 이산화탄소의 농도를 모델링하였다. 총 296개의 데이터중 처음 148개는 학습용 데이터로 나머지 148개는 평가용 데이터로 이용하였다. 입력변수로는  $u(t-3)$ ,  $u(t-2)$ ,  $u(t-1)$ ,  $y(t-3)$ ,  $y(t-2)$ ,  $y(t-1)$ 이며, 출력변수는  $y(t)$ 이다. 실제 시스템의 출력 데이터와 모델링 데이터 사이의 오차를 알아보며, 제안된 모델의 정밀도를 평가할 수 있는 평가지수로는 Mean Squared Error를 사용하여 다음과 같이 표현한다.

$$PI(EPI) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (7)$$

그림 2는 3입력에 대한 1층의 퍼지노드가 삼각형 멤버쉽함수 형태를 가지고 규칙의 후반부 다항식이 Type 2로 이루어졌을 때 다항식의 노드가 Type 2, 3, 4일 때의 동정오차를 보인다. 실선은 PI를 나타내며, 점선은 EPI를 의미한다.

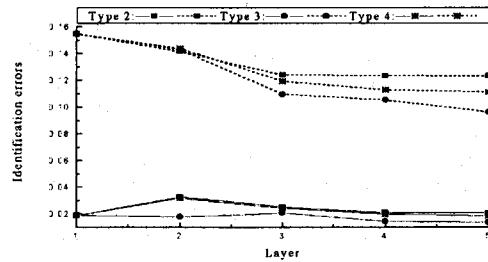


그림 2. 학습 및 평가동정오차(퍼지노드:Type 2)

Fig. 2. Identification errors(fuzzy node:Type 2)

그림 3은 3입력에 대한 1층의 퍼지노드가 삼각형 멤버쉽함수 형태를 가지고 규칙의 후반부 다항식이 Type 4로 이루어졌을 때 다항식의 노드가 Type 2, 3, 4일 경우의 동정오차를 보인다.

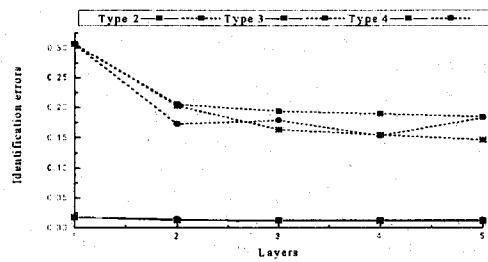


그림 3. 학습 및 평가동정오차(퍼지노드:Type 4)

Fig. 3. Identification errors(fuzzy node:Type 4)

그림 4는 4입력에 대한 1층의 퍼지노드가 삼각형 멤버쉽함수 형태를 가지고 규칙의 후반부 다항식이 Type 1로 이루어졌을 때 다항식의 노드가 Type 2, 3, 4일 경우의 동정오차를 보인다.

그림 5는 3입력에 대한 1층의 퍼지노드가 가우시안 멤버쉽함수 형태를 가지고 규칙의 후반부 다항식이 Type 2로 이루어졌을 때 다항식의 노드가 Type 2, 3, 4일 때의 동정오차를 보인다.

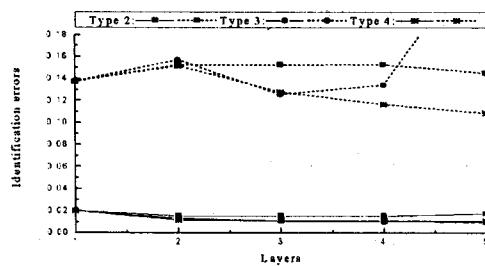


그림 4. 학습 및 평가동정오차(퍼지노드:Type 1)  
Fig. 4. Identification errors(fuzzy node:Type 1)

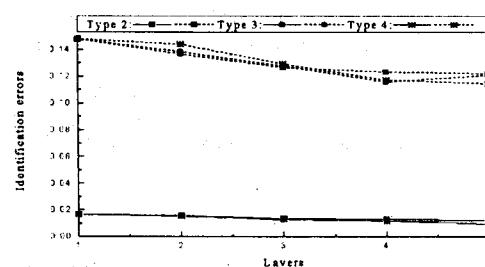


그림 5. 학습 및 평가동정오차(퍼지노드:Type 2)  
Fig. 5. Identification errors(fuzzy node:Type 2)

그림 6은 3입력에 대한 1층의 퍼지노드가 가우시안 멤버쉽함수 형태를 가지고 규칙의 후반부 다항식이 Type 4로 이루어졌을 때 다항식의 노드가 Type 2, 3, 4일 때의 동정오차를 보인다.

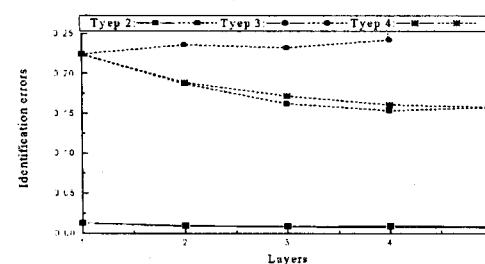


그림 6. 학습 및 평가동정오차(퍼지노드:Type 4)  
Fig. 6. Identification errors(fuzzy node:Type 4)

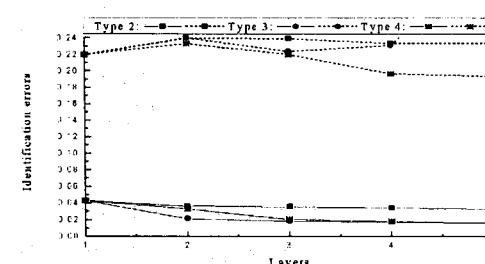


그림 7. 학습 및 평가동정오차(퍼지노드:Type 1)  
Fig. 7. Identification errors(fuzzy node:Type 1)

그림 7은 4입력에 대한 1층의 퍼지노드가 가우시안 멤

버쉽함수 형태를 가지고 규칙의 후반부 다항식이 Type 1으로 이루어졌을 때 다항식의 노드가 Type 2, 3, 4일 때의 동정오차를 보인다.

표 2는 제안된 모델의 결과값과 기존 모델방법의 동정오차를 비교하였다. 학습 성능오차뿐 아니라 평가 성능오차 또한 대단히 우수함을 알 수 있다.

표 2. 기존 모델방법과의 동정 오차비교

Table 2. Comparison of identification error with previous modeling methods

| Model             | Performance Index        |                |                |
|-------------------|--------------------------|----------------|----------------|
|                   | PI                       | PI             | EPI            |
| Tong's model[4]   | 0.469                    |                |                |
| Sugeno's model[5] | 0.355                    |                |                |
| Xu's model[6]     | 0.328                    |                |                |
| Oh's model II [2] | 0.123                    | 0.020          | 0.271          |
| Park's model[7]   | 0.055                    |                |                |
| Our model         | 기존형 MF(I)<br>가우시안 MF(II) | 0.008<br>0.005 | 0.154<br>0.193 |

(I),(II): 4입력 Fuzzy node(Type 2)+Polynomial node(Type 2)

### 3. 결 론

본 논문에서는 복잡한 비선형 시스템의 최적 모델동정을 위해 퍼지 하이브리드 다층 퍼셉트론의 구조와 설계 절차와 관련된 새로운 방법론은 제안하였다. 제안된 모델의 특징은 비선형 시스템의 입력변수를 받아들이는 1층을 퍼지 시스템으로 주어진 시스템을 묘사하였으며, 이것으로 새롭게 층과 노드를 형성함으로써 시스템의 환경에 맞는 최적인 모델을 형성할 수 있었다.

### 감사의 글

이 논문은 1998년도 한국학술진흥재단의 연구비에  
의하여 지원되었음(KRF-98-001-01048).

### 참 고 문 헌

- [1] 오성권, 김동원, 박병준, "다항식 뉴럴네트워크 구조의 최적 설계에 관한 연구", *Tran. KIEE*, 49D, No.3, MAR., pp. 145-156, 2000.
- [2] S. K. Oh, and W. Pedrycz, "Identification of Fuzzy Systems by means of an Auto-Tuning Algorithm and Its Application to Nonlinear Systems", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 115, issue 2, pp. 205-230, Jul. 2000.
- [3] G.E.P. Box and F.M. Jenkins, *Time Series Analysis : Forecasting and Control*, 2nd ed. Holden-day, 1976
- [4] R.M. Tong, "The evaluation of fuzzy models derived from experimental data", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.13, pp.1-12, 1980.
- [5] M. Sugeno and T. Yasukawa, "Linguistic Modeling Based on Numerical Data", *IFSA'91 Brussels, Computer, Management & Systems Science*, pp.264-267, 1991
- [6] C.W. Xu, and Y. Zailu, "Fuzzy model identification self-learning for dynamic system", *IEEE Trans on Systems, Man, Cybernetics*, Vol. SMC-17, No.4, pp.683-689, 1987
- [7] E.T. Kim, M.K. Park, S.H. Ji, M. Park, "A New Approach to Fuzzy Modeling", *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, Vol. 5, No. 3, pp. 328-337, 1997.