

새로운 전류분포 해석법을 이용한 자기 편향 요크의 자계 해석

임창환, 김홍규, 정현교
서울대학교 전기공학부

Magnetic Field Analysis of Deflection Yoke Using Novel Technique for the Accurate Analysis of Current Distribution

Chang-Hwan Im, Hong-Kyu Kim, Hyun-Kyo Jung
School of Electrical Engineering, Seoul National University

Abstract - The analysis of current distribution in a solidly modeled coil is very important for accurate analysis of electric machines such as deflection yoke(DY). In general, Modeling every coils is impossible for analyzing magnetic field using the 3-D FEM, so solidly modeled coil is usually used. Some methods have been developed for analyzing current distribution, but these methods have fatal disadvantage that they cannot be applied to an arbitrary shaped coil and that they yield numerical errors. In this paper, a novel method for resolving the problems mentioned above is proposed. The new method is verified by the application to a DY and it shows improved results.

1. 서 론

3차원 유한 요소법을 이용하여 복잡한 형상을 지닌 코일을 포함한 전기 기기를 정확하게 해석하기 위해서는 코일 내부의 전류분포를 정확하게 계산할 필요가 있다. 특히 자기 편향 요크(DY : Deflection Yoke)와 같이 매우 정확한 자계 계산이 필요한 전기기기의 경우에는 코일의 전류분포가 해석 결과에 치명적으로 작용하게 된다[4]. 일반적으로 벡터 포텐셜을 이용한 3차원 유한요소 해석에서는 코일의 가닥 하나 하나를 모델링하는 것이 불가능하므로 Solid 형태로 모델링된 코일을 사용한다. 일반적으로 이와 같은 코일 내부의 전류분포를 해석하기 위해서는 전류 벡터 포텐셜(T)을 이용한 해석을 주로 사용한다[1]: 하지만 코일이 휘어진 형태를 지닐 경우 코일의 안쪽으로 전류밀도가 더 커지게 되므로 이와 같은 방법을 사용하면 정확한 해를 얻을 수 없다. 이에 코일을 여러 개의 section으로 나누어 각 section별로 같은 전류밀도 값을 부여하는 방법도 제시되었다[2]. 하지만 이 방법의 경우 section을 나누어주는 기준이 주어지지 않으므로 단순한 형태의 코일에만 적용이 가능하며 복잡한 코일의 경우에는 적용이 불가능하다는 단점이 있다. 본 논문에서는 이러한 문제점들을 해결하여 임의의 형상을 지닌 코일에 적용이 가능하며 실제 코일의 전류분포와 비교하여 거의 오차를 가지지 않는 전류 분포를 얻을 수 있는 새로운 방법을 제안한다. 이 방법을 정확한 자계 계산이 필수적인 자기 편향 요크에 적용하여 그 타당성을 검증하도록 한다.

2. 기존의 방법

2.1 전류 벡터 포텐셜을 이용한 방법

전류 벡터 포텐셜을 이용하여 전류밀도 분포를 해석하기 위한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \times (\frac{1}{\sigma} \nabla \times \vec{T}) = 0, \vec{j} = \nabla \times \vec{T} \quad (1)$$

$$\oint \vec{T} ds = I \quad (2)$$

이 때, σ 는 전기전도도(conductivity)이고 \vec{T} 는 전류 벡터 포텐셜이다. \vec{j} 는 구하는 전류밀도를 나타내고 I 는 전류를 나타낸다. 지배방정식 (1)을 이용하여 코일의 단부에 경계조건을 주고 유한요소 해석을 이용하여 각 요소별 전류밀도 분포를 계산한다.[1]. 이 방법을 이용할 경우 서론에서 언급한 바와 같이 휘어진 코일의 안쪽 부분을 따라서 더 큰 전류밀도 값을 나타내는 문제점이 있어서 직선 형태 코일이 아닌 경우에는 적용하기 어렵다.

2.2 정전장 해석을 이용한 방법

정전장 해석을 이용한 방법은 거의 사용되지 않으나 제안된 방법과 관련되므로 소개하도록 한다. 기본적으로 3차원 해석에서 경계조건을 처리해 주면 벡터 포텐셜의 결과와 스칼라 포텐셜의 결과가 일치하므로 이 방법도 기본적으로 2.1절의 전류 벡터 포텐셜의 경우와 같은 결과를 얻게 된다. 이 방법의 적용 과정은 다음과 같다.

1. 그림 1의 단면 1,2에 각각 포텐셜 값을 인가한다. 단면 1에는 100[V], 단면 2에는 0[V]를 인가한다.

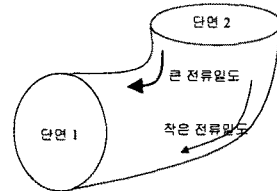


그림 1. 전류분포 해석을 위한 예제
Fig. 1. Example for Current Distribution Analysis

2. 정전계 해석을 통해서 요소별 전계 E 를 계산한다.
3. 단면 전체(단면 1,2)의 E 값을 계산하고 식 (3)을 이용하여 상수 k 의 값을 계산한다.

$$NI = kE_i \quad (3)$$

이 때, N 은 코일의 턴 수, I 는 전류치, E_i 는 단면 E 값의 총합을 나타낸다. 그림 1에서 단면 1이나 2에서의 총 전계 값을 E_i 에 대입하면 k 를 계산할 수 있다.

4. (3)식에서 구한 k 의 값을 전 요소의 E 에 곱해주어 각 요소별 전류밀도를 계산한다. 이 방법의 결과는 기본적으로 2.1절에의 전류 벡터 포텐셜을 이용한 결과와 동일하므로 이 경우에도 그림 1에 나타난 것처럼 휘어진 코일의 안쪽으로 전류 밀도 값이 커지게 된다.

3. 전류분포 해석을 위한 새로운 방법

제안된 방법은 앞 절의 정전장 해석을 이용한 전류 분

포 해석을 기본으로 한다. 그 적용 과정은 다음과 같다.

3.1 제안된 방법의 적용과정

1. 그림 1의 단면 1,2에 일정한 값의 포텐셜을 인가하고 정전계 해석을 통해 각 절점(node)별 포텐셜 값 및 각 요소별 전계 \vec{E} 를 계산한다. 각 요소별 전계 벡터를 전계의 크기로 나누어 전계 벡터의 단위 방향 벡터(unit direction vector)를 계산한다.
2. 단면 1,2에 주어진 포텐셜 값 사이의 n 개의 포텐셜을 정하고($\phi_i, i=1, 2, \dots, n$) 정해진 포텐셜에 대한 등 포텐셜면(equi-potential plane)을 구한다. 각각의 등 포텐셜면의 면적을 계산하여 이 값을 S_i ($i=1, 2, \dots, n$)로 둔다.
3. 각 등 포텐셜면 별로 전류밀도의 크기를 계산하여 이 값을 J_i 로 둔다. J_i 는 다음과 같이 계산한다.

$$J_i = \frac{N \cdot i}{S_i} \quad (4)$$

4. 각 요소별로 평균 포텐셜 값을 계산한다. 평균 포텐셜 값은 요소 내의 절점에서의 포텐셜 값을 평균하면 된다. 이 포텐셜 값에서의 전류밀도 값을 계산한다. 즉 제안된 방법에서는 포텐셜값에 따라서 전류밀도가 주어지게 된다. 만약 요소에서의 포텐셜 ϕ 가 ϕ_i 와 ϕ_{i+1} 사이에 있을 경우 전류밀도의 크기는 다음과 같이 계산된다.

$$J = \frac{\phi - \phi_i}{\phi_{i+1} - \phi_i} J_{i+1} - \frac{\phi_{i+1} - \phi}{\phi_{i+1} - \phi_i} J_i \quad (5)$$

5. 1단계에서 각 요소별로 구해진 전계 벡터의 단위 방향 벡터에 4단계에서 계산한 전류밀도 값을 곱해주면 모든 요소에 대해서 전류 밀도 분포를 계산할 수 있다.

4. 해석 및 결과

4.1 제안된 방법의 검증

그림 2는 제안된 방법을 검증하기 위한 모델을 나타내고 있다. 이와 같은 모델을 설정한 이유는 코일이 바깥으로 휘어져 있을 뿐 아니라 코일 단면의 면적도 달라지므로 임의의 형상을 지닌 코일을 볼 수 있기 때문이다. 실제로 자기 편향 코일 등에서는 프레스(press)를 이용하여 코일을 생성하므로 코일의 방향 뿐 아니라 코일 각 단면의 면적도 달라지게 된다. 이와 같은 모델에서는 단면을 임의로 잘라서 전류분포를 해석하는 참고문헌 [2]의 방법을 적용할 수 없다. 왜냐하면 참고문헌의 모델과는 달리 단면을 자르는 기준을 잡을 수 없기 때문이다.

해석의 기준을 잡기 위해서 그림 3(a)와 같이 선 요소(line element)를 이용하여 코일을 모델링하였다. 선 요소를 이용한 모델링은 실제 코일 하나 하나를 모두 모델링한 것이므로 정확한 기준이 될 수 있다. 그림 3(b)는 solid 모델링한 코일의 요소 분할도를 나타낸다. 선 요소로 분할한 경우 코일의 턴 수는 231(turn)이고 각 턴 당 segment 수는 25이다. Solid 모델링의 경우 총 요소 수는 15783개, 총 절점 수는 3259개 이다.

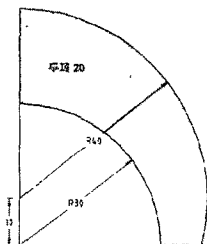


그림 2. 해석 모델
Fig.2. Analysis Model

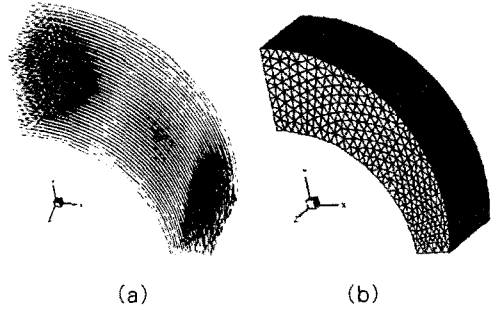


그림 3. Line Element 모델링과 solid 모델링
Fig.3. Line Element and Solid Modeling

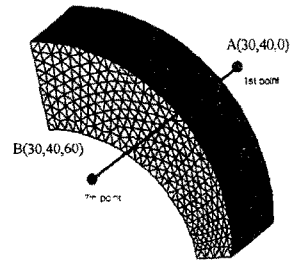


그림 4. 자속밀도 비교 위치
Fig.4. Position for Comparing Flux Density

제안된 방법의 검증을 위해서 선형 코일에 의한 자계 값을 Biot-Savart법칙에 의해 계산하고 전류분포를 계산한 solid 모델링된 코일에 의한 자계 값을 역시 Biot-Savart법칙을 이용하여 계산한 뒤 그림 4의 A-B 선 상에서 등 간격으로 7개의 점을 잡아서 비교하였다.

그림 5는 기존의 전류분포를 계산하는 방법에 의한 자계값과 선형 요소 코일에 의한 자속밀도의 크기를 A-B 선 상에서 비교한 것을 나타내고 있다. 코일 근처에서의 자속밀도 값이 약 10%까지 차이가 남을 알 수 있다.

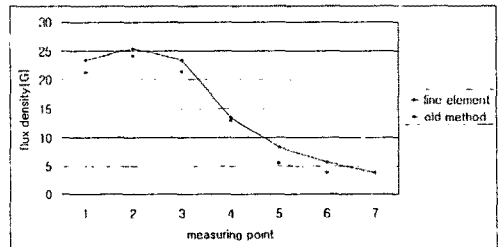


그림 5. 기존 방법과 선형 요소에서의 자속 밀도 비교
Fig.5. Comparison of Flux Density between Conventional Method and Line Element Case

제안된 방법을 적용하기 위해서 양 단면에 100[V]와 0[V]의 포텐셜을 경계조건으로 인가하고 전계 해석을 통해 각 요소별 전류밀도의 방향을 계산하였다. 그림 6에서와 같이 0[V]와 100[V]사이에 4[V]단위로 총 26개의 등 포텐셜면을 계산하였다. 그림 6에서와 같은 등 포텐셜면을 이용하여 각 포텐셜별로 전류밀도의 크기를 계산하고 식 (5)를 이용하여 모든 요소에 대해 전류밀도의 크기를 계산하였다. 이렇게 계산된 각 요소별 전류밀도의 크기를 전계 해석을 통해 구한 전계의 단위 방향 벡터에 곱해줌으로써 모든 요소에서의 전류밀도 분포를

구할 수 있다.

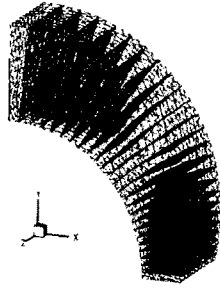
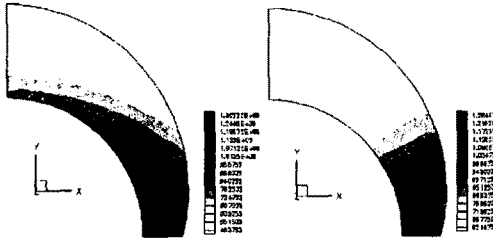


그림 6. 등 포텐셜 면
Fig. 6. Equi-potential Planes

그림 7(a)는 기존의 방법에 의해 구한 전류밀도 크기의 분포를 나타내고 있으며 그림 7(b)는 제안된 방법에 의한 전류밀도 크기의 분포를 단면에서 나타내고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 기존의 방법을 이용하여 전류밀도 분포를 구할 경우 전류밀도의 크기가 코일의 안쪽에 쥘씬 더 크게 나타남을 확인할 수 있다. 하지만 제안된 방법을 이용할 경우 그림 7(b)에서와 같이 코일의 안쪽과 바깥쪽으로 거의 비슷한 크기의 전류 밀도를 나타냄을 확인할 수 있다.



(a) 기존의 방법 (b) 제안된 방법
그림 7. 두 방법의 전류 밀도 크기 비교

Fig.7. Comparison of Flux Density between Conventional and Proposed Method

그림 8은 A-B선 상을 따라 제안된 방법을 이용하여 계산한 자속 밀도 크기와 선형 요소를 이용하여 계산한 자속 밀도 크기를 비교한 결과이다. 새로운 방법에 의한 자속 밀도가 선형 요소를 이용한 자속 밀도 값과 거의 동일한 결과를 나타냄을 확인할 수 있다. 그림 5의 결과와 비교하면 제안된 방법의 정확도를 확인할 수 있다.

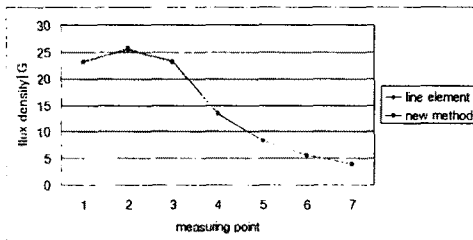


그림 8. 제안된 방법과 선형 요소의 자속밀도 비교
Fig.8. Comparison of Flux Density between Proposed Method and Line Element Result

4.3 DY에의 적용

그림 9는 자기 편향 요크(DY : Deflection Yoke)의 형상을 나타내고 있다. DY는 그림과 같이 영구자석이나 Comma-free coil을 제외한 수평코일, 수직코일, 페라이트 코어의 3부분으로만 구성되어 있다고 가정한다. 각

부분의 구조는 그림 10을 통하여 쉽게 이해할 수 있다. 한편 그림 11은 해석의 정확도를 높이기 위하여 기준으로 도입한 선형 요소 코일(line element coil)의 형상을 나타낸다. 선형 요소 코일은 코일을 감는 권선기 모델링을 통하여 생성하였다. 이렇게 생성한 요소에 전류 방향과 크기를 각 선형 요소별로 부여한다.

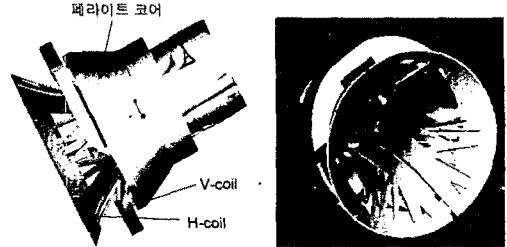


그림 9. DY의 구조
Fig.9 Structure of DY

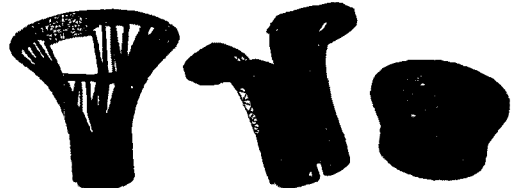


그림 10. 편향 요크의 구성
Fig. 10. Compositions of DY

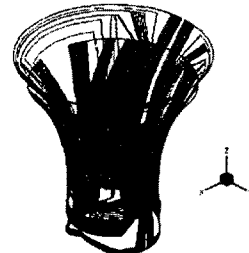


그림 11. 선형 요소로 분할한 코일
Fig. 11. Coils Generated by Line Elements

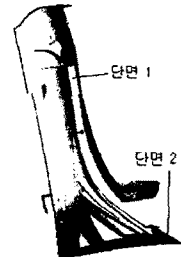


그림 12. 전류 분포 계산
Fig. 12. Calculation of Current Distribution

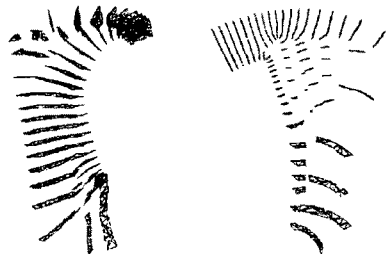


그림 13. 수평 코일과 수직 코일에서의 등 포텐셜 면
Fig.13. Equi-potential Planes in H- and V-coil

그림 12는 전류 분포 계산을 위한 수평 코일과 수직 코일의 1/4 형상을 나타내고 있다. 그림의 단면 1,2에 각각 일정한 포텐셜값을 인가하고 3장에서 제안한 등 포텐셜 면을 이용한 새로운 방법을 적용하여 전류 분포를 계산하였다. 그림 13은 등 포텐셜 면을 나타낸다.

4.4 해석 결과

그림 14은 제안된 방법으로 수평-수직 코일에 대하여 각각 계산한 1/4모델의 전류 분포를 대칭을 통해 전체 코일의 전류분포로 환산하여 도시한 것이다.



그림 14. 계산된 코일의 전류 분포
Fig.14. Current Distribution of Coil

전류 분포 해석의 정확도를 검증하기 위하여 그림 11의 선형 코일에 의한 자속 밀도 값을 기준으로 하여 기존의 방법과 제안된 방법에 의한 자속 밀도 값을 비교하였다. 선형 코일은 실제 권선을 감는 과정을 그대로 모델링 한 것이므로 정확한 결과를 기대할 수 있다. 자속 밀도의 비교는 페라이트 코어를 제외하고 코일만 있는 상태에서 Biot-Savart법칙을 이용하여 이루어졌다(3).

그림 15는 그림 11의 z축을 따라 총 50개의 점을 잡아서 해석한 자속 밀도의 y성분을 3가지 경우에 대하여 비교한 결과이다. 그림으로부터 새로운 방법에 의한 자계 값이 기존 방법에 의한 자계값에 비해 훨씬 더 정확한 결과를 나타냄을 알 수 있다. 그림으로부터 제안된 방법을 이용한 결과 기존의 방법에 의한 결과에 비하여 약 80%이상 오차가 감소했음을 확인할 수 있다. Line element를 사용한 경우와 새로운 방법을 사용한 경우의 값이 약간 차이가 나는 이유는 line element로 모델링한 코일과 solid로 모델링한 코일 사이의 모델링 상의 오차에 크게 기인한다. 하지만 오차의 가장 큰 이유는 Line element의 경우 coil의 press를 고려하여 모델링 되었으므로 코일의 분포가 균일하지 않기 때문이라고 볼 수 있다. 코일의 불균일성에서 기인하는 오차를 줄이기 위하여 solid로 모델링된 코일의 각 요소에 대하여 일정한 반경을 주고 각 요소의 무게 중심에서부터 그 반경을 가지는 구를 만들었다. 그 구를 통과하는 line element의 수를 계산하여 전체의 평균 부피당 지나가는 line의 turn수를 계산하였다. 이 값과 각 요소별로 계산한 부피당 지나가는 line의 turn수의 비를 계산된 각 요소의 전류 밀도 크기에 곱해 주었다. 이러한 오차 보정 과정을 통하여 얻어진 결과는 그림 16과 같다.

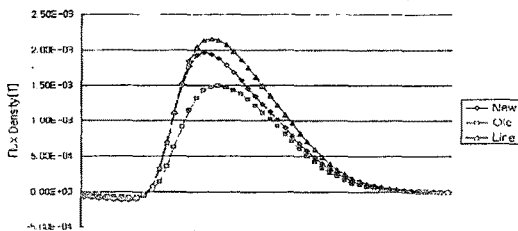


그림 15. 세 가지 방법의 자계 해석 결과
Fig. 15. Analysis Results of Three Methods

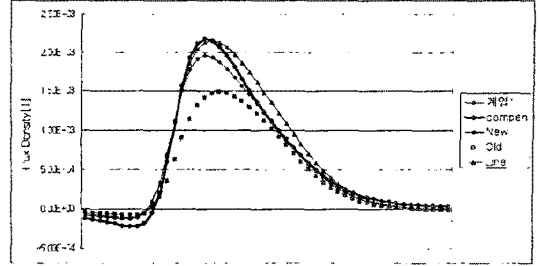


그림 16. 보정된 해석 결과
Fig. 16. Compensated Analysis Results

그림 17은 새로운 전류분포 계산 방법을 적용하여 3차원 유한요소 해석을 한 결과이다. 그림 17로부터 페라이트 코어의 내부에 대각선 방향으로 일정한 자속이 형성됨을 확인할 수 있다. 향후에는 선형 요소를 이용한 스칼라 포텐셜 유한요소 해석에 의한 결과와 solid로 모델링된 코일을 이용한 벡터 포텐셜 유한요소 해석 결과의 비교를 통해 제안된 방법의 타당성을 검증하는 연구가 진행되어야 할 것이다.



그림 17. 단면에서의 자속의 흐름도
Fig. 17. Flux Distribution in the Cut-Plane

5. 결 론

본 논문에서는 Solid로 모델링된 코일 내부의 전류 분포를 해석하는 새로운 방법을 제안하였다. 코일 안쪽에 더 큰 전류밀도가 계산되는 문제점을 해결하고 등 포텐셜 면을 이용하여 임의 형상의 코일에 적용할 수 있는 정확한 전류분포 해석법을 개발하였으며 제안된 방법을 실제 자기 편향 요크 모델에 적용하여 선형 요소 코일에 의한 자계와 비교하였다. 그 결과 기존의 방법에 비해 정확한 자계값을 얻을 수 있었다. 제안된 방법은 유한요소 해석에서의 오랜 문제로 남아 있던 전류분포를 정확하게 계산하는 문제를 해결하는 방법으로서 많은 해석 분야에 직접 응용이 가능할 것으로 보인다.

[참 고 문 헌]

- [1] Y.Kawase, H.Mori and S. Ito, "3-D Finite Element Analysis of Electrodynamical Repulsion Forces in Stationary Electric Contacts Taking into Account Asymmetric Shape (Invited)," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol.33, no.2, pp.1994-1999, 1997
- [2] Y. Kawase, T. Mori, K Hirata, Y. Mitsutake, "Performance Analysis of Electromagnetic ID Transmission System Using 3-D Finite Element Method", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 34, No. 5, SEPTEMBER, 1998
- [3] Anwar Osseyran, *Computer Aided Design of Magnetic Deflection Systems*, pp.70, 1986
- [4] 최마영, 민감도 해석을 이용한 자계 편향 시스템의 최적화, 서울대학교 공학석사 학위 논문, 1993년 2월