

유도전동기의 자기 등가 회로 해석을 위한 자기회로 매트릭스 구성

최재영* 이은웅* 구태만** 이동주* 정종호*** 우성봉*
 충남대* 울산대** 서초전자공고***

The Formation of Magnetic-circuit Matrix for analyzing the Magnetic Equivalent Circuit of an Induction Motor

Jae-Young Choi* · Eun-Woong Lee* · Tae-Man Ku** · Dong-Ju Lee* · Jong-Ho Jeong*** · Sung-Bong Woo*
 Chungnam National University* · Ul-San College** · Seocho Electronics Technical High School***

Abstract - To analyze the transient state of an induction motor, there have been studies for using the magnetic equivalent circuit method(MECM) instead of the time differential finite-element method. MECM which analyzes magnetic equivalent circuits after converting each part of an electric machine into the magnetic circuit elements, has the merits of short calculation-time and comparatively accurate results. To analyze an electric machine with MECM, we have to replace stator and rotor with the magnetic elements and express the air gap, where electromechanical energy conversion takes place, with the permeance. So in this paper, to analyze an Induction Motor with MECM, we express the magnetic equivalent circuit as algebraic equations and then as the matrix for solving easily them.

자기 저항의 역수인 퍼미언스 그리고 각 노드에서의 자기 스칼라 포텐셜이다. 여기에서 퍼미언스는 기기의 구조와 치수에 의해서 구해질 수 있는 것과 기기가 회전함에 따라 변하는 공극 퍼미언스로 구별할 수 있다. 전자는 기기의 구조와 치수를 알면 쉽게 구해 질 수 있지만 후자는 기기가 움직임에 따라 고정자 치와 회전자 치의 위치가 다르기 때문에 시변 주기적이게 된다. 이렇게 얻은 퍼미언스 값은 자기 회로의 주요소가 되고, 자기 스칼라 포텐셜 및 자속과의 관계를 통해 대수 방정식이 세워지고 이에 대한 매트릭스를 얻게 된다.

2.1.1 유도전동기 해석 모델

표 1은 이 모델에 대한 사양을 나타낸 것이고, 그림 1은 해석 모델에 대한 고정자 및 회전자의 모양을 나타낸 그림이다.

표 1. 해석 모델의 사양

정 격	3 φ, 4-pole, 220V 6.6A, 60Hz, 1.5kW	
공극의 길이	0.275[mm]	
철심의 길이	52[mm]	
고 정 자	외 경	145[mm]
	내 경	90[mm]
	슬롯 수	36
	슬롯의 깊이	12.2[mm]
	슬롯의 개방폭	2.2[mm]
회 전 자	외 경	89.45[mm]
	내 경	22[mm]
	슬롯 수	44
	슬롯의 깊이	10.25[mm]

1. 서 론

전동기의 기본적인 역학 모델은, 고정자와 회전자 사이의 토오크가 단지 자속과 전류에 의해서 발생하는, 자기 에너지 전부가 공극에 저장되는 전기 기계적 시스템으로 묘사된다. 이러한 모델의 일반화는 고정자와 회전자 치들의 수와 모양, 고정자 권선 등에 따라서 비교적 쉽게 나타낼 수 있다. 전동기를 자기등가회로법을 이용해서 해석하게 되면, 계산 시간이 짧고 과도상태에서의 변화량을 연속적으로 자기 상태에 적용하므로써 불가능하게 여겨졌던 전동기의 과도상태를 비교적 정확하게 구할 수 있다. 이러한 이유로 자기등가 회로법에 대한 연구가 필요하다. 이 해석법의 주요소는 자기 저항의 역수인 퍼미언스이다. 전동기의 각 부분은 기하학적인 면에 따라 각각 퍼미언스 값으로 나타내어지고, 기자력원과 함께 자기 등가 회로를 구성하게 된다. 특히 회전자가 회전하면서 자속 통로의 치수가 변하게 됨으로써, 고정자 치와 회전자 치의 상응 위치에 따라 공극에서의 퍼미언스가 변하게 된다. 이것은 자속의 흐름과 관련이 있으며 결국 회전자 축에 발생하는 유도기전력 크기를 변화시키는 원인이 된다. 따라서 본 논문에서는 이에 대한 해석을 위해서, 자기등가회로법에 필요한 자기회로를 구성하고 이에 대한 대수 방정식을 유도하여 계산상 편리하도록 매트릭스를 구성하고자 한다.

2. 본 론

2.1 자기 회로

기기를 자기 등가회로법으로 해석하기 위해서 제일 먼저 행해져야 하는 것이 바로 기기를 자기적인 회로로 바꾸는 것이다. 자기회로를 구성하는 요소는 기자력원과

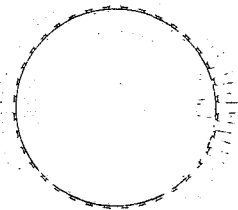


그림 1. 해석 모델

그림 1에서 보여지는 모델을 자기 회로로 나타내기 위해 고정자와 회전자 의 모든 부분을 자기적 요소로 바꾸게 되면 자기 등가회로에는 많은 수의 요소가 있게 된다. 해석의 정확성 면에서 어떠한 손실 없이 이 복잡한 회로를 줄일 수 있는 방법은 기기의 자기적 극성이 N - S - N - S로 반복되는 것 중에서 이것의 반만을 해석하는 것이다. 이러한 대칭 구조를 기본 쌍극(elementary pole pair)이라 한다. 따라서 어떠한 모델에서든 기기의 전체 회로에 대해 해석하는 것 대신에 기본적 쌍극만을 계산하면 된다.

2.1.2 자기회로 구성

그림 2는 고정자 치와 슬롯의 한 부분에 대해서 자속 경로를 나타내고 이에 대한 자기 회로의 요소로 바꾸기 위해 나타낸 것이다. 즉 i 번째 치와 $i+1$ 번째 치 사이의 슬롯과 요크는 $i+1$ 번째 요소의 기자력과 자기저항에 대응되고, 슬롯안의 도체에 의해 누설되는 자속의 통로에 대한 자기저항 역시 $i+1$ 번째 요소로 되는 것이다.

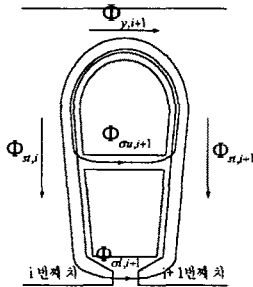


그림 2. 슬롯과 치

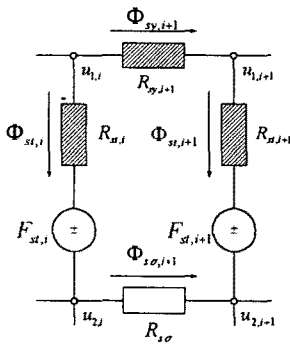


그림 3. 그림 2에 대한 자기 회로

그림 3은 그림 2에 대해 자기 등가 회로로 표현한 것이다. 요소 $R_{\sigma, i+1}$ 은 자속 $\Phi_{\sigma, i+1}$ 가 흐르는 $i+1$ 번째 고정자 요크 부분에 대한 자기 저항을 나타낸다. 요소 $R_{\sigma\sigma}$ 는 고정자 슬롯의 누설자속에 대한 자기 저항 값이다. 이러한 자기 저항값들은 기기의 치수 및 구조에 의해 계산되어 질 수 있다.

$$R = \frac{1}{\mu_0} \frac{w}{l h} \quad (1)$$

$$G = \frac{1}{R} = \mu_0 \frac{l h}{w} \quad (2)$$

$$\Gamma = \frac{G}{\mu_0} = \frac{h l}{w} \quad (3)$$

여기서,

- μ_0 : 투자율
- w : 자속통로의 길이
- h : 자속통로의 높이
- l : 기기의 축방향 길이

식(1)은 자속통로에 대한 자기 저항을 구하는 기본 식이고 식(2)는 자기 저항의 역수인 퍼미언스를 나타내며 식(3)은 컴퓨터 상에서 더 정확한 계산을 위해 표준화된 퍼미언스로 나타낸 것이다. 이것은 자속이 통과하는 길이와 그 높이에 따라 달라진다. 그림 4는 두 개의 고정자 치와 두 개의 회전자 치와 이것에 상응하는 슬롯과 요크에 대해 자기 등가 회로로 나타낸 것이다. 그림 4에서 공극 퍼미언스는 고정자에 대한 자기 등가 회로와 회전자에 대한 자기 등가 회로를 서로 연결하고 있으며, 특히 고정자의 $R_{\sigma, j+1}$ 은 빗금이 없는 것으로 나타내어지고 회전자의 $R_{\sigma, j+1}$ 은 빗금이 쳐진 것으로 되어 있는데 이것은 농형 유도기임을 나타내는 것이다.

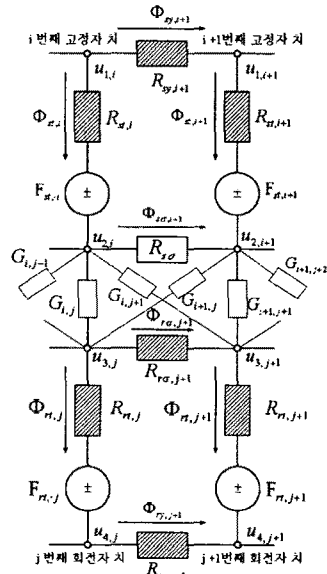


그림 4. 유도전동기의 자기 등가 회로

그림 4에서 보여지는 것처럼 공극 퍼미언스는 고정자 치들과 회전자 치들 사이의 자속 경로를 형성함으로써 여러개의 요소를 구성하지만 대부분은 0이 된다.[4]

2.2 대수 방정식과 이에 대한 매트릭스 구성

자기 회로를 풀기 위해 자기 스칼라 포텐셜에 따른 각 가지에서의 자속을 구해야 한다. 그리고 자기 등가 회로에서 모든 과도 상태들은 순간적으로 발생하며, 이 순간적인 값은 대수 방정식들을 가지고 구해질 수 있다. 이

에 대한 대수 방정식은 그림 4에서 자기 스칼라 포텐셜과 퍼미언스, 자속들의 관계를 통해서 얻을 수 있다. 먼저 맨 위 고정자 요크에 연결된 노드에 대한 노드 방정식을 구하면 식(4)가 된다.

$$\begin{aligned} -u_{1,k}G_{\sigma,1} + u_{1,1}(G_{\sigma,1} + G_{\sigma,2}) - u_{1,2}G_{\sigma,2} &= -\phi_{\sigma,1} \\ -u_{1,1}G_{\sigma,2} + u_{1,2}(G_{\sigma,2} + G_{\sigma,3}) - u_{1,3}G_{\sigma,3} &= -\phi_{\sigma,2} \\ &\vdots \\ -u_{1,k-1}G_{\sigma,k} + u_{1,k}(G_{\sigma,k} + G_{\sigma,1}) - u_{1,1}G_{\sigma,1} &= -\phi_{\sigma,k} \end{aligned} \quad (4)$$

여기에서 k 는 기본적인 쌍극 속에 포함되는 고정자 치의 수이다.

이와 같은 방법으로 고정자치가 공극 퍼미언스와 연결되는 노드, 회전자 치가 공극 퍼미언스와 연결되는 노드 그리고 회전자 요크에 연결된 노드에 대해 노드 방정식을 구하면 식(5)~(7)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} -u_{2,k}G_{\sigma} + u_{2,1}(2G_{\sigma} + \sum_{j=1}^k G_{1,j}) - u_{2,2}G_{\sigma} - \sum_{j=1}^k u_{2,j}G_{1,j} &= \phi_{\sigma,1} \\ -u_{2,1}G_{\sigma} + u_{2,2}(2G_{\sigma} + \sum_{j=1}^k G_{2,j}) - u_{2,3}G_{\sigma} - \sum_{j=1}^k u_{2,j}G_{2,j} &= \phi_{\sigma,2} \\ &\vdots \end{aligned} \quad (5)$$

$$-u_{2,k-1}G_{\sigma} + u_{2,k}(2G_{\sigma} + \sum_{j=1}^k G_{k,j}) - u_{2,1}G_{\sigma} - \sum_{j=1}^k u_{2,j}G_{k,j} = \phi_{\sigma,k}$$

$$\begin{aligned} -u_{3,1}G_{m,1} + u_{3,1}(G_{m,1} + G_{m,2} + \sum_{j=1}^k G_{1,j}) - u_{3,2}G_{m,2} - \sum_{j=1}^k u_{3,j}G_{1,j} &= -\phi_{m,1} \\ -u_{3,1}G_{m,2} + u_{3,2}(G_{m,2} + G_{m,3} + \sum_{j=1}^k G_{2,j}) - u_{3,3}G_{m,3} - \sum_{j=1}^k u_{3,j}G_{2,j} &= -\phi_{m,2} \\ &\vdots \end{aligned} \quad (6)$$

$$-u_{3,l-1}G_{m,l} + u_{3,l}(G_{m,l} + G_{m,1} + \sum_{j=1}^k G_{l,j}) - u_{3,1}G_{m,1} - \sum_{j=1}^k u_{3,j}G_{l,j} = -\phi_{m,l}$$

$$u_{4,1}(G_{\sigma,1} + G_{\sigma,2}) - u_{4,2}G_{\sigma,2} = \phi_{\sigma,1}$$

$$-u_{4,1}G_{\sigma,2} + u_{4,2}(G_{\sigma,2} + G_{\sigma,3}) - u_{4,3}G_{\sigma,3} = \phi_{\sigma,2} \quad (7)$$

⋮

$$-u_{4,l-2}G_{\sigma,l-1} + u_{4,l-1}(G_{\sigma,l-1} + G_{\sigma,l}) = \phi_{\sigma,l-1}$$

여기에서 l 은 기본적인 쌍극 속에 포함되는 회전자 치의 수이다.

위 식(4)~(7)을 기초로 하여 노드 포텐셜 매트릭스 방정식을 구성할 수 있다.

$$A_{1,1} u_1 = -\phi_{st} \quad (8)$$

$$A_{2,2} u_2 + A_{2,3} u_3 = \phi_{st} \quad (9)$$

$$A_{3,2} u_2 + A_{3,3} u_3 = -\phi_{rt} \quad (10)$$

$$A_{4,4} u_4 = \phi_{rt}' \quad (11)$$

위 식(8)~(11)을 다시 쓰면 식(12)가 된다. 식(12)에서

$$\phi_m = [\phi_{m,1} \ \phi_{m,2} \ \cdots \ \phi_{m,n}]^T$$

$$u_m = [u_{m,1} \ u_{m,2} \ \cdots \ u_{m,n}]^T$$

$$\begin{bmatrix} A_{1,1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{2,2} & A_{2,3} & 0 \\ 0 & A_{3,2} & A_{3,3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{4,4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\phi_{st} \\ \phi_{st} \\ -\phi_{rt} \\ \phi_{rt}' \end{bmatrix} \quad (12)$$

$A_{1,1}$ 은 고정자 요크의 퍼미언스로 구성되는 매트릭스이고, $A_{2,2}$ 는 고정자 슬롯의 누설 퍼미언스와 공극 퍼미언스로 구성되며 $A_{2,3}$ 와 $A_{3,2}$ 는 공극 퍼미언스로 구성되는 매트릭스이다. 그리고 $A_{3,3}$ 는 회전자 슬롯의 누설 퍼미언스와 공극 퍼미언스로, $A_{4,4}$ 은 회전자 요크의 퍼미언스로 구성된다. 이 매트릭스에서 다른 요소들은 치수와 구조에 의해 어렵지 않게 구해지며 공극 퍼미언스는 고정자 치와 회전자 치의 오버랩되는 부분에 의해 각기 다른 값을 가지게 된다. 공극 퍼미언스의 대부분은 0의 값을 가지며 몇 개 요소만 그림 5와 같은 값을 갖는다. 그림 5는 고정자와 회전자를 한 순간 정지해 놓고 하나의 기준점에서 각에 따라 값을 가지는 퍼미언스 요소를 나타낸 것이다. 즉 1번 고정자치에 대한 1번 회전자치가 갖는 퍼미언스 $G_{1,1}$ 는 그림 5에서와 같은 값을 가지며, 1번 고정자치에 대한 다른 회전자치들이 갖는 퍼미언스는 0이 된다. $G_{1,1}$ 다음에 퍼미언스가 0의 값을 갖는 것은 1번의 고정자치와 2번의 고정자치 사이의 개구부에 대해서 퍼미언스가 0임을 뜻하는 것이다. 여기에서의 퍼미언스 G_i 는 표준화된 퍼미언스를 의미하며 단위 길이당 값을 나타낸다.

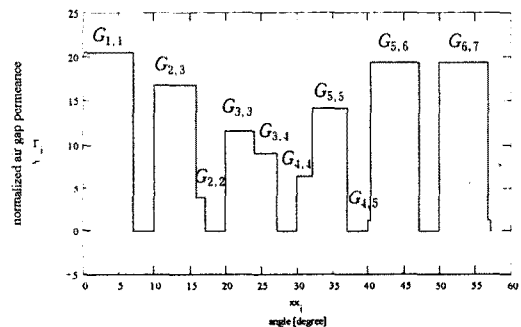


그림 5. 고정된 위치에서 표준화된 공극 퍼미언스

3. 결 론

유도 전동기의 치수 및 구조를 알면 구현이 비교적 쉽게 이루어 질 수 있기 때문에 다른 모델을 해석할 때에도 그 치수 및 구조만 알고 있다면 그다지 어렵지 않게 자기등가회로를 구성할 수 있다. 이 자기등가회로로부터 대수방정식을 유도한 후 이에 대해서 퍼미언스만으로 구성된 매트릭스를 만들게 되면, 차 후 유도가 권선법에 대한 또 다른 매트릭스와 함께 시스템 매트릭스를 구성하는 중요한 요소가 된다. 따라서 이에 대한 구현은 자기등가회로법에서 대단히 중요하다고 할 수 있다.

[참 고 문 헌]

- [1] E.R.Laithwaite: "Magnetic Equivalent Circuits for Electric Machines", Proc. IEE, Vol.114, November 1967, pp. 1805-1809
- [2] C.J.Carpenter: "Magnetic Equivalent Circuits", Proc. IEE, Vol.115, No.10., October 1968, pp. 1503-1511
- [3] V.Ostovic: "Dynamics of Saturated Electric Machines", Springer Verlag, New York 1989
- [4] 최재영, 이은웅, "유도 전동기의 공극 퍼미언스 매트릭스 구성을 위한 연구", 대한전기학회 하계학술대회, pp.321-323, 1999. 7.19-21