

## 반응표면방법론에 의한 BLDC전동기의 코깅토크저감을 위한 최적화

김영균 . 홍정표  
창원대학교.

### Optimization of BLDC Motor for Reduction of Cogging Torque Using Response Surface Methodology

Young-Kyoun Kim, Jung-Pyo Hong  
Dept. of Electrical Eng. Changwon Nat'l Univ.

**Abstract** - This paper presents a optimization procedure by using Response Surface Methodology(RSM) to determine design parameters for reducing cogging torque in BLDC motor of Electric Power Steering (EPS). RSM is achieved through using the experiment design method in combination with Finite Element Method and well adapted to make analytical model for a complex problem considering a lot of interaction of these parameters. Moreover, Sequential Quadratic Problem (SQP) method is used to solve the resulting of constrained nonlinear optimization problem.

#### 1. 서 론

반응표면방법론(Response Surface Methodology : RSM)은 근래에 개발된 새로운 통계적 근사법의 하나로 특히 공업적 처리과정에서 발생하는 공정최적화문제에 많이 응용되고 있다[1]. 이 RSM은 여러개의 독립변수 가 복합적인 작용을 하여 어떤 출력을 생성할 때, 독립 변수들의 조건과 응답을 실험을 통해서 데이터를 얻고 이 데이터로부터 독립변수와 출력간의 인과관계를 규명해내는 통계적 근사방법이다. 따라서 본 논문에서는, 자동차의 전동식 조향장치(Electro-magnet Power Steering : EPS)에 사용되는 BLDC 전동기의 코깅토크를 줄이기 위한 최적화 방법으로서 RSM을 적용하고자 한다.

일반적으로 영구자석 전동기의 코깅 토크는 rotor magnet 와 slotted stator간의 상호 자기저항 차에 의해서 나타난다. 코깅 토크의 크기에 영향을 주는 설계변수로서 슬롯 개구폭, 자화 분포, 스큐, 자극비, 공극의 크기, 극수, 극당 슬롯수, 치 두께, 슬롯 폭, 영구자석 자속 밀도, 요크 두께 등을 들 수 있다[2,3]. 따라서, BLDC 전동기의 코깅토크를 줄이기 위해서 많은 설계변수의 상호작용을 고려한 최적화 문제는 매우 복잡해진다.

본 논문에서 유한요소법을 이용한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 얻은 데이터로부터 통계적인 근사법을 사용하여 해석적인 실험모형을 만들고 이 실험모형을 최적화에 적용하였다. 그리고 EPS에 사용되는 BLDC의 요구되는 사양에 따라 1차 개념설계를 한후, 코깅 토크를 줄이기 위한 설계변수로서 슬롯 개구폭, 슬롯 폭, 스큐, 자극비를 선정하고 나머지 설계변수는 개념설계에서 결정한 치수를 적용하였다.

#### 2. 초기설계

EPS 시스템에 적용하기 위해서 장하분법을 이용하여 설계사양대로 전동기의 초기 형상을 설계하였다. 전

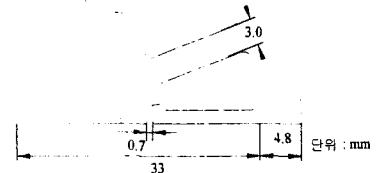


그림 2.1 초기설계된 전동기의 형상치수

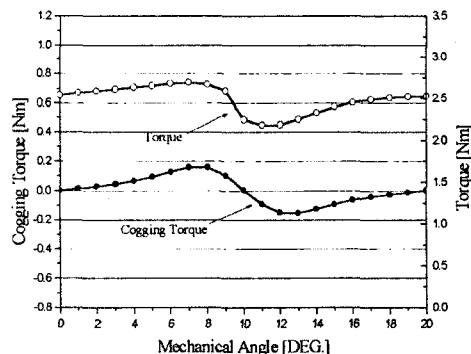


그림 2.2 코깅토크와 토크의 FEM 해석결과

동기는 정격운전 토크가  $2.1 (N \cdot m)$ 이상이 되도록 초기 설계된 BLDC 전동기의 1극분 형상을 그림 2.1에 나타내었다. 그리고 그림 2.2는 초기 설계모델에 대해서 코깅토크 및 토크특성을 해석한 결과이다. 해석 결과로부터 토크가  $2.496 (N \cdot m)$ , 코깅토크 피크값이  $0.313 (N \cdot m)$ 가 됨을 알 수 있다.

조향장치로서의 요구되는 BLDC 전동기는 우수한 토크 특성을 가져야 할 뿐만 아니라 조타시에 부드러움을 확보해야 하므로 토크 리플의 저감을 고려한 설계가 이뤄져야 한다. 따라서 본 논문에서는 초기 설계된 BLDC 전동기의 코깅토크 및 토크 리플의 저감을 위해서 고려할 설계변수로서 슬롯 개구폭, 슬롯 폭, 스큐, 자극비를 각각 선정하였다. 그리고 통계적 근사법인 RSM을 적용하여 설계 변수값을 구하였다. 또한 전동기의 정격 토크 값을  $2.1 (N \cdot m)$ 을 확보하기 위해서 설계변수의 변화에 대한 정격 토크값의 변화를 제약조건으로 두었

### 3. 반응표면방법론

오늘날 2/3차원 전자계해석 소프트웨어 패키지의 사용이 가능하더라도 많은 양의 계산 시간이 필요하다. 또한, 등가회로 해석은 정확한 해를 얻을 수 없는 경우가 많으며 적용모델에 있어서 한계가 있다. 그러나 초기설계모델로부터 컴퓨터 시뮬레이션을 통한 특성 데이터들로부터 만들어진 실험모델은 설계변수 및 출력사이의 인과관계를 충분히 고려할 수 있으며 계산시간을 줄일 수 있는 해석방법을 제공한다[4].

RSM의 목적은 입력변수와 출력값 사이의 인과관계를 함수로 결정하는 것에 있다. 함수를 결정하기 위해서, 먼저 설계변수의 범위를 적절히 선택해야 한다. 그런 다음, RSM의 통계적 근사법으로 실험모델에 대한 함수를 결정할 수 있다. BLDC 전동기는 토크리를 줄이기 위해서 그림 3.1과 같이 설계변수를 선정하였다. 여기서,  $x_1$ 은 슬롯개구폭,  $x_2$ 는 노치,  $x_3$ 는 스큐앵글,  $x_4$ 는 자극비를 각각 나타낸다. RSM의 응답함수는 변수레벨을 3개로 설정하고 출력변수는 BLDC 전동기 코킹토크의 피크값 ( $T_{\infty}$ )과 토크의 실효값 ( $T_{rms}$ )으로 정의하였다. 그리고 설계변수와 출력변수사이의 상관관계를 나타내는 응답함수는 중심합성계획법을 이용하여 구하였다. 따라서 각 변수들의 총 레벨수는 5개가되며, 표 1에 변수들의 범위를 레벨에 따라 정리하여 나타내었다.

표 3.1 설계변수의 범위

구분	변수레벨				
	1	2	3	4	5
슬롯개구폭 ( $x_1$ )	3	4	5	6	7
노치 ( $x_2$ )	3	4	5	6	7
스큐 ( $x_3$ )	0	5	10	15	20
자극비 ( $x_4$ )	0	1	2	3	4

중심합성계획법을 이용하여 25개의 컴퓨터 시뮬레이션 데이터로부터 설계변수와 출력변수사이의 관계를 나타내는 2개의 응답함수를 식(3.1)과 같이 2차 다항회귀모형으로 정의하였다[5]. 그리고 25개의 실험 데이터로부터 다항식의 계수를 추정하였으며 추정한 값을 표 3.2에 나타내었다. 여기서,  $T_{\infty}$ 는 코킹토크의 피크값을 나타내며  $T_{rms}$ 는 토크의 실효값을 나타낸다. 응답함수로부터 추정한 코킹토크의 피크값은 유한요소해석치와 비교할 때 평균적으로 20% 오차를 내고 토크 실효치는 약 0.2%의 오차를 가진다. 따라서 코킹토크의 피크값을 줄이기 위해서 2차 다항식 형태의 회귀모형은 수정이 필요하다.



그림 3.1 설계변수 정의

본 논문에서는 코킹토크의 피크값의 오차를 줄이기 위해서 응답함수의 회귀모형을 식(3.2)과 같이 3차 다항식회귀모형으로 정의하였다. 그리고 설계변수의 범위에서 코킹토크 피크값이 음수가 나타나는 영역을 보정하기 위해서 상용로그를 취하였다. 이렇게 함으로써 코킹토크의 피크값은 유한요소해석치와 비교할 때, 오차를 약 5%로 감소시킬 수 있었다. 표 3.3에  $T_{\infty}$ 에 대한 3차 다항식회귀모형의 계수를 나타내었다.

$$\begin{aligned} \eta = & \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 \\ & + \beta_{11} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2 + \beta_{33} x_3^2 + \beta_{44} x_4^2 \\ & + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{13} x_1 x_3 + \beta_{14} x_1 x_4 \\ & + \beta_{23} x_2 x_3 + \beta_{24} x_2 x_4 + \beta_{34} x_3 x_4 \end{aligned} \quad (3.1)$$

표 3.2 회귀계수의 정의

회귀 계수	$T_{\infty}$ ( $N \cdot m$ )	$T_{rms}$ ( $N \cdot m$ )	회귀 계수	$T_{\infty}$ ( $N \cdot m$ )	$T_{rms}$ ( $N \cdot m$ )
$\beta_0$	0.66	2.57	$\beta_{44}$	$5.69 \times 10^{-3}$	$5.51 \times 10^{-4}$
$\beta_1$	-0.12	-0.023	$\beta_{12}$	-0.029	$2.31 \times 10^{-3}$
$\beta_2$	-0.084	$7.99 \times 10^{-3}$	$\beta_{13}$	$-1.48 \times 10^{-3}$	$-3.99 \times 10^{-5}$
$\beta_3$	-0.022	$3.80 \times 10^{-4}$	$\beta_{14}$	$-3.48 \times 10^{-4}$	$1.31 \times 10^{-4}$
$\beta_4$	$-2.15 \times 10^{-3}$	-0.010	$\beta_{23}$	$-5.30 \times 10^{-4}$	$-2.81 \times 10^{-5}$
$\beta_{11}$	0.030	$-8.78 \times 10^{-5}$	$\beta_{24}$	$-9.51 \times 10^{-3}$	$-3.91 \times 10^{-4}$
$\beta_{22}$	0.026	$-2.71 \times 10^{-3}$	$\beta_{34}$	$1.05 \times 10^{-3}$	$-5.13 \times 10^{-6}$
$\beta_{33}$	$1.03 \times 10^{-3}$	$-5.06 \times 10^{-6}$			

$$\begin{aligned} \eta = & \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 \\ & + \beta_{11} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2 + \beta_{33} x_3^2 + \beta_{44} x_4^2 \\ & + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{13} x_1 x_3 + \beta_{14} x_1 x_4 \\ & + \beta_{23} x_2 x_3 + \beta_{24} x_2 x_4 + \beta_{34} x_3 x_4 \\ & + \beta_{111} x_1^3 + \beta_{222} x_2^3 + \beta_{333} x_3^3 + \beta_{444} x_4^3 \\ & + \beta_{123} x_1 x_2 x_3 + \beta_{124} x_1 x_2 x_4 \\ & + \beta_{134} x_1 x_3 x_4 + \beta_{234} x_2 x_3 x_4 \end{aligned} \quad (3.2)$$

표 3.3  $T_{\infty}$ 의 수정된 회귀계수

회귀 계수	$T_{\infty}$ ( $N \cdot m$ )	회귀 계수	$T_{\infty}$ ( $N \cdot m$ )	회귀 계수	$T_{\infty}$ ( $N \cdot m$ )	회귀 계수	$T_{\infty}$ ( $N \cdot m$ )
$\beta_0$	11.98	$\beta_{22}$	0.42	$\beta_{23}$	-0.023	$\beta_{44}$	0.033
$\beta_1$	-1.54	$\beta_{33}$	0.023	$\beta_{24}$	0.16	$\beta_{123}$	$4.39 \times 10^{-3}$
$\beta_2$	-2.62	$\beta_{44}$	-0.15	$\beta_{34}$	$4.66 \times 10^{-3}$	$\beta_{124}$	-0.036
$\beta_3$	-0.16	$\beta_{12}$	-0.086	$\beta_{111}$	$2.67 \times 10^{-3}$	$\beta_{134}$	$-1.20 \times 10^{-3}$
$\beta_4$	-0.80	$\beta_{13}$	-0.022	$\beta_{222}$	-0.014	$\beta_{234}$	$-3.20 \times 10^{-4}$
$\beta_{11}$	0.18	$\beta_{14}$	0.20	$\beta_{333}$	$-6.66 \times 10^{-4}$		

### 4. 최적화

RSM을 이용하여 설계변수와 출력변수사이의 응답함수로 초기 설계된 BLDC의 코킹토크를 최소화시키기 위해서 최적화를 수행하였다.

최적화 알고리즘은 제약조건을 포함하는 문제를 풀기 위해서 순차이차계획법(Sequential Quadratic Programming Methode)을 적용하였다. 일반적으로 제약문

제는 식(4.1)과 식(4.2)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \text{minimize : } \\ f(x_i), \quad i=1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (4.1)$$

Subject to :

$$\begin{aligned} h_j(x_i) &= 0 \\ g_k(x_i) &\leq 0, \quad i=1, 2, \dots, n \\ x_{il} &\leq x_i \leq x_{iu} \end{aligned} \quad (4.2)$$

따라서, 설계된 BLDC 전동기의 코킹토크를 최소화하기 위해서 목적함수는 식(4.3)과 같이 정의하였다. 또한 EPS 시스템에서 요구하는 전동기의 토크값을 유지할 수 있도록 제약함수를 식(4.4)과 같이 정의하였으며, 각 설계변수의 범위도 제약조건에 포함시켰다. 이때 스큐에 글은 실제 제작상 문제점을 고려하여 최대값이  $10(^{\circ})$  를 넘지 않도록 제한을 두었다.

$$\begin{aligned} \text{minimize : } \\ f_{obj}(x_i) = T_{co}(x_i), \quad i=1, \dots, 4 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Subject to :

$$\begin{aligned} g(x) &= T_{rms} \geq 2.1 \\ 3 \leq x_1 &\leq 7, \quad 3 \leq x_2 \leq 7 \\ 0 \leq x_3 &\leq 10, \quad 0 \leq x_4 \leq 4 \end{aligned} \quad (4.4)$$

BLDC 전동기의 코킹토크를 저감하기 위해서 최적화를 수행하여 구한 설계 변수값을 표 4.1에 나타내었다.

표 4.1 RSM을 이용하여 결정한 설계변수

설계변수			
슬롯 개구폭 ( $x_1$ )	노치 ( $x_2$ )	스큐 ( $x_3$ )	자극비 ( $x_4$ )
4.85 ( $^{\circ}$ )	4.9 ( $^{\circ}$ )	10 ( $^{\circ}$ )	2.77 ( $^{\circ}$ )

결과적으로 코킹토크의 리플피크값은  $0.0172 (N \cdot m)$ 이고 토크값은  $2.462 (N \cdot m)$ 을 가진다. 이것은 초기 설계된 전동기의 코킹토크 리플피크값보다 약 94.5 (%) 감소를 가져왔으며 또한 전동기의 코킹토크 저감을 위한 설계변수 결정에 있어서 전동기의 토크값을 제약조건으로 두었다. 그리고 그림 4.1에는 RSM으로부터 구한 설계변수를 사용하였을 때, 전동기의 코킹토크 및 토크해석 결과를 나타내었다. 그림 4.2와 그림 4.3은 설계변수에 대한 출력값의 응답특성을 나타내었고, 이러한 응답표면은 설계변수의 변화에 대한 출력값의 변화를 쉽게 예측할 수 있다. 그리고 설계자가 관심을 두고 있는 영

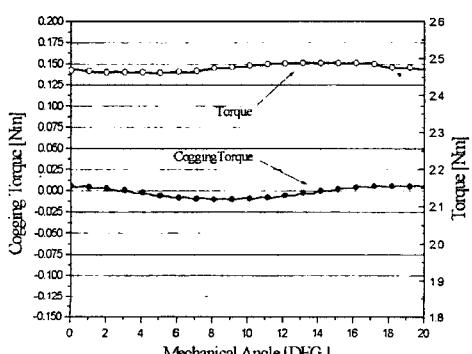


그림 4.1 코킹토크와 토크의 FEM 해석결과

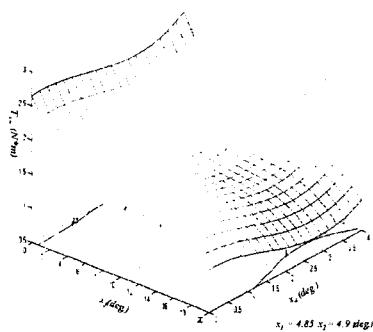


그림 4.2 코킹토크 대한 Response Surface

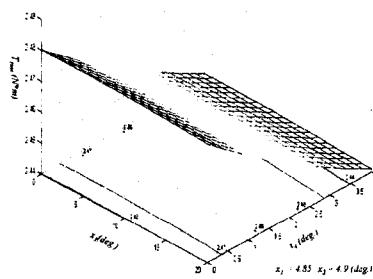


그림 4.3 토크에 대한 Response Surface

역내에서 설계변수의 범위를 재결정할 수 있도록 도와준다. 이렇게 관심 영역을 좁혀 나감으로써 설계변수와 출력변수 사이의 근사함수의 오차를 줄일 수 있다.

## 5. 결론

본 논문에서는 유한요소해석을 결합한 RSM을 사용하여 BLDC 전동기의 코킹토크 저감을 위한 최적화를 수행하였다. RSM은 많은 설계변수와 출력변수의 상호관계를 규명할 수 있는 훌륭한 통계적 근사법이라 사료된다. 앞으로 회귀모형에 대한 자속된 연구 및 분산분석을 통한 회귀모형의 간략화에 대한 검토가 필요하다.

## (참 고 문 헌)

- [1] 朴聖炫, “統計的多變量反應表面分析에 의한 工程最適化手法과 그의 電算化”, HAWAHAK KONHAK, Vol. 18, No. 6, pp. 503-512, December 1980.
- [2] 류세현, “BLDC 모터의 기본특성 및 해석기술”, 전자부품, September 1999.
- [3] Gillion 외 1명, “Shape Optimization of a Permanent Magnet Motor Using the Experimental Design Method”, IEEE Trans. on Magn., Vol.35, No.3, pp.1278-1281, May 1999.
- [4] Ruowen 외 5, “Applying Response Surface Methodology in the Design and Optimization of Electromagnetic Devices”, IEEE Trans. on Magn., Vol.33, No.2, pp.1916-1919, March 1997.
- [5] Myers 외 1명, Response Surface Methodology, WILEY INTER SCIENCE, 1995.