

## 계단 응답을 이용한 유도 전동기 파라미터 식별

전 범호\*, 노 치원\*, 류 준형\*, 이광원\*\*

\*아주 대학교 대학원 전자 공학과 \*\*아주대학교 전자 공학부

### Induction Motor Parameter Identification using Step Response

Jeon Bum Ho, Roh Chi Won, R yu Joon Hyung, Lee Kwang Won  
School of Electronics Engineering Ajou University

**Abstract** - This paper presents a parameter identification method to estimate the stator resistance, stator inductance, rotor resistance and rotor inductance of the induction motor. A step voltage is applied across the stator terminals while the machine is in the standstill condition, and the resulting stator voltage and current response are measured. Observer/Kalman Filter Identification(OKID) algorithm is used to estimate induction motor parameters. Simulation results are presented to verify the identified model.

#### 1. 서 론

유도 전동기의 파라미터는 벡터 제어를 설계하는데 직접적으로 영향을 주므로 정확한 식별이 전체 시스템의 제어 성능을 향상시킬 수 있는 중요한 요소이다[1]. 이러한 유도 전동기 파라미터는 일반적으로 전동기 시험을 통하여 산정이 가능하지만, 실제 유도 전동기가 설치되어 있는 경우 회전 시험은 하기 어려운 단점이 있다. 이때 유도 전동기의 토오크를 발생시키지 않도록, 인버터를 통해 고정자의 한 축에만 시험 신호를 가해 고정자에 흐르는 전류로부터 파라미터를 식별하는 방법을 사용할 수 있다[2].

본 논문에서는 유도 전동기의 파라미터를 식별하기 위해 입력 신호로 계단 신호를 가해서 얻어진 입·출력 데이터를 이용하고자 한다. 파라미터는 상태 공간에서 얻어진 시스템 행렬 A, B, C, D로부터 전달함수를 구해서 각각의 파라미터를 얻는다. 시스템 행렬 A, B, C, D를 얻는 방법으로는 OKID(Observer/Kalman Filter Identification) 알고리즘을 사용하였다[3]. 제안된 방법을 모의 실험을 통하여 검증 하였다.

#### 2. 시스템 식별

##### 2.1 유도 전동기 모델링

유도 전동기의 한축에만 전압을 가했을 때 고정자에서 본 유도 전동기의 등가 회로는 다음과 같다.

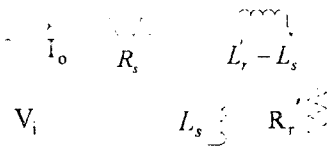


그림 1 I'-형 등가 회로

$R_r$ : 환산된 회전자 저항  $R_s$ : 고정자 저항  
 $L_r$ : 환산된 회전자 인덕턴스  $L_s$ : 고정자 인덕턴스

여기서

$$L_r = a^2 L_r, \quad R_r = a^2 R_r, \quad a = \frac{L_s}{L_m}$$

$L_m$ : 상호 인덕턴스

환산된 값을 이용해서 고정자 전류와 회전자 전류를 상태로 본 상태 공간 모델을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_1(t) \\ \frac{d}{dt} i_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{(1+\sigma)}{\sigma L_s} R_s & \frac{R_r}{\sigma L_s} \\ \frac{R_r}{\sigma L_s} & -\frac{R_r}{\sigma L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{(1+\sigma)}{\sigma L_s} \\ -\frac{1}{\sigma L_s} \end{bmatrix} v_1(t) \quad (1)$$

$$i_1(t) = [1 \ 0] \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix} \quad \text{단, } \sigma = \frac{L_r}{L_s} - 1$$

이 식을 풀어서 어드미턴스를 구해 보면 다음과 같다.

$$\frac{I(s)}{V(s)} = \frac{(L_s + \sigma L_r)s + R_s}{\sigma(L_s)^2 s^2 + (R_s L_s + R_r(L_s + \sigma L_r))s + R_s R_r} \quad (2)$$

##### 2.2 OKID 알고리즘

시스템 식별의 문제는 제어기의 설계시 필요하게 되는 시스템의 정확한 모델을 구하는 문제이다. 현재 대부분의 기술은 마코프 파라미터로 알려진 샘플 펄스 또는 임펄스에 의한 시스템의 응답을 기초로 해서 구한다. 실제로 시스템의 식별은 입·출력 데이터가 식별되어질 시스템의 차수만큼만 측정 데이터가 있으면 가능하지만 데이터에 잡음이 있는 경우에는 좀더 정확한 값을 얻기 위해서 긴 데이터를 사용하게된다. 그리고 시스템의 감쇄비가 작은 경우 시스템의 특징을 가진 마코프 파라미터를 얻기 위한 데이터의 양이 많아진다. 관측기는 실제적으로 데이터를 압축하고 시스템 식별의 성능을 향상시킨다. 이 관측기의 극점을 임의의 점에 위치시킬 수 있으므로 관측기 마코프 파라미터의 감쇄비를 임의로 결정할 수 있다.

측정된 데이터가 프로세스 또는 측정 잡음을 포함하고 있는 경우 시스템의 불확실성을 입·출력 공분산의 함수인 정상상태 칼만 필터 이득을 가진 칼만 필터식을 사용해서 나타낼 수 있다. 이 경우 고차의 deadbeat 관측기를 얻기 위해서 Z-평면에서 관측기 극점이 원점에 있고, 프로세스 잡음과 측정 잡음이 포함된 데이터를 원하는 마코프 파라미터를 얻는데 사용하면 결과는 칼만 필터 마코프 파라미터가 된다.

이산시간 선형 시스템을 다음과 같이 표현한다.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) \end{aligned} \quad (5)$$

$x(k): n \times 1, y(k): m \times 1, u(k): r \times 1, k$ : time step

위 시스템의 입·출력 관계식은 다음과 같다.

$$y(k) = CA^k x(0) + \sum_{\tau=0}^{k-1} CA^{k-\tau-1} Bu(\tau) + Du(k) \quad (6)$$

위식에서 첫 번째항은 초기 조건에 의한 값이며

$CA^{k-\tau-1}B$ 는 D와 함께  $Y_{k-\tau-1}$ 로 표현되는 시스템의 마코프 파라미터이다. 초기 값이 없는 경우에 위 시스템은 식(7)과 같이 된다.

$$y(k) = \sum_{\tau=0}^{k-1} Y_{\tau} u(k-\tau-1) + Du(k) \quad (7)$$

k번째의 시스템 출력을 표현하기 위해서는 k+1개의 마코프 파라미터가 필요하다. 만약 시스템이 점근적으로 안정하면  $k \geq p$  이후의 마코프 파라미터는 무시할 수 있다.

$$y(k) \approx \sum_{\tau=0}^{k-1} Y_{\tau} u(k-\tau-1) + Du(k) \quad (8)$$

시스템의 차수가 유한한 경우 서로 독립인 마코프 파라미터의 개수는 단지 시스템 차수만큼만 존재하게 된다. 충분한 감쇄비가 있는 경우에는 p의 값을 충분히 크게 해서 풀면 입·출력관계를 얻을 수 있다. 하지만 감쇄가 작은 경우에는 유효한 마코프 파라미터의 수가 매우 커지게 된다. 이러한 단점을 해결하기 위해서 관측기를 부가한 시스템을 만든다.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \bar{A}x(k) + \bar{B}v(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) \end{aligned}$$

$$\bar{A} = A + GC, \quad \bar{B} = [B + GD, -G], \quad v(k) = \begin{bmatrix} u(k) \\ y(k) \end{bmatrix}$$

$$y(k) = \sum_{\tau=0}^{k-1} \bar{Y}_{\tau} v(k-\tau-1) + Du(k) \quad (k \geq p) \quad (9)$$

여기서  $\bar{Y}_{k-\tau-1} = C\bar{A}^{k-\tau-1}\bar{B}$ 이다.

만약  $C\bar{A}^p \bar{B} \approx 0$   $k \geq p$ 이면 관측기 마코프 파라미터를 입·출력 데이터로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$y_{m \times l} = \bar{Y}_{m-\{(r+m)p-r\}} V_{\{(r+m)p+r\} \times l}$$

여기서

$$\bar{Y} = [DC\bar{B} \quad C\bar{A}\bar{B} \quad \dots \quad C\bar{A}^{p-1}\bar{B}]$$

$$V = \begin{bmatrix} u(0) & u(1) & u(2) & \dots & u(p) & \dots & u(l-1) \\ & v(0) & v(1) & \dots & v(p-1) & \dots & v(l-2) \\ & & v(0) & \dots & v(p-2) & \dots & v(l-3) \\ & & & \text{O} & \text{M} & \dots & \text{M} \\ & & & & v(0) & \dots & v(l-p-1) \end{bmatrix} \quad (10)$$

관측기 마코프 파라미터  $\bar{Y}$ 는  $\bar{Y} = yV'$ 이다.  $V'$ 는 V의 의사-역행렬이다.

원래 시스템이 관측 가능 하면  $\bar{A}$ 의 고유값을 임의의 점에 위치시킬 수 있는 행렬 G를 언제나 얻을 수 있다. 관측된 시스템 행렬의 고유값을 적당히 잡아서 입·출력 관계를 표현하는데 필요한 데이터의 수를 줄일 수 있다.

이렇게 계산된 관측기 마코프 파라미터는 시스템 마코프 파라미터와 관측기 이득 마코프 파라미터를 포함하고 있다. 시스템 행렬 A, B, C, D를 계산하기 위해서는 시스템 마코프 파라미터를 알아야 한다.

관측기 마코프 파라미터를 다음과 같이 나눌 수 있다.

$$\bar{Y} = [\bar{Y}_0 \quad \bar{Y}_1 \quad \bar{Y}_2 \quad \dots \quad \bar{Y}_p]$$

여기서

$$\bar{Y}_0 = D$$

$$\bar{Y}_k = C\bar{A}^{k-1}\bar{B}$$

$$= [C(A+GC)^{k-1}(B+GD) - C(A+GC)^{k-1}G] \quad (11)$$

$$\equiv [\bar{Y}_k^{(1)} - \bar{Y}_k^{(2)}] \quad k=1,2,3,\dots$$

위 식으로부터 시스템 마코프 파라미터와 관측기 이득 마코프 파라미터는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} [Y_k \quad Y_k^0] &= [CA^{k-1}B \quad CA^{k-1}G] = CA^{k-1}[B \quad G] \\ &= [\bar{Y}_k^{(1)} - \bar{Y}_k^{(2)}D \quad \bar{Y}_k^{(2)}] - \sum_{\tau=1}^{k-1} \bar{Y}_{\tau}^{(2)} [Y_{k-\tau} \quad Y_{k-\tau}^0] \end{aligned} \quad (12)$$

이렇게 구해진 시스템 마코프 파라미터로부터 시스템 행렬은 ERA(Eigensystem Realization Algorithm)를 이용하여 구한다.

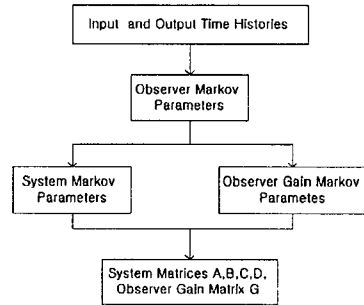


그림 2 OKID Flowchart

이렇게 구해진 시스템 행렬 A, B, C, D는 고유값이 같은 많은 다른 형태로 얻어질 수 있다. 실제의 파라미터값을 얻기 위해서는 상태 공간모델로부터 전달함수를 얻어야 한다.

### 2.3 파라미터 식별

위에서 얻어진 시스템 행렬 A, B, C, D로부터 전달 함수를 구해 보면 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{Y(s)}{U(s)} = C(sI - A)^{-1}B + D \\ &= \frac{cs + d}{s^2 + as + b} \end{aligned} \quad (13)$$

이제 a, b, c, d값과  $\omega_n$ 으로부터 실제 유도 전동기 파라미터를 계산 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} R_{spu} &= \frac{b}{d} \\ R'_{spu} &= \frac{(ad - bc)^2}{d(acd - bc^2 - d^2)} \\ \sigma &= \frac{d^2}{(cad - bc^2 - d^2)} \\ X_{spu} &= \left( a - \frac{bc}{d} \right) \frac{\omega_n}{d} \\ X'_{spu} &= (\sigma + 1)X_{spu} \end{aligned} \quad (14)$$

### 3. 모의 실험 및 결과

제안된 방법을 검증하기 위해서 모의 실험을 수행 하였다. 입력전압은 크기가 0.01인 계단입력을 가하고, 샘플링 주기는 1 [ms]하여 유도기 등가회로부터 전류출력을 얻었다. 입력 전압에 잡음을 가하지 않은 경우와 가한 경우에 대하여 비교하였다. 각각의 입력과 출력 추정된 시스템에 의한 출력을 나타내고 있다.

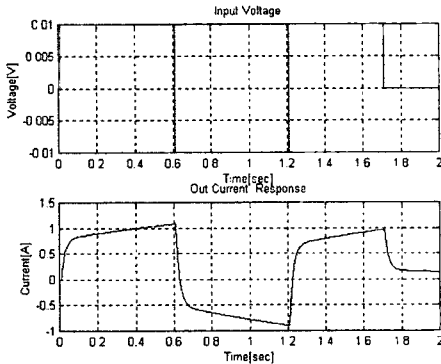


그림 3 잡음이 없는 계단 입력과 출력

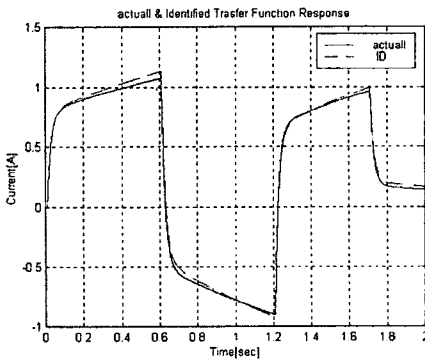


그림 4 실제 전류 출력과 추정된 전류 출력

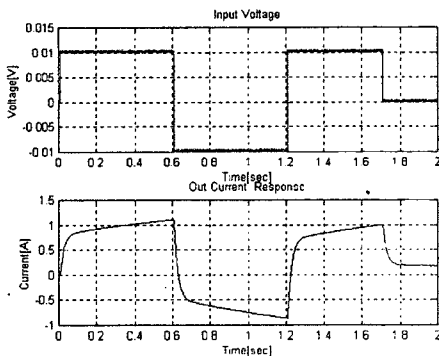


그림 5 입력 잡음 첨가시 입력과 출력 파형

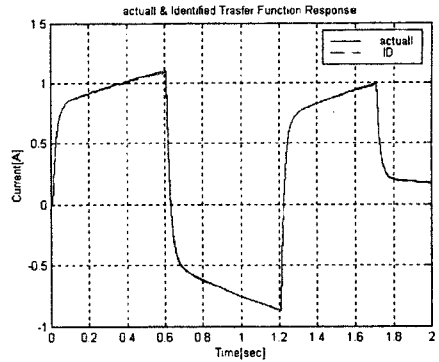


그림 6 실제 전류 출력과 추정된 전류 출력

시스템의 모든 주파수 영역에서의 응답을 위해서는 백색 잡음을 입력 신호로서 가해야 하지만 실제 인버터를 통해서서는 가할 수 없다. 그러나 계단 신호를 가할 때 입력 파형의 불연속점에서 백색 잡음을 입력으로 가한 경우와 같은 현상이 일어난다. 그림 3.4는 잡음이 없는 경우에 대한 입력과 출력 데이터에 의한 OKID 알고리즘을 통한 추정된 시스템에 의한 전압 입력에 대한 출력 파형을 나타낸다.

실제 유도 전동기에 전압 입력을 가하는 경우 인버터를 통해서 한다. 입력에 잡음을 5%정도 첨가한 경우에 대해서 그림 5,6에 나타내었다. 입력 전압에 잡음을 가한 경우가 실제 시스템과 같은 응답을 나타내고 있다. 그러나 이것은 실제 구현하기가 어려운 문제가 있다.

### 4. 결 론

본 논문에서는 유도 전동기의 파라미터를 단위 계단 입력을 가해서 얻은 전압·전류로부터 파라미터를 얻는 방법을 모의 실험을 통하여 검증하였다. OKID에 의한 방법은 입력으로 모든 주파수 성분이 포함되어 있는 신호를 사용해야 한다. 그러나 실제 그런 신호를 얻을수 없으므로 신호에 불연속 점이 있는 신호를 가하므로서 원하는 신호를 만들 수 있다. 이렇게 얻어진 유도 전동기 파라미터는 속도 센서 없는 벡터제어에 적용할 수 있다.

향후 과제로는 측정 잡음에 대한 영향을 개선하는 것과 실제 실험을 통해서 모의 실험의 결과를 검증하고 실시간으로 전동기 제어시에 활용하고자 한다.

#### (참고 문헌)

- (1) T.Stefanski "Parameter identificatio of Inverter Drive System", IEE Proc.-Elevtr.Power Appl. Vol.141, No.6, pp.303-307, 1994
- (2) S.I.Moon "Estimation of Induction Machine Parameters from Standstill Time-Domain Data", IEEE Transactions on industry Applcation, Vol.30, No.6, pp.1609-1615, 1994
- (3) Jer-Nan Juang, "Identification of Observer/Kalman Filter Markov Parameters: Theory and Experiments", AIAA, Vol16 No 2, pp. 320-329, 1993