

## 부분적인 상태궤환과 공진비제어를 갖는 2관성계의 진동억제제어

김진수<sup>o</sup>, 박해암<sup>o</sup>, 김영석<sup>\*</sup>  
남부대학교 컴퓨터전자공학부, 인하대학교 전자전기컴퓨터공학부\*

### Vibration suppression control of two-mass system using partial state feedback and resonance ratio control

Jin-Soo Kim<sup>o</sup>, Hae-Am Park, Young-Seok Kim<sup>\*</sup>  
Nambu University, Inha University\*

**Abstract** - In the industrial motor drive system which is composed of a motor and load connected with a flexible shaft, a torsional vibration is often generated because of the elastic elements in torque transmission. To solve this problem, the two-degrees-of-freedom  $H_{\infty}$  controller was designed. But it is difficult to realize that controller. In this paper, a new partial state feedback  $H_{\infty}$  controller with resonance ratio control is proposed. Proposed controller has simple structure but satisfies the attenuation of disturbances and vibrations.

### 1. 서 론

전동기 가변속 제어에 있어서 전동기와 부하기계가 강성이 작은 축으로 연결되는 경우 전동기의 관성과 부하의 관성에 의해 축에 비틀림 진동이 발생한다. 이와 같이 구성된 기계계를 2관성계라고 한다. 이러한 2관성계의 축비틀림 진동을 억제하기 위하여 관측기나 필터를 사용하여 상태변수를 추정하고 상태궤환하여 제어하는 방법,  $H_{\infty}$ 제어에 의한 방법이 연구되어지고 있다[1~4].

이러한 연구 가운데 가중함수를 조절하여 외란·진동 억제 성능을 만족하게 하는  $H_{\infty}$ 제어를 중심으로 한 관제이가 여러 분야에서 활발하다. 그러나  $H_{\infty}$ 제어의 경우, 목표치추종성능이 과도응답으로 인해 나빠진다. 이러한 목표치추종성능을 개선하기 위해 기존에 2자유도 제어기를 갖는 형태가 있지만, 이와 같은 2자유도 제어기는 목표치응답특성이 양호하나 2자유도 제어기 설계의 어려움과 제어기 자체가 복잡해지고 실제로 구현시 많은 연산량이 요구되어지는 단점이 있다[4].

본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해 축정 가능한 상태변수만을 피드백하여 보상함으로써 목표치추종성능을 개선하고 제어기 구조도 간단해질 수 있는 부분적인 상태궤환을 갖는  $H_{\infty}$ 제어를 제안한다. 또한 이 제어법에 공진비제어를 부가하여 외란에 대하여도 개선된 2관성계의 새로운 진동억제제어법을 제안한다. 제안된 2관성계의 진동억제제어가 간단하면서도 좋은 성능을 가짐을 pole-zero map을 통하여 확인한다.

### 2. 2관성계

강성이 작은 축에 의해 전동기와 부하가 연결된 2관성계는 그림 1과 같고 그 블록선도는 그림 2와 같이 구성된다. 상태방정식은 다음 식과 같다.

$$\dot{x} = A_p x + B_p T_M + B_d T_L, \quad y = C_p x \quad (1)$$

여기서

$$x = \begin{pmatrix} \omega_M \\ T_{SH} \\ \omega_L \end{pmatrix}, \quad A_p = \begin{pmatrix} -\frac{B_M}{J_M} & -\frac{1}{J_M} & 0 \\ K_{SH} & 0 & -K_{SH} \\ 0 & \frac{1}{J_L} & -\frac{B_L}{J_L} \end{pmatrix}$$

$$B_p = \begin{pmatrix} \frac{1}{J_M} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B_d = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{J_L} \end{pmatrix}, \quad C_p = (1 \ 0 \ 0)$$

단,  $J_M, J_L$  : 전동기, 부하관성모멘트

$B_M, B_L$  : 전동기, 부하감쇠계수

$K_{SH}$  : 축비틀림상수

$\omega_M, \omega_L$  : 전동기, 부하속도

$T_M, T_{SH}, T_L$  : 전동기발생토크, 축비틀림토크, 부하외란토크

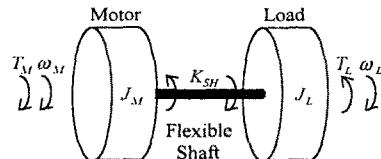


그림 1 2관성계 플랜트 모델

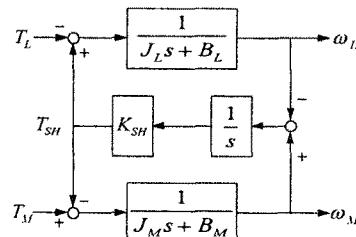


그림 2 2관성계 블록선도

제어대상인 2관성계의 제어량은 부하속도  $\omega_L$ 이지만 측정 불가능하므로, 측정 가능한 전동기속도  $\omega_M$ 을 제어하여 2관성계를 제어한다.

### 3. 2관성계에 대한 $H_{\infty}$ 제어기 설계

#### 3.1 $H_{\infty}$ 제어이론의 2관성계에의 적용

2관성계에 대하여  $H_{\infty}$ 제어이론을 적용하기 위하여 그림 3과 같이 일반화플랜트를 설정한다.

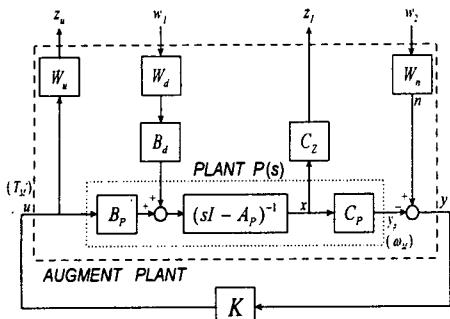


그림 3  $H_{\infty}$ 제어 일반화플랜트

그림 3에 있어서

$$C_z = \begin{pmatrix} C_p & C_I \\ C_I & 0 \end{pmatrix}, z_1 = \begin{pmatrix} z_{11} \\ z_{12} \\ z_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_M \\ \omega_M - \omega_L \\ \omega_L \end{pmatrix} \quad (2)$$

단,  $C_p = (1 \ 0 \ 0)$ ,  $C_I = (0 \ 0 \ 1)$

$T_L$ 은 외란토크,  $n$ 은 속도지령치,  $W_d$ 와  $W_n$ 은 이를 위한 가중함수이다.

### 3.2 가중함수의 설정

그림 3의  $H_{\infty}$ 제어 일반화플랜트에서 가중함수  $W_d$ 는 부하 외란토크  $T_L$ 로부터 전동기속도, 부하속도 및 그 것들의 차속도까지의 폐루프 전달함수의 개인특성을 지정하는 가중함수이다. 이 폐루프 전달함수를 비틀림 전동이 없는 1관성계의 개인특성 형태로 주파수 정형할 수 있다면 축비틀림진동은 억제 가능하다. 따라서 가중함수  $|W_d|^{-1}$ 가 1관성계의 개인특성 형태로 되도록 가중함수  $W_d$ 를 다음 식으로 설정한다.

$$W_d = \gamma_d \frac{(s + \omega_d)^2}{(s + 10^{-3})(s + 10^5)} \quad (3)$$

위 식에서 주어진 가중함수의 개인특성  $|W_d|^{-1}$ 는 그림 4와 같다.

가중함수  $W_n$ 은 고주파대역에 있는 관측노이즈와 모델화 오차에 대한 영향을 제거하기 위해,  $W_n$ 은 고역특성을 가지도록 한다.  $W_n$ 은 일반적으로 혼합감도문제의 상보감도함수에 대한 가중함수에 해당하고 이것에 따라 식을 설정하면 다음 식과 같다.

$$W_n = \gamma_n \frac{(s + 10)}{(s + 10^5)} \quad (4)$$

위 식에서 주어진 가중함수의 개인특성  $|W_n|^{-1}$ 은 그림 4와 같이 저역필터 형태가 된다.

식 (3)과 식 (4)의 변수  $\gamma_d$ ,  $\omega_d$ ,  $\gamma_n$ 을 적절히 설계하고 Matlab을 사용하여  $H_{\infty}$ 제어기  $K(s)$ 를 구할 수 있다.  $\gamma_d=0.3$ ,  $\omega_d=15$ ,  $\gamma_n = 550$ 인 경우의 제어기  $K(s)$ 를 구하였다.

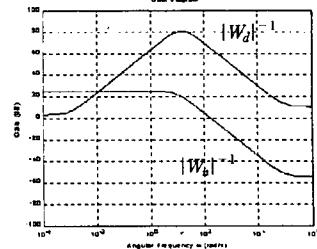


그림 4 가중함수의 보드선도

### 4. 부분적인 상태궤환과 공진비제어를 갖는 $H_{\infty}$ 제어

#### 4.1 부분적인 상태궤환을 갖는 $H_{\infty}$ 제어기의 구성

기존의 2자유도  $H_{\infty}$ 제어기[4]는 목표치응답특성이 양호하나 2자유도 제어기 설계의 어려움과 제어기 자체가 복잡해지는 단점이 있어 실제로 구현시 많은 연산량이 요구되어진다.

이러한 단점을 해결하기 위하여, Minor 루프가 목표치응답시 Damping을 증가시켜 오버슈트를 없애고 목표치응답을 개선할 수 있다는 점에 착안하여, 측정할 수 있는 상태변수를 피드백하여 Minor 루프를 형성함으로써 그림 5와 같은 목표치응답특성을 개선할 수 있는 제어기를 제안한다.

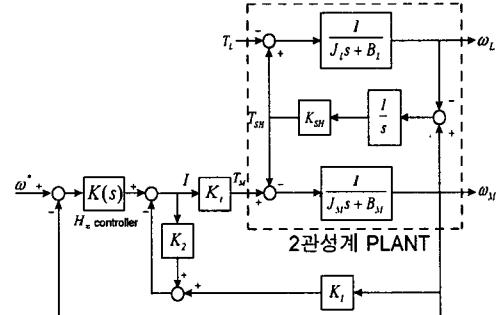


그림 5 부분적인 상태궤환을 갖는  $H_{\infty}$ 제어기

그림 5는 기존의  $H_{\infty}$ 제어기에 측정 가능한 상태변수인 전동기속도  $\omega_M$ 과 토크지령전류  $I$ 를 피드백하여 minor 루프를 구성한 형태이다.  $K_1$ ,  $K_2$ 는 피드백 제어기로,  $H_{\infty}$ 제어기  $K(s)$ 는 피드포워드 제어기로 구성된 2자유도 제어기의 형태로 볼 수 있다.  $K_1$ ,  $K_2$ 는 상수 계인으로 기존의 2자유도  $H_{\infty}$ 제어기[4]보다 간단하고 연산량을 대폭 줄일 수 있는 장점이 있다.

#### 4.2 부분적인 상태궤환 개인 $K_1, K_2$ 설정

개인  $K_1$ ,  $K_2$ 의 설정을 위하여 그림 5의 파라메타를 각각  $J_M=0.008$ ,  $J_L=0.08$ ,  $K_{SH}=78.16$ 으로 하고, 토크전류에 대한 토크상수를  $K_t=2.2365$ ,  $H_{\infty}$ 제어기를  $K(s)$ 로 하면, 속도지령치  $\omega^*$ 에서 부하속도  $\omega_L$ 까지의 전달함수의 특성방정식은 다음과 같은 형태이다.

$$F(s) = a_9 s^9 + a_8 s^8 + a_7 s^7 + a_6 s^6 + a_5 s^5 + a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s^1 + a_0 \quad (5)$$

특성방정식인 식 (5)에서 제어대상 플랜트를 불안정하

계 하는 양의 실수부분을 갖는 해가 없기 위한 조건은 모든 계수( $a_9, \dots, a_0$ )의 부호가 같아야 한다. 이 조건을 이용하여 상태궤환 계인  $K_1, K_2$ 의 영역을 구한다. 이 영역 내에서 시뮬레이션을 통해 구한 최적의 계인은  $K_1 = 0.005, K_2 = 0.4$ 이다.

#### 4.3 Pole-zero map에 의한 특성 고찰

그림 6은 그림 5에서 부분적인 상태궤환이 없는 죠.  $K_1$ 과  $K_2$ 가 0인 경우의 속도지령치  $\omega^*$ 에서 부하속도  $\omega_L$ 까지의 전달함수의 pole과 zero를 나타낸 것이다. dominant pole이 허축에 가까이 존재하여 불안정해질 수 있고 오버슈트가 나타날 수 있음을 알 수 있다. 그림 7은 부분적인 상태궤환이 있는 경우의  $\omega^*$ 에서  $\omega_L$ 까지의 전달함수의 pole과 zero를 나타낸 것이다. 그림 6보다 현저하게 허축상의 dominant pole이 원쪽으로 이동함으로써 damping ratio가 크게 개선되어 오버슈트가 없어지고 응답속도도 향상됨을 추정할 수 있다.

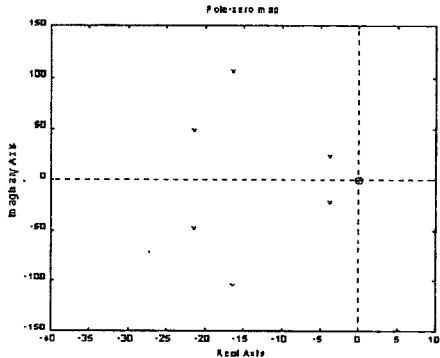


그림 6  $\omega^*$ 에서  $\omega_L$ 까지의 Pole-zero map  
(부분적인 상태궤환이 없는  $H_\infty$ 제어기)

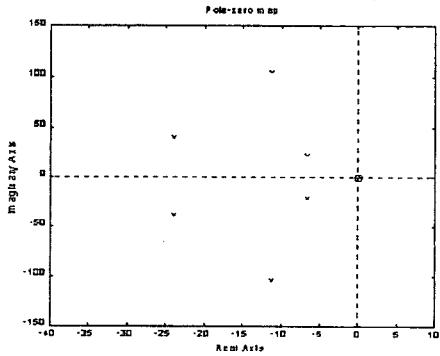


그림 7  $\omega^*$ 에서  $\omega_L$ 까지의 Pole-zero map  
(부분적인 상태궤환을 갖는  $H_\infty$ 제어)

#### 4.4 공진비제어 적용시의 특성 고찰

2관성계에 공진비제어라는 개념을 도입한다. 공진비제어를 갖는 2관성계의 블록선도는 그림 8과 같다. 공진비제어는 축비틀림토크  $T_{SH}$ 를 계인  $K_R$ 에 비례시켜 피드백 시킴으로써 전동기의 관성을 가상적으로 변동시키는 제어방법이다. 축비틀림토크가 외란을 포함하기 때문에 제어대상에 의하여 축비틀림을 억제하는 작용을 할 수 있다. 그림 9는 부분적인 상태궤환과 공진비제어를 갖는 경우의  $\omega^*$ 에서  $\omega_L$ 까지의 전달함수의 pole과

zero를 나타낸 것이다.  $K_R = 1.3$ 인 경우로 현저하게 pole이 원쪽으로 이동함으로써 특성을 크게 개선함을 알 수 있다.

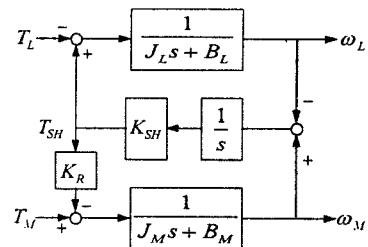


그림 8 공진비제어를 갖는 2관성계의 블록선도

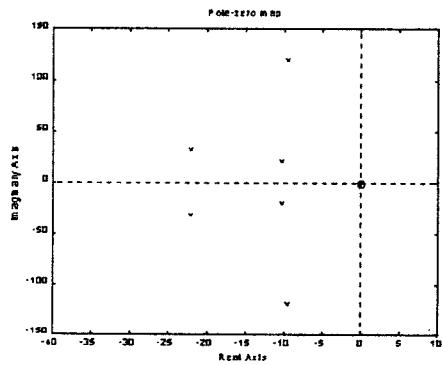


그림 9  $\omega^*$ 에서  $\omega_L$ 까지의 Pole-zero map  
(부분적인 상태궤환과 공진비제어를 갖는  $H_\infty$ 제어)

## 5. 결 론

본 논문에서는 2관성계 시스템에서 목표치추종특성과 외란억압특성을 동시에 만족하는 새로운 제어법을 제안하였다. 기존의 2자유도  $H_\infty$ 제어는 목표치응답특성이 양호하나 2자유도 제어기 설계시 어려움과 제어기 자체가 복잡해지고 실제로 구현시 많은 연산량이 요구되어지는 단점이 있다.

본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위하여 측정 가능한 상태량인 전동기속도와 토크지령전류를 피드백하여 보상함으로써 목표치추종성능을 개선하고 제어기 구조도 간단해질 수 있는 부분적인 상태궤환을 갖는  $H_\infty$ 제어를 제안하였다. 또한 이 제어법에 공진비제어를 부가하여 외란에 대하여도 개선된 새로운 제어법을 제안하였다. 제안된 제어법이 간단하면서도 좋은 성능을 가짐을 pole-zero map을 통하여 확인하였다.

## (참 고 문 헌)

- [1] 杉林 道彦 外 2人, "2慣性共振系の状態フィードバックによる振動抑制制御とバラメータ変動を考慮した制御特性", 日本電気学会 産業応用部門全国大会, 1993, pp. 843~848
- [2] Jin-soo Kim, et. al, "The Vibration Suppression Control of the Two-Mass Resonant System using the  $H_\infty$  Filter", IEEE IECON, Vol. 3, 1998, pp. 1464~1470
- [3] 大内茂人 外 2人, " $H_\infty$ 制御理論に基づく電動機の制振制御", 日本電気学会論文誌, Vol. 113-D, No. 3, 1993, pp. 325~332
- [4] 森本茂雄 外 1人, " $H_\infty$ 制御理論を用いた共振機械系の2自由度速度制御", 日本電気学会論文誌, Vol. 116-D, No. 1, 1996, pp. 65~70