

## 유도전동기 구동 파라미터 특성 계산에 관한 연구

장용해\*, 임홍우\*\*, 조금배\*\*, 백형래\*\*

\*광주기능대학, \*\*조선대학교

### A Study on the Parameter Characteristics Calculation Method for Driving Induction Motor

Yong-Hae Jang\*, Hong-Woo Lim\*\*, Geum-Bae Cho\*\*, Hyung-Lae Baek\*\*

\*Kwangju Polytechnic College, \*\*Chosun University

**Abstract** - This paper presents characteristics calculation method which do not need measurement and test results. This paper draws out every motor parameters for fundamental and harmonic frequencies from the given motor demensions, and presents new equivalent circuits. Using this new equivalent, this paper performs characteristics simulations, and this paper shows that the simulation results agree well with values obtained by actual load test.

#### 1. 서 론

최근 전력전자기술의 발달에 힘입어 유도전동기의 운전은 인버터전원에 의한 비정현파 전압으로의 운전이 보편화되고 있다. 유도전동기가 인버터에 의해 구동되면 고조파 전류가 기본파 전류에 함유되어 고조파 손실이 증가하고, 특성이 정현파 구동시에 비해 많이 달라지게 된다.

비정현파 구동에 있어서의 특성 산정법은 몇 가지가 제안되었는데 크게 분류하면 아래와 같다.

첫째, 유도전동기를 정현파의 여러 주파수에서 무부하와 구속 시험을 하여 각 파라미터를 주파수의 함수로 만들어 특성을 계산하는 방법이 있다.<sup>[1-3]</sup> 이 방법은 각 파라미터의 주파수 의존성을 충분히 고려해 줄 수 있는 방법이나, 특성 산정을 하자면 실제 구하기 힘든 정현파의 가변전압, 가변 주파수의 전원 장치가 필요하여 특성 계산에 어려움이 있다.

둘째, 비정현파로 구동되는 유도전동기의 특성을 계산하기 위하여 유도전동기의 등가회로를 기본파와 고조파 등가회로를 분리하여 특성계산을 하고자 하는 방법이 있다. 이 방법은 먼저 정현파로 실험을 하여 기본파 등가회로를 구하고 고조파 슬립을 1, 그리고 여자 리액턴스 부분을 생략한 고조파 등가회로를 만든다. 그리고, 입력 전압을 주파수 분석하여 두 등가회로에서 풀이 각각의 전류를 계산하여 특성을 구하는 방법이다. 그러나 이 방법은 각 파라미터의 주파수 의존성을 충분히 고려해 주기는 힘들다.

또 다른 특성 계산법으로는 등가 정현파법이 있다. 이 방법은 사용할 인버터로 직접 무부하와 구속시험을 하여 이때의 전압 및 전류 그리고 입력을 이용하여 원선도법처럼 유도전동기의 각 파라미터 및 특성을 계산하는 방법이다. 이 방법은 유도전동기를 무부하, 구속시험을 한 주파수에서는 정확한 특성예측이 가능하나, 가변속 운전을 위하여 기본파 주파수를 바꾸었을 때 각 파라미터의 주파수 의존성을 충분히 고려해 주지 못하는 단점이 있다.

위의 세 연구 결과는 모두 실험을 먼저 한 후에 전동기의 특성을 계산하는 방법이다. 즉 설계자가 설계 치수를 가지고는 위의 방법들을 이용하여 특성을 예측할 수는 없다. 설계 치수로서 정현파의 고정된 주파수에서의 특성을 구할 수 있는 연구결과가 있는데 이 방법은 고조파에 의한 부가적 손실이 모델링 되지 않아 비정현파로

구동되는 유도전동기의 특성을 계산하는 데는 불충분하다. 또, 유도전동기의 고조파 입력에 의한 부가적 손실에 관한 여러 연구들이 있다. 이 연구들은 고조파 인가시의 유도전동기의 부가적 손실들에 대한 적절한 모델링이나, 특성계산에 적용하기는 힘들다.<sup>[1-3]</sup>

본 논문은 인버터로 구동되는 유도전동기의 특성 계산이 필요한 기본파 및 고조파에 대한 각 파라미터를 전동기의 각 부분의 치수와 재질로부터 구한다. 그리고, 이러한 파라미터를 이용하는 새로운 등가회로를 제시하고 있다. 한편, 설계시의 자료를 알 수 없는 경우에는 실험을 통하여 각 파라미터 산정에 쓰이는 상수를 구하여 제시한 등가회로를 만들 수 있다. 그리고 이들 2대의 유도전동기에 대해 특성 시뮬레이션과 실제 실험을 한 결과를 비교하여 본 논문이 방법의 타당성을 알아보았다.

#### 2. 유도전동기의 등가 파라미터 계산

유도전동기의 파라미터를 편이상 공극, 고정자, 회전자의 리액턴스 및 저항으로 나눈다. 각 부분에서의 기본파 및 고조파에 대한 파라미터 계산방법은 다음과 같다.

##### 2.1 공극 파라미터

공극 파라미터에는 공극 자속에 의한 철손을 나타내는 저항과 여자 리액턴스가 있다.

###### a) 철손 저항

기본 철손에 대해서 먼저 생각해 보면 다음과 같다. 단위 중량당 철손은 일반적으로 식 (1)과 같이 히스테리시스손과 와전손의 합으로 표현된다.

$$W_i = B^2 \left( \sigma_H \frac{f}{100} + \sigma_E d^2 \frac{f^2}{100} \right) (W/kg) \quad (1)$$

여기에서 B는 철판의 자속밀도를 나타내고 d는 철판의 두께를 표시하고, f는 기본파 주파수를 나타낸다. 그리고  $\sigma_H$ 와  $\sigma_E$ 는 각각 철판의 히스테리시스 손 계수와 와전손 계수를 나타낸다. 식 (1)에 고정자의 총 중량을 곱하고, 공극 자속의 향으로 아래식처럼 고정자철손 ( $W_{is}$ )와 회전자의 철손 ( $W_{ir}$ )을 구할 수 있다.

$$W_{is} = k_h f^2 \phi^2 d^2 \quad (2)$$

$$W_{ir} = k_h s f \phi^2 + k_e (s f)^2 \phi^2 d^2 \quad (3)$$

식 (3)에서 s는 슬립을 나타낸다. 전체 철손은 고정자에서 발생하는 것과 회전자에서 발생하는 것의 합이므로 식 (2)와 식 (3)을 합하여 전체 철손을 구할 수 있다. 공극의 역기 전력을  $V_m$  이라고 하면  $\phi^2 = k_c (V_m/f)^2$ 로 할 수 있으므로 총손실은 식 (4)로 표시할 수 있다.

$$W_i = k_c k_h \left[ \frac{1+s}{f} + (1+s^2) d^2 \frac{k_e}{k_h} \right] V_m^2 \quad (4)$$

보통 회전기용 철판에서는  $k_c/k_h$ 는 평균적으로 8.2의 값을 갖는다. 따라서 기본파 철손 저항은 아래와 같다.

$$W_{mi} = \frac{1}{k_e k_h \left[ \frac{1+s}{f} + (1+s^2) d^2 \times 8.2 \right]} \quad (5)$$

그리고 고조파(주파수  $f_n$ )에서의 철손 저항은 식 (5)와 거의 같은 형태이고, 고조파 슬롯을 1로 놓는다.

$$R_{mn} = \frac{1}{k_c k_h \left[ \frac{2}{f_n} + 16.4 \times d^2 \right]} \quad (6)$$

### b) 여자 리액턴스

기본과 여자 리액턴스는 전동기 치수들로 표시하면 다음과 같다.

$$X_m = \frac{8 \pi^2 f l^2 N_{sc}^2 m}{N_1 \times 10^7} \frac{0.317 N_1 d_a m}{P^2 g_c} \quad (7)$$

위의 식에서  $l_c$  는 고정자의 축방향길이,  $N_{sc}$  는 상당 직렬 도체수,  $m$  은 상수,  $N_1$  은 고정자 슬롯수,  $D_{in}$  은 고정자의 내경,  $k_w$  는 고정자 권선의 권선 계수,  $P$  는 극수, 그리고  $g_c$  는 유효 공극길이이다.

고조파 여자 리액턴스

$$X_{mn} = n X_m \quad (8)$$

이다. 여기서  $n$  은 고조파 차수를 나타낸다.

## 2.2 고정자 파라미터

고정자 파라미터는 고정자에서의 동손과 표유손을 나타내는 저항과 누설자력에 의한 누설리액턴스가 있다.

### a) 동손 저항

고정자 권선은 소형의 유도전동기에서는 소선 형태의 코일을 사용하기 때문에 표피효과는 무시할 수 있다. 따라서 기본파와 고조파에 고정자 동손을 계산할 때 동일한 직류 저항 값을 사용하면 된다. 이 저항 값의 계산은 1상권선의 등가 길이를 추정하면 알 수 있다. 먼저 한 도체 평균길이는 다음 식으로 예측할 수 있다.

$$MCL = l_c + \left( \frac{\pi D_e \gamma}{N_1} \right) ACT \quad (9)$$

여기에서  $D_e$  는 도선이 슬롯내에 위치한 평균 직경으로써  $D_e = D_{in} + D_1 + D_{10} + D_{11}$  으로 구할 수 있다. 그리고  $ACT$  한 코일이 점유하는 슬롯간격이다. 위의 식 (9)의 한도체의 평균길이  $MCL$ 과 상당 총 직렬 도체수  $N_{sc}$ , 병렬 회로수  $q$ , 그리고 저항율로써 고정자 1상의 저항을 아래식처럼 구할 수 있다.

$$R_s = MCL \left( \frac{N_{sc}}{q} \right) \left( \frac{1000 m \text{당 저항}}{1000} \right) \quad (10)$$

### b) 누설 리액턴스

고정자의 기본과 누설 리액턴스는 슬롯, 코일 단부, 지그재그, 그리고 상대 누설 리액턴스로 구성된다. 슬롯누설 리액턴스는 다음 식과 같다.

$$X_{s1} = \frac{8 \pi^2 f l^2 N_{sc}^2 m}{N_1 \times 10^7} (K_u K_{LF} + K_L \frac{1+3K_{LF}}{4}) \quad (11)$$

여기서  $f$  는 기본과 주파수를 나타내고  $K_u$  와  $K_L$  는 각각 슬롯내 도선이 존재하지 않는 부분과 존재하는 부분에서의 슬롯 상수를 나타내고,  $K_{LF}$  는 누설계수으로써 권선 형태에 의해 결정되어진다. 그리고,  $m$  은 상수를 나타낸다.

코일 단부 누설 리액턴스는 식 (12)로 구한다.

$$X_{ol} = \frac{8 \pi^2 f l^2 N_{sc}^2 m}{N_1 \times 10^7} \frac{0.3(3\gamma - 1) D_e N_1}{P^2 l_c} \quad (12)$$

여기서  $\gamma$  는 코일 피치이다.

지그재그 누설 리액턴스는 다음 식(13)과 같다.

$$X_{z1} = \frac{X_m}{1.2} \left( \frac{P}{N_1} \right)^2 \quad (13)$$

위 식에서 기본과 여자 리액턴스이다.

농형 유도기에서 농형 회로의 전류가 상대 누설 리액턴스를 없애는 방향으로 흐르기 때문에 상대 누설 리액턴스는 무시할 수 없다.

고정자의 기본과 누설 리액턴스  $X_{s1}$  은 다음과 같다.

$$X_{s1} = X_{s1} + X_{ol} + X_{z1} \quad (14)$$

그리고 고조파에 의한 고정자 누설 리액턴스는 식(15)와 같다.

$$X_{sn} = n(X_{s1}) \quad (15)$$

여기서  $n$  은 고조파 차수를 나타낸다.

### c) 표유 부하손 저항

표유 부하손은 일반적으로 손실균을 이루고 있는데 여기서는 개개적으로 다루지 않고 하나이 식을 써서 표시한다. 고정자 표유 부하손은 고정자에서 생기는 각종 누설 자속에 의한 히스테리시스손과 와전류손에 의해서 생긴다. 따라서 기본과 주파수  $f$  에 의해서 생기는 표유손은 앞의 식 (4)와 같은 형태이며 아래 식과 같이 표시 가능하다.

$$W_{s11} = k_c k_h \left[ \frac{1}{f} + d_2 \frac{k_c}{k_h} \right] V_{s11}^2 n \quad (16)$$

위에서  $V_{s11}$  은 고정자 누설 인덕턴스 양단 전압을 나타낸다. 따라서 고정자의 기본과 표유 부하손은 다음과 같이 된다.

$$R_{s11} = \frac{1}{k_c' k_h \left[ \frac{1}{f} + 8.2 \times d^2 \right]} \quad (17)$$

고정자의 고조파 표유 부하손은 식 (17)과 같은 형태이고 아래와 같다.

$$R_{sin} = \frac{1}{k_c' k_h \left[ \frac{1}{f} + 8.2 \times d^2 \right]} \quad (18)$$

## 2.3 회전자 파라미터

회전자 파라미터는 고정자와 마찬가지로 동손과 표유손을 나타내는 저항과 누설자력에 의한 누설 리액턴스가 있다.

### a) 동손 저항

농형 유도기의 회전자는 알루미늄 다이캐스팅한 바(bar) 형태가 많이 쓰인다. 따라서 회전자 전류의 주파수가 커지면 표피효과를 반드시 고려하여야 한다. 기본파에 대해서는 정상 상태에 회전자 전류의 주파수가 매우 낮으므로 직류저항을 그대로 사용하여도 거의 오차가 없다.

회전자의 1상당 기본과 저항을 구하면 아래와 같다.

$$R_r = (N_{sc} k_w)^2 m p \left( \frac{l_c}{N_2 A_b} + \frac{2 D_r}{\pi P^2 A_r} \right) \quad (19)$$

위의 식에서  $p$  는 알루미늄의 저항율이고  $N_2$  는 회전자 슬롯수,  $A_b$  는 바의 단면적,  $D_r$  은 엔드링의 평균직경, 그리고  $A_r$  은 엔드링의 단면적을 나타낸다.

고조파에 대해서 회전자 저항을 구하려면 표피효과를 반드시 고려하여야 한다. 표피효과를 고려하기 위해서 회전자바를 표피효과를 무시할 수 있는 간격의 층으로 자른 후 각층에서는 표피효과가 일어나지 않는다고 가정하여 회전자의 저항과 리액턴스를 구한다.

고조파 주파수  $f_n$  이 있을 때의  $i$  층에서 슬롯 누설 리액턴스와 저항을 구하면 다음 식(20)과 같다.

$$X_i = \frac{8 \pi^2 f_n d_i}{10^7} \frac{d_i}{3 d_i}, \quad R_i = \rho \frac{l_c}{A_i} \quad (20)$$

위에서  $d_i$  는  $i$  층의 깊이,  $W_i$  는  $i$  층의 폭, 그리고  $A_i$  는  $i$  층의 단면적이다. 각층은 서로 상호 인덕턴스가 존재하므로 식 (20)의 저항과 인덕턴스를 사용하여 회전자 바의 등가 회로를 그리면 그림 1과 같이 된다. 이것의 단자에서 본 합성 임피던스를  $Z_m$  이라고 하고 이것의 저항 분을  $R_m$ , 리액턴스 분을  $X_m$  이라고 부르기로 한다. 여기서  $X_m$  은 회전자 누설 리액턴스 중 슬롯 내에서의 누설 리액턴스를 나타내고 있다.

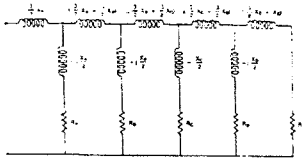


Fig. 1 Equivalence circuit of rotor bar considering surface effect

b) 누설 리액턴스

회전자의 누설 리액턴스는 슬롯누설 리액턴스, 지그재그 리액턴스, 스쿠누설 리액턴스로 구성된다. 기본파에 대한 슬롯누설 리액턴스는 고정자에서 계산한 것과 마찬가지로 계산이 가능하다.

$$X_{s2} = \frac{8 \pi^2 f l^2 N^2 \kappa m}{N_1 \times 10^7} (K_u K_{LF} + K_L \frac{1+3 K_{LF}}{4}) \quad (21)$$

지그재그 누설 리액턴스는 다음 식과 같다.

$$X_{z2} = \frac{X_m}{1.2} \left( \frac{P}{N_2} \right)^2 \quad (22)$$

그리고 스쿠 누설 리액턴스는

$$X_{sk} = X_m \left[ 1 - \frac{4 \sin^2 \left( \frac{\alpha}{2} \right)}{\alpha^2} \right] \quad (23)$$

이고, 여기서의  $\alpha$ 는 스쿠각(전기각)을 나타낸다. 따라서 회전자 기본파 누설 리액턴스  $X_{lr1}$ 은 다음 식으로 구해진다.

$$X_{lr1} = X_{s2} + X_{z2} + X_{sk} \quad (24)$$

고조파에 의한 회전자 누설 리액턴스는 다음과 같다.

$$X_{lrn} = n(X_{z2} + X_{sk}) + X_{lr1} \quad (25)$$

의에서  $n$ 은 고조파 차수를 나타낸다.

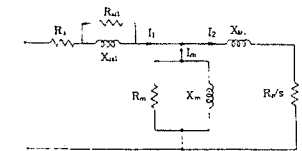
c) 표유 부하손 저항

회전자의 표유 부하손 역시 고정자의 표유 부하손과 같은 형태로 표시된다. 단 여기서는 회전자의 기본파에 의한 표유 부하손은 회전자 전류의 주파수가 낮기 때문에 무시 가능하다. 그리고 고조파 표유 부하손은 고정자에 쓰는 표현식과 같은 형태로 쓰는 것이 가능하다.

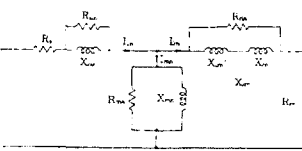
3. 등가회로의 구성과 특성계산식

3.1 등가회로의 구성

그림 2는 특성을 계산하기 위한 유도전동기의 등가회로를 구성한 것이다.



(a) Equivalence circuit of fundamental current



(b) Equivalence circuit of harmonic current

Fig. 2 Equivalence circuit of induction motor

3.2 특성 계산식

인버터의 출력전압은 보통 다음과 같이 표시된다.

$$v(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{2} V_{1k} \sin(\omega_k t + \alpha_k) \quad (26)$$

여기서,  $V_{1k}$ 는 고조파 전압의 실효치  $\alpha_k$ 는 위상을 표시한다.

그림 2의 두 등가회로에서 고정자 임피던스를  $Z_1$ , 회전자 임피던스를  $Z_2$ , 공극의 임피던스를  $Z_m$ 이라고 부르기로 한다.

a) 각 전류의 계산

각 고조파에 대한 절류를 계산하는 식은 아래와 같다.

$$1차전류성분 I_{1k} = V_{1k} \left( Z_1 + \frac{Z_2 Z_m}{Z_2 + Z_m} \right) \quad (27)$$

$$2차전류성분 I_{2k} = I_{1k} \left( \frac{Z_m}{Z_m + Z_2} \right) \quad (28)$$

$$여자전류성분 I_{mk} = I_{1k} \left( \frac{Z_2}{Z_2 + Z_m} \right) \quad (29)$$

위의 각 고조파 전류의 합의 형태로써 아래와 같이 고정자, 회전자, 여자전류를 구할 수 있다.

$$1차전류 I_1 = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} I_{1k}^2} \quad (30)$$

$$2차전류 I_2 = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} I_{2k}^2} \quad (31)$$

$$여자전류 I_m = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} I_{mk}^2} \quad (32)$$

b) 각 손실

등가회로상의 각 부분에서의 손실들은 다음식과 같다.

$$1차동손 W_{1c} = \sum_{k=1}^{\infty} 3 I_{1k}^2 R_s \quad (33)$$

$$2차동손 W_{2c} = \sum_{k=1}^{\infty} 3 I_{2k}^2 R_r \quad (34)$$

$$철손 W_i = \sum_{k=1}^{\infty} 3 I_{mk}^2 R_m \quad (35)$$

$$표유손 W_s = \sum_{k=1}^{\infty} (3 I_{1k}^2 R_{sk} + 3 I_{2k}^2 R_{rk}) \quad (36)$$

$$기계손 W_m = K_m \omega^3 \quad (37)$$

위에서  $R_{mk}'$ ,  $R_{sk}'$ ,  $R_{rk}'$ 는 각각 등가회로상의 병렬회로를 직렬회로로 바꾸었을 때의 등가 직렬저항이다.

c) 특성 계산식

이상의 값들에서 특성을 구하면 아래와 같다.

$$출력 P_o = \sum_{k=1}^{\infty} 3 I_{2k}^2 R_r \frac{1-s}{k+s-1} - W_m \quad (38)$$

$$입력 P_{in} = P_o + W_{1c} + W_i + W_{2c} + W_m + W_s \quad (39)$$

$$역률 PF = \frac{P_o}{3 v_1 I_1} \times 100 \quad (40)$$

$$효율 \eta = \frac{P_o}{P_e} \times 100 \quad (41)$$

$$토크 \tau = \frac{P_o}{(1-s) \omega_s} \quad (42)$$

여기서,  $k$ 는 고조파 차수,  $s$ 는 슬립,  $\omega_s$ 는 동기 각속도이다.

이상에서 설계자가 전동기 설계시에 비정현파로 구동되는 유도전동기의 특성을 예측할 수 있도록 파라미터와 특성식을 구하였다. 그러나, 전동기의 각종 치수를 알 수 없는 경우에도 측정과 실험을 통하여 슬립들을 구한 후 역으로 파라미터 산정에 쓰이는 상수를 구하여 위의 모델과 등가회로를 사용할 수 있다.

4. 실험 결과와의 비교 및 검토

4.1 대상전동기와 인버터

시험에 사용된 전동기는 0.4kW, 4극, 3상, 농형 유도전동기를 사용하였다. 그리고 시험에 쓰인 대상 인버터는 전류형 PWM 범용 인버터이고 FFT 분석을 하여 각 고조파 주파수와 기본파 및 고조파 전류의 크기를 측정하였다.

## 4.2 시뮬레이션과 실측치와의 비교

그림 3에서 그림 6까지는 농형 유도전동기에 범용 인버터를 부착하여 인버터 출력 전압의 기본파 주파수를 45Hz에서 100Hz까지 변화시키며 가변속 운전을 하며 일부하 실험을 한 실험결과와 전류파형과 FFT 분석을 나타낸 것이다.

그림 7과 그림 8, 그림 9는 농형 유도전동기의 일부하 실험값과 시뮬레이션 값을 표시한 특성 그래프이다. 실선은 시뮬레이션 값이고 점은 실측값이다.

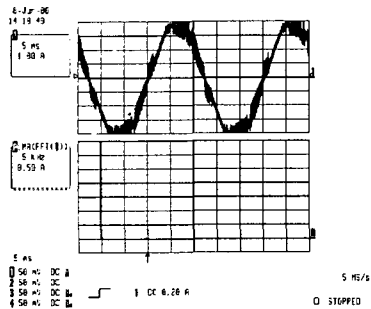


Fig. 3 Motor A current and FFT analyze at 40Hz

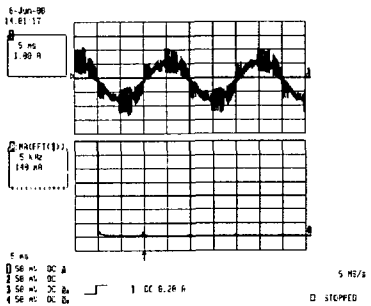


Fig. 4 Motor current and FFT analyze at 60Hz

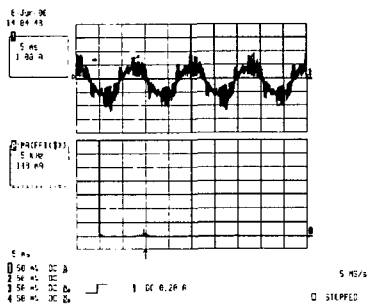


Fig. 5 Motor current and FFT analyze at 80Hz

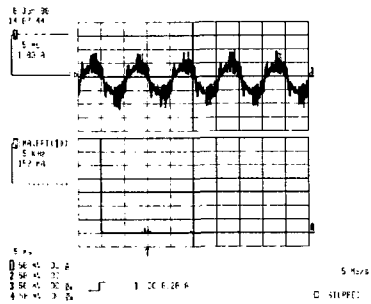


Fig. 6 Motor current and FFT analyze at 100Hz

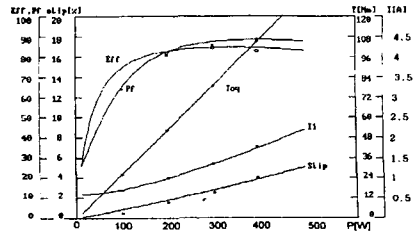


Fig. 7 Simulate and experimental result at 40Hz

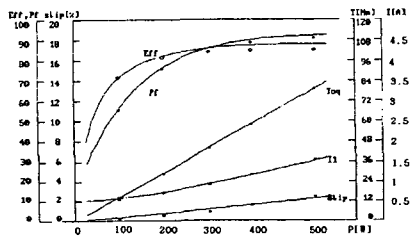


Fig. 8 Simulate and experimental result at 60Hz

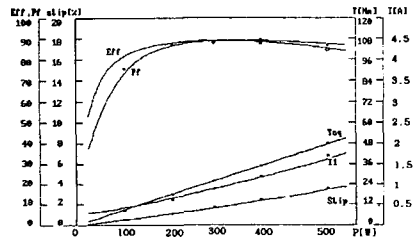


Fig. 9 Simulate and experimental result at 100Hz

## 5. 결론

인버터에 의한 비정현파로 유도전동기를 운전하는 경우의 정상상태 특성해석 방법을 제시하였다. 특히 설계시에 미리 인버터로 운전될 때의 특성을 예측할 수 있는 장점이 있다.

본 논문에서는 표유 부하손을 증가회로에 첨가하고, 회전자에의 표피효과를 효과적으로 고려할 수 있도록 증가회로를 수정하였다. 이 증가 회로상에서 특성과 실제 부하시험에서 구한 특성과 비교하여 제안한 증가회로가 타당함을 보이고 있다.

위에서 각 파라미터를 구할 때 설계시의 자료를 이용할 수도 있으나, 직접실험을 하여 각 손실을 구한 후 파라미터 산정에 쓰이는 상수를 역으로 구할 수도 있어서 비정현파로 구동되는 전동기의 특성산정에 유용하리라고 본다.

## 참고 문헌

- [1] M. Hori, et al., "Fundamental Characteristics of Inverter-Fed High Speed Induction Motor", Paper on Technical REsearch on Rotating Machine, RM-85-22 (in Japanese)
- [2] E. A. Klingshirn, et al., "Polyphase Induction Moter Performance and Losses on Nonsinusoidal Voltage Sources", IEE trans, Power Apparatus Syst. PAS-87, 624, 1968
- [3] E. CH. Andresen, dt al., "On the Steady-State Performance of a Transistorized PWM Inverter Induction Motor Drive System for high Speed", First European Conf. on Power Electronics and Application, 3.69 - 3.73, 1985