

위상각 기준모선의 이동에 의한
Slack 모선을 포함한 모든 발전기의 Penalty 계수 계산방법

李尙中
서울산업대학교

金建中
충남대학교

Generator Penalty Factor Calculation including Slack Bus
by Reference Angle Re-Specification

Sang-Joong. Lee
Seoul National University of Technology

Kern-Joong. Kim
Chung-Nam National University

Abstract - In this paper, a method by which penalty factors of all generators including slack bus can be directly derived is presented. With a simple re-assignment of angle reference bus to a bus where no generation exists, penalty factors for slack bus is obtained without any physical assumption. While previous Jacobian-based techniques for generator penalty factor calculation have been derived with basis upon reference bus, proposed method are not dependent on reference bus and calculated penalty factors can be substituted directly into the general ELD equation to compute the economic dispatch. Equations for system loss sensitivity, penalty factors and optimal generation allocation are solved simultaneously in normal power flow computation.

Keywords : angle reference, penalty factor, ELD

1. 서 론

연료비 최소화를 위한 발전력 최적분담을 연산하는 ELD 문제에서 송전손실을 고려한 발전기의 penalty 계수를 정확하게 산출하는 일은 매우 중요한 일이다. 식 (1)은 등중분 연료비 원리에 근거한 ELD 조건의 일반식이다.[1,2].

$$\frac{df_i}{dP_{Gi}}(PF_i) = \lambda \quad (1)$$

$$PF_i = 1 / (1 - \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_{Gi}}) \quad (2)$$

단, f_i 는 i 번째 발전기 출력 P_{Gi} 의 함수로 표시된 연료비, P_{loss} 는 계통손실, PF_i 는 i 번째 발전기의 penalty 계수를 나타낸다. 발전출력에 대한 손실감도를 계산하는 통상적인 방법으로서 B 계수법이 있다 [1,2,3,4]. B 계수는 Kron의 power-invariant transformation을 이용하여 기준 운전점의 송전손실을 발전출력의 2차함수로 표시하고 근사적인 손실방정식을 유도하는 방법이다. 74년 Happ은 chain rule을 적용하여 Jacobian 행렬을 포함하는 손실감도 유도식 (3)을 발표하였으며[1,5] 이후 Jacobian 행렬에 근거한 penalty 계수를 유도하는 방법들이 발표되었다.[3,6]

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_1} \\ \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_2} \\ \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_3} \\ \vdots \\ \frac{\partial P_{loss}}{\partial Q_1} \\ \frac{\partial P_{loss}}{\partial Q_2} \\ \frac{\partial P_{loss}}{\partial Q_3} \\ \vdots \end{bmatrix} = J^{T^{-1}} \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{loss}}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial P_{loss}}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial P_{loss}}{\partial \theta_3} \\ \vdots \\ \frac{\partial P_{loss}}{\partial V_1} \\ \frac{\partial P_{loss}}{\partial V_2} \\ \frac{\partial P_{loss}}{\partial V_3} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (3)$$

Jacobian 행렬에 근거한 방법은 penalty 계수가 계통망의 현재 상태를 반영하고 있다는 점에서 B 계수에 비하여 우수하다고 볼 수 있다. 그러나 오늘날까지 통용되고 있는 Jacobian 행렬에 근거한 penalty 계수 산출 기법은 계산된 발전기 penalty 계수가 기준모선에 종속되고 있으며 여기서 구해진 penalty 계수는 ELD 일반식 (1)에 직접 대입될 수 없다. Wood와 Wollenberg는 그들의 저서 [3]에서 식 (1)과 유사한 형태를 가진 ELD 조건식 (4)를 제시하였다.

$$\frac{1}{\beta^{ref}} \frac{df_i}{dP_{Gi}} = \frac{df_{ref}}{dP_{ref}} \quad (4)$$

단, f_i 과 f_{ref} 는 i 번째 발전기 및 기준 발전기의 비용 함수이며 P_{ref} 는 기준발전기의 출력이다. β^{ref} 는, 임의의 발전모선의 전력 P_i 가 ΔP_i 만큼 변할 때 기준모선의 전력 P_{ref} 가 $-\Delta P_i + \Delta P_{loss}$ 만큼 변한다는 가정 아래 정의된, 임의 모선전력의 증분에 대한 기준모선전력의 증분비이며 식 (5)로 계산된다.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_{ref}}{\partial P_1} \\ \frac{\partial P_{ref}}{\partial P_2} \\ \frac{\partial P_{ref}}{\partial P_3} \\ \vdots \\ \frac{\partial P_{ref}}{\partial Q_1} \\ \frac{\partial P_{ref}}{\partial Q_2} \\ \frac{\partial P_{ref}}{\partial Q_3} \\ \vdots \end{bmatrix} = J^{T^{-1}} \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{ref}}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial P_{ref}}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial P_{ref}}{\partial \theta_3} \\ \vdots \\ \frac{\partial P_{ref}}{\partial V_1} \\ \frac{\partial P_{ref}}{\partial V_2} \\ \frac{\partial P_{ref}}{\partial V_3} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (5)$$

식 (4) 및 (5)는 모든 발전기 i 의 penalty 계수가 기준 모선 penalty 계수의 직접적인 함수임을 보여주고 있다.

2. 모선위상각 기준모선의 이동을 통한 slack 모선의 penalty 계수 계산

아무런 가정없이 slack 모선을 포함한 순수한 발전기 penalty 계수를 구할 수만 있다면 바로 식 (1),(2)에 대

입하여 ELD 해를 쉽게 구할 수 있을 것이다. 그러나 계통전압의 위상각 기준이 바로 이 slack 모선에 지정되기 때문에 이는 불가능하다. 본 논문의 핵심은 이 위상각 기준모선을 slack 모선으로부터 발전기가 없는 다른 모선으로 이동하여 slack 모선의 penalty 계수를 직접 계산하는 것이다. 예를 들면 slack 모선에는 전압 $V_1 = 1.0$ 만 지정하고, 부하모선인 3번 모선에서 유무효 전력 P_3, Q_3 와 함께 기준 위상각 $\theta_3=0$ 을 지정하는 것이다. 이로서 Jacobian 행렬안의 slack 모선의 θ_1 요소는 남아있게 되고 따라서 slack 모선의 손실감도와 penalty 계수의 도출이 가능하게 된다. 즉 slack 모선으로부터 발전기가 없는 모선으로 위상각 기준모선을 간단히 이동함으로써 slack 모선을 포함한 모든 발전기 모선의 손실감도와 penalty 계수가 한꺼번에 구해진다. 위상각 기준모선은 시스템내의 어떠한 모선(node)이 지정되어도 상관없으며 조류계산결과에 아무런 영향을 미치지 않는다.[8]

3. 사례연구

그림 1은 4 모선 모형계통으로서 두 개의 발전기 1, 2가 부하모선 3, 4에 전력을 공급하고 있다.[4] 모선 1을 slack 모선으로 선정하고 $V_1=1.0$ 및 $\theta_1=0$ 로 지정하여 초기조류계산을 수행하였다. 선로정수와 초기조류계산 결과를 표 1 및 2에 도시하였다.

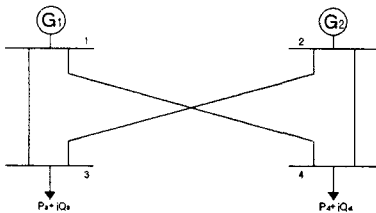


그림 1. 4 모선 계통
Fig. 1. Single line diagram of 4 bus system

표 1. 4 모선 계통의 선로정수
Table 1. Line and bus data (pu) of 4 bus system

from	to	R	X	Shunt Y
1	4	.00744	.0372	0.0775
1	3	.01008	.0504	0.1025
2	3	.00744	.0372	0.0775
2	4	.01272	.0636	0.1275

표 2. 초기조류계산 결과
Table 2. base case power-flow solution

bus	P	Q	V	θ
1	1.913152	1.87224	1.0	0
2	3.18	1.32543	1.0	2.43995
3	-2.20	-1.3634	.96051	-1.0793
4	-2.80	-1.7352	.94304	-2.6265

본 논문에서 제시된 '위상각 기준모선 이동'에 의한 방법과 기존의 B 계수에 의한 방법을 표 3에 비교하였다. P_{G1} 및 P_{G2} 의 비용함수 $cost(P_{Gi})$ 는 식 (6)과 같이 가정하였다.

$$\begin{aligned} cost(P_{G1}) &= .0040 P_{G1}^2 + 8.0 P_{G1} + 240 \\ cost(P_{G2}) &= .0048 P_{G1}^2 + 6.4 P_{G1} + 120 \end{aligned} \quad (6)$$

base case에서 주어진 B matrix 는 아래와 같다.

$$B = \begin{bmatrix} 8.3831 & -.0494 & .3750 \\ -.0494 & 5.9635 & .1949 \\ .3750 & .1949 & .0901 \end{bmatrix} \times 10^{-3} \quad (7)$$

표 3. B 계수에 의한 ELD와 '위상각 기준모선 이동' 기법에 의한 ELD 결과 비교
Table 3. comparison of ELD results by 'angle reference bus re-specification' method with by conventional B matrix

	B method	by proposed method
total cost (\$/hour)	4557.51	4557.31
system Lambda (\$/MWh)	9.839863	9.672609
P_{G1} (pu)	190.2204	195.9367
P_{G2}	319.1015	313.2978
Transmission Loss	9.32192	9.23449
$\partial P_{Loss} / \partial P_{G1}$.032328	.010867
$\partial P_{Loss} / \partial P_{G2}$.038261	.027392
Penalty factor PF_1	1.03341	1.010987
Penalty factor PF_2	1.03978	1.028163
Incremental Cost $df1/dP_{G1}$	9.521763	9.567493
Incremental Cost $df2/dP_{G2}$	9.463374	9.407659

slack 모선과 2번 발전모선의 penalty 계수를 얻기 위하여 $\theta_3=0$ 으로 지정하였다. 표 3에 나타난 바와 같이 새로 제시된 방법은 기존의 B 계수에 의한 방법에 비하여 개선된 결과를 나타내고 있다. 본 논문에서 제시된 '위상각 기준모선 이동'에 의한 ELD 결과는 최적해이며 기존의 식 (4)에 의한 결과와 항상 일치함이 별도의 시뮬레이션 결과 확인되었다. 4번 부하모선을 위상각 기준모선으로 지정할 경우도 동일한 최적해를 얻을 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 위상각 기준모선이 변경되면 Jacobian 행렬이 재구성되는 행렬의 기본적인 성질을 이용하여, 기존의 slack 모선으로부터 발전기가 없는 다른 모선으로 위상각 기준을 이동시킴으로써 slack 모선을 포함한 모든 발전기의 penalty 계수를 계산하는 방법을 제시하였다. 본 논문에서 제시되는 '위상각 기준모선 이동'에 의한 방법을 통하여 슬랙모선을 포함한 전 발전기 모선의

penalty 계수를 한꺼번에 구할 수 있으며 아래와 같은 특징이 있다.

1. penalty 계수가 slack 모선에 종속되지 않는다.
 2. 구해진 penalty 계수는 ELD 일반식에 직접 대입될 수 있다.
 3. 기존의 ELD 연산방법과 동일한 최적해가 얻어진다.
- 샘플계통의 사례연구 결과를 도시하였다.

[참 고 문 헌]

- [1] H.H.Happ, Optimal Power Dispatch , IEEE Transaction on PAS, vol.93, No.3, 1974, pp 820-830
- [2] H.H.Happ, Optimal Power Dispatch-A Comprehensive Survey , IEEE Transaction on PAS, vol.96, No.3, 1977, pp 841-854
- [3] A. J. Wood, B.F. Wollenberg, "Power Generation, Operation and Control", John Wiley & Sons, Inc., New York, 1994. pp90-94
- [4] John J. Grainger, William D. Stevenson, Jr., "Power System Analysis , Mcgraw Hill Inc., 1994. pp 548-560,
- [5] H.H.Happ, Piecewise Methods and Applications to Power Systems , John Wiley & Sons, Inc., 1980, pp 293-297
- [6] F.L.Alvarado, Penalty Factors from Newton's Method IEEE Transaction on Power Apparatus and System, vol.PAS-97, Nov/Dec 1978, pp 2031-2037
- [7] Q.C.Lu, Steven R. Brammer, A New Formulation of Generator Penalty Factor IEEE Transaction on Power System, vol.10, NO.2, May 1995, pp 990-994
- [8] 이상중, 김진중 "위상각 기준모선의 이동과 전력계통 연산" 대한전기학회 2000년도 춘계학술발표회, 대구 경북대학교, pp53-56