

N-Player 게임이론을 이용한 전력시장의 전력거래 해석

박종배*, 정만호**, 김발호†

* 안양대학교 전기전자공학과, ** 한국전력공사, † 홍익대학교 전자전기공학부

A N-Player Game Theoretic Study on Power Transaction Analysis in a Competitive Market

Jong-Bae Park*, Man-Ho Jung**, Balho H. Kim†

* Anyang University, ** Korea Electric Power Corporation, † Hongik University

Abstract - This paper presents a N-player game theory application for analyzing power transactions in a deregulated energy marketplace such as PoolCo, where, participants, especially, generating entities, maximize their net profits through optimal bidding strategies (i.e., bidding prices and bidding generations). In this paper, the electricity market for power transactions is modeled as a non-cooperative, N-player game with complete information, where the solution is determined in a continuous strategy domain having recourse to the Nash equilibrium idea.

본 논문에서는 PoolCo 모형에서의 전력 거래를 분석하기 위하여 게임이론을 적용하였다. 본 논문에서 적용한 게임 모형은 각 시장 참여자(즉, 각 발전사업자)들을 게임의 경기자(player)들로, 각 참여자들의 입찰가격과 입찰전력량을 게임의 전략(strategy)으로 모형화하였다. 또한 각 시장참여자의 보수(payoff)는 자기 자신의 경제적 이득으로 결정된다. 본 논문에서의 전력거래는 시장참여자들이 각자의 이득을 최대화하기 위하여 상호 경쟁하고, 각 시장참여자들의 보수에 대한 모든 정보가 경기자들에게 공개되는 비협조적, 완전 정보 게임(non-cooperative game with complete information)으로 정식화하였고, 이를 전력거래 게임이라고 정의하였다. 또한 전력거래 게임에서의 해답은 비협조적 게임에서의 내쉬 평형으로 정의하였다.

1. 서 론

전통적으로, 발전자원계획은 여러 가지 기술적/경제적인 운용 제약을 만족하면서 계통 전체의 생산비용을 최소화하는 것을 목적으로 하여 왔다.¹⁻³⁾ 최근, 전 세계의 전력산업은 기존의 수직통합 독점형 전력산업 체제에서 기능 분할에 기초한 시장경쟁 체제로 변화하고 있다.²⁻⁴⁾ 이러한 경쟁적 전력시장에서 각 시장 참여자들은 계통 전체의 비용 최소화보다는 각자의 이득 최대화를 목적으로 할 것이다.³⁾ 따라서, 발전 자원 계획에 있어서, 기존의 최소 비용 접근법은 더 이상 실제 상황에 있어서 유용하지 않게 되었다.

경쟁적 전력시장의 여러 가지 거래 메카니즘 중에서, 풀(PoolCo) 모형은 구현에 있어서 매우 직관적이고 이해하기 쉬운 모형 중의 하나로 인식되고 있고, 현재 대부분의 국가에서 채택하고 있다.²⁾ 풀 모형에서, 각 발전 회사들은 입찰전략으로 입찰 가격과 입찰 발전량을 결정하고, 시장은 거래되는 전력의 가격을 결정한다.^{2,9)} 이러한 환경에서, 발전 회사들은 최적 의사결정 절차의 개발에 관심을 갖게 된다.

최근, 전력 계통 문제, 특히 경쟁적 전력시장에 대하여 게임 이론을 응용하는 것에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.⁵⁻¹⁰⁾ 본 논문에서는 내쉬(Nash) 게임 이론을 적용하여 풀 시장에서의 거래를 모형화하고, 연속 전략 공간에서 분석하였다.

2. 전력거래게임

2.1 기본 가정

본 논문에서는 전력거래에 게임이론을 적용하기 위하여 다음과 같은 가정을 사용하였다. 첫째, 계통의 전력 수요, D ,는 t 시간대의 현물시장 가격 λ_t 에 대한 함수, $D(\lambda_t)$ 로 정의된다. 둘째, 송전 손실과 계통 제약 조건 등은 고려하지 않는다. 셋째, 각 발전회사의 비용 함수 및 계통의 전력 수요함수 등의 모든 정보가 모든 발전회사들에게 공개되어 있다.

2.2 게임의 요소 결정

2.3 보수 분석

발전회사 i 가 t 시간대의 전력시장에서 $P_{i,t}^{allocated}$ 의 전력량을 $C_{i,t}$ 의 총비용으로 생산하여, 단위 전력당 λ_t 의 가격(즉, 풀 모형에서의 현물시장 가격)으로 판매하였을 때 얻어지는 경제적인 이득, 즉 게임의 보수 $U_{i,t}$ 는 아래의 등식으로 표현된다.

$$U_{i,t} = \lambda_t P_{i,t}^{allocated} - \bar{C}_{i,t} \quad (1)$$

이때, 발전회사 i 가 시장에서 할당받는 발전량 $P_{i,t}^{allocated}$ 는 식 (2)와 같이 결정된다.

$$P_{i,t}^{allocated} = \begin{cases} P_{i,t}^{bid} & , \text{when } \rho_{i,t}^{bid} < \lambda_t \\ D(\lambda_t) - \sum_{k \in I} P_{k,t}^{bid} & , \text{when } \rho_{i,t}^{bid} = \lambda_t, \text{ and } \Pi = \{k | \rho_{k,t}^{bid} < \lambda_t\} \\ 0 & , \text{when } \rho_{i,t}^{bid} > \lambda_t \end{cases} \quad (2)$$

3. 내쉬 평형 분석

어떤 발전회사 i 가 주어진 현물시장 가격 λ_t 에서 시장에 참여하기 위한 조건은 다음과 같다.

$$U_{i,t} = \lambda_t P_{i,t}^{allocated} - \bar{C}_{i,t} > 0 \quad (3)$$

이때 발전회사 i 가 최대 이득을 얻고자 한다면, 한계 비용이 현물시장 가격과 일치하도록 하는 발전량을 할당 받아야 하며, 이 조건은 아래의 등식으로 표현할 수 있다.

$$\lambda_t = \frac{\partial C_{i,t}}{\partial P_{i,t}^{allocated}} \quad (4)$$

식 (4)는 발전회사 i 가 시장에 참여했을 때, 현물시장

가격 λ_i 와 최적 할당 발전량 $P_{i,t}^{allocated}$ 사이의 관계를 나타낸다. 식 (3)과 식 (4)의 조건을 이용하면 발전회사 i 가 시장에 참여하기 위한 최소 현물시장 가격 $\lambda_{i,t}$ 가 구해질 수 있으며 이를 최소 시장참여 가격이라 부르기로 한다. 시장에 참여할 수 있는, N 개의 발전회사가 있을 때, 각 발전회사의 최소 현물시장 가격을 비교하여 낮은 순으로 정렬하여 지수화하면 아래와 같은 집합으로 표현할 수 있고, 이후에 언급되는 발전기 지수는 아래의 집합과 같이 정렬되어 있다고 가정한다.

$$\Omega_{ordered} = \{1, 2, \dots, i, \dots, N\} \quad (5)$$

본 논문에서는 N player 게임의 모든 내쉬 균형을 찾기 위한 첫 단계로 기준 내쉬 균형을 정의하였다. 기준 내쉬 균형이란, 마지막으로 용량을 할당받아 현물시장 가격을 결정하는 발전회사를 제외한 발전회사들은 자신의 최소 시장참여 가격보다 높은 현물시장 가격에 대하여는 등식 (4)의 조건으로 시장에 참여하고 그렇지 않은 경우에는 시장에 참여하지 않는다고 가정하여 얻어진 내쉬 균형을 말한다. 본 논문에서는 이러한 기준 내쉬 균형은 아래 그림의 절차에 따라 구해진다. 아래 절차에서 가격 결정 지수는 현물시장에서 마지막으로 용량을 할당받아 자신의 입찰가격으로 현물시장 가격을 결정하는 발전회사의 지수로 정의된다.

1. λ_i 를 1번 발전회사의 최소 시장참여 가격으로, 가격 결정 지수를 1로 가정한다.
2. 가격 결정 지수 이하의 지수를 갖는 발전회사들에 대하여, (4)의 조건에 따라 계산된 할당 발전량의 총합을 구한다.
3. 2에서 구해진 발전회사들의 할당 발전량의 총합을 λ_i 에서의 수요와 비교하여 수요보다 작으면 가격 결정 지수를 1만큼 증가시키고 λ_i 를 증가된 가격 결정 지수를 갖는 발전회사의 최소 시장참여 가격으로 가정하여 2의 단계로 돌아가고, 그렇지 않으면 4로 진행한다.
4. 가격 결정 지수를 갖는 발전회사가 주어진 조건 하에서 최대의 이익을 얻으면서 수요와 공급을 만족시키도록 λ_i 와 할당 용량을 결정한다.

그림 1. 기준 내쉬 균형 탐색 절차

위의 절차에 따라 결정되어진, 기준 내쉬 평형에서의 현물시장 가격을 λ_i^{ref} , 가격 결정 지수를 m 이라고 하면, 기준 내쉬 평형에서의 발전회사 m 의 할당 용량 $(P_{m,t}^{allocated})^{ref}$ 는 아래의 등식으로 결정된다.

$$(P_{m,t}^{allocated})^{ref} = L(\lambda_i^{ref}) - \sum_{k=1}^{m-1} (P_{k,t}^{allocated})^{ref} \quad (6)$$

따라서 발전회사 m 의 수익은 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} B_{m,t}^{ref} &= \lambda_i^{ref} (P_{m,t}^{allocated})^{ref} - \bar{C}_{m,t}^{ref} \\ &= \lambda_i^{ref} (L(\lambda_i^{ref}) - \sum_{k=1}^{m-1} (P_{k,t}^{allocated})^{ref}) - \bar{C}_{m,t}^{ref} \end{aligned} \quad (7)$$

이 때, 발전회사 m 의 수익을 최대로 하는 λ_i^{ref} 는 아래의 관계식을 가지며, 식(7) 중의 $(P_{k,t}^{allocated})^{ref}$ 는 λ_i^{ref} 와 식 (4)의 관계를 가지므로 λ_i^{ref} 를 해석적으로 찾을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_{m,t}^{ref}}{\partial \lambda_i^{ref}} &= L(\lambda_i^{ref}) - \sum_{k=1}^{m-1} (P_{k,t}^{allocated})^{ref} - \frac{\partial C_{m,t}^{ref}}{\partial \lambda_i^{ref}} \\ &\quad + \lambda_i^{ref} \left(\frac{dL(\lambda_i^{ref})}{d\lambda_i^{ref}} - \sum_{k=1}^{m-1} \frac{\partial (P_{k,t}^{allocated})^{ref}}{\partial \lambda_i^{ref}} \right) \quad (8) \\ &= 0 \end{aligned}$$

위에서 구한 발전회사들의 상태가 내쉬 평형을 이루기 위해서는 다음의 세 가지 조건을 만족하여야 한다. 첫째, 현물시장 가격을 결정하는 발전회사 m 의 입찰 발전량이 총수요에서 m 미만의 지수를 갖는 발전회사들에 할당된 발전량의 총합을 빼 나머지 용량보다 커야한다 것이다. 이것은 발전회사 m 이 최적의 발전량을 할당 받을 수 있는 조건으로 아래의 식 (9)로 표현된다.

$$P_{m,t}^{bid} \geq L(\lambda_i^{ref}) - \sum_{k=1}^{m-1} (P_{k,t}^{allocated})^{ref} \quad (9)$$

둘째, m 미만의 지수를 갖는 발전회사 k 가 식 (8)에서 구해진 λ_i^{ref} 보다 크게 입찰가를 정하여 현물 가격을 결정하게 될 때의 수익 $B_{k,t}^{dev}$ 가 위의 기준 내쉬 평형일 때의 수익 $B_{m,t}^{ref}$ 보다 작거나 같아야 한다는 것이다. 이를 식으로 표현하면 아래와 같다.

$$B_{k,t}^{ref} \geq B_{k,t}^{dev} \quad (10)$$

즉, 발전회사 k 가 입찰 가격을 높여서 현물시장 가격 λ_i 를 높이고자 할 때, 발전회사 m 의 입찰 발전량이 상당히 커서 발전회사 k 의 할당 발전량이 수익을 증가시킬 만큼 크지 않다는 것을 의미한다.

첫 번째와 두 번째의 두 조건은 발전회사 m 의 입찰 발전량에 대한 하한치 $P_{m,t}^{bid}$ 를 결정할 수 있게 한다.

셋째, 현물시장 가격을 결정하고 있는 발전회사 m 이 입찰 가격을 낮추어서 다른 발전회사의 입찰 가격으로 현물시장 가격이 결정되도록 하고, 자신은 식(4)의 조건으로 발전량을 할당받으려 할 때의 수익 $B_{m,t}^{dev}$ 가 기준 내쉬 평형에서의 수익 $B_{m,t}^{ref}$ 보다 작거나 같아야 한다. 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$B_{m,t}^{ref} \geq B_{m,t}^{dev} \quad (11)$$

세 번째 조건은 m 미만의 지수를 갖는 각 발전회사들이 취할 수 있는 입찰 가격의 상한치 $\rho_{m,t}$ 를 결정할 수 있게 한다.

위의 세 조건을 만족시키는 기준 내쉬 평형에서의 각 발전회사의 전략은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\{ (\rho_{i,t}^{Nash})^{ref}, (P_{i,t}^{Nash})^{ref} \} \\ &= \begin{cases} \{ \rho_{i,t}^{bid} \leq \rho_{m,t}, P_{i,t}^{bid} \} \\ \quad \text{where, } i < m \text{ and 식(4) 만족} \\ \{ \lambda_i, P_{i,t}^{bid} \geq P_{m,t}^{bid} \} \\ \quad \text{where, } i = m \\ \{ \rho_{i,t}^{bid} > \lambda_i, P_{i,t}^{bid} \in R \} \\ \quad \text{where, } i > m \text{ and } R \text{는 실수의 집합} \end{cases} \quad (12) \end{aligned}$$

본 논문에서는 위에서 구한 기준 내쉬 평형을 이용하여 나머지 내쉬 평형들을 찾아내었다. 기준 내쉬 평형 이외의 평형은 기준 내쉬 평형에서 시장에는 참여하지 가격 결정은 하지 않은 $m-1$ 개의 발전회사가 각각 가격 결정을 하게 될 때 발생하며 그 평형을 구하는 절차는 다음과 같다.

기준 내쉬 평형에서의 가격결정 지수 m 보다 작은 지수 k ($k < m$)를 갖는 발전회사를 제외하여 만든 아래와 같은 새로운 발전기 지수의 집합을 Ω_{-k} 라고 하자.

$$\Omega_{-k} = \{1, 2, \dots, k-1, k+1, \dots, m, \dots, N\} \quad (13)$$

Ω_{-k} 에 대하여 기준 내쉬 평형을 구한 것과 동일한 절차를 거쳐서 새로운 가격결정 지수 m_{-k} 과 평형 가격 $\lambda_{i,-k}$ 를 결정한다. 이때 m_{-k} 는 m 보다 크거나 같다.

기준 내쉬 평형에 비하여 새롭게 시장에 참여하게 된 발전회사의 수를 L_k 이라고 정의하면, m_{-k} 와 m 은 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$m_{-k} = m + L_k, \text{ where } L_k \geq 0 \quad (14)$$

$L_k = 0$ 인 경우, 발전회사 k 가 가격을 결정하는 평형은 존재하지 않는다. $L_k \geq 1$ 인 경우, 발전회사 k 가 현물시장 가격을 결정할 가능성이 있는 경우의 수는 L_k 가 된다.

이 각각의 경우에 대하여 발전회사 k 의 최적 수익을 결정하여 가장 큰 최적 수익을 갖는 경우가 그 때의 내쉬 평형이 된다. 이 때 시장에 참여하는 발전회사의 지수 중 가장 큰 지수를 m_k 라고 정의하면 m_k 는 m 보다 크고 L_k 보다는 적은 지수 중 하나가 된다.

이 경우가 내쉬 평형이 되기 위한 조건은 기준 내쉬 평형의 세 가지 조건과 동일하다. 이 조건들로부터 얻어진 발전회사 k 의 입찰 발전량에 대한 하한치를 $\underline{P}_{k,t}^{bid}$ 라고 하고, 그 때 발전회사 k 를 제외한, 시장에 참여하는 발전회사들의 입찰 가격의 상한치를 $\bar{\rho}_{k,t}$ 라 하면 내쉬 평형에서의 각 발전회사의 전략은 다음과 같다.

$$\left\{ \begin{array}{l} (\rho_{i,t}^{Nash})^k, (P_{i,t}^{Nash})^k \\ \left\{ \begin{array}{l} \rho_{i,t}^{bid} \leq \bar{\rho}_{k,t}, P_{i,t}^{bid} \\ \text{where, } i \leq m_k, i \neq k \text{ and 식(4) 만족} \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} \lambda_i, P_{i,t}^{bid} \geq \underline{P}_{k,t}^{bid} \\ \text{where, } i = k \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} \rho_{i,t}^{bid} > \lambda_i, P_{i,t}^{bid} \in R \\ \text{where, } i > m_k \text{ and } R \text{은 실수의 집합} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (15)$$

식 (12)와 식 (15)에서 구해진 각 내쉬 평형에서 현물시장 가격을 결정하는 발전회사 외의 다른 발전회사가 현물시장 가격을 결정하는 내쉬 평형은 존재할 수 없다. 만약 그렇지 않다면, 위에서 구해진 각 내쉬 평형에서는 시장에 참여하여 양의 수익을 얻던 발전회사 중 적어도 하나는, 새로운 내쉬 평형에서 시장에 참여할 수 없게 되어 수익을 얻지 못하게 된다는 것을 의미하기 때문이다. 이로써 본 논문에서 정의된 전력거래게임의 모든 내쉬 평형이 식 (12)와 식 (15)으로 표현된다는 것을 알 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는, 경쟁적 전력 시장에서의 전력 거래를 해석하는 접근법을 제안하였고, 이렇게 제안된 접근법에서 전력 시장은 완전정보를 갖는, 비협조적, N-경기자 게임으로 모형화되었다. 제안된 게임이론 접근법에서 발전회사들의 최적 전략(입찰 가격과 입찰 발전량)은 내쉬 평형 개념으로 구해졌다. 제안된 접근법은 연속 전략 공간에서 N-경기자들의 내쉬 평형을 찾는 해석적인 방법을 제시하였다.

(참 고 문 헌)

[1] Allen J. Wood and Bruce F. Wollenberg, *Power*

Generation, Operation, and Control, John Wiley & Sons, Inc., 1996.

- [2] P. F. Penner, *Electric Utility Restructuring: A Guide to the Competitive Era*, Public Utilities Reports, Inc., Vienna, Virginia, 1997.
- [3] F. Nishimura, R. D. Tabors, M. D. Ilic, and J. R. Lacalle-Melero, "Benefit Optimization of Centralized and Decentralized Power Systems in a Multi-Utility Environment", *IEEE Trans. on PWRS*, Vol. 8, No. 3, pp. 1180-1186, Aug. 1993.
- [4] Hugh Rudnick, "Pioneering Electricity Reform in South America", *IEEE Spectrum*, pp. 38-44, Aug. 1999.
- [5] A. Maeda and Y. Kaya, "Game Theory Application to Use of Non-Commercial Power Plants Under Time-Of-Use Pricing", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 7, No. 3, pp. 1052-1059, August 1992.
- [6] A. Haurie, R. Loulou, and G. Savard, "A Two-Player Game Model of Power Congestion in New England", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 37, No. 9, pp. 1451-1456, September 1992.
- [7] Peter B. Luh, Yu-Chi Ho, and R. Muralidharan, "Load Adaptive Pricing: An Emerging Tool for Electric Utilities", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 27, No. 2, pp. 320-329, April 1982.
- [8] R. W. Ferrero, S. M. Shahidepour, and V. C. Ramesh, "Transaction Analysis in Deregulated Power Systems Using Game Theory", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 12, No. 3, pp. 1340-1347, August 1997.
- [9] R. W. Ferrero, J. F. Rivea, and S. M. Shahidepour, "Application of Games with Incomplete Information for Pricing Electricity in Deregulated Power Pools", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 13, No. 3, pp. 184-189, Feb. 1998.
- [10] Xiaomin Bai, S. M. Shahidepour, V. C. Ramesh, and Erkeng Yu, "Transmission Analysis by Nash Game Method", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 12, No. 3, pp. 1046-1052, August 1997.