

# 외연적 유한요소해석에서의 응력 변동성을 고려한 스프링백 영향 인자 연구

이경돈\* · 권재욱\* · 전병희\*\* · 김성중\*\*\* · 김형중\*\*\*

## A Parametric Study on the Springback Considering the Stress Variability in Explicit Finite Element Analysis

K. D. Lee, J. W. Kwon, B. H. Jun, S. J. Kim and H. J. Kim

### Abstract

It is desirable to predict springback quantitatively and accurately for the tool and process design in sheet stamping operations, however, it is known very difficult. The result of springback analysis by the finite element method is sensitively influenced by numerical factors such as blank element size, number of integration point, punch velocity, contact algorithm, etc. In the present work, a parametric study by Taguchi method is performed in order to evaluate the influence of numerical factors on springback quantitatively and to obtain the combination of numerical factors which yields the best approximation to experimental data. Since springback is determined by the residual stress after forming process, it is important to evaluate stress distribution accurately. The oscillation in the time history curve of stress obtained by explicit FEM says that the stress solution at termination time is in very unstable state. Therefore, a variability study is also carried out in this study in order to assess the stability of implicit springback analysis starting from the stress solution by explicit forming simulation. The 2D draw bending process, one of the NUMISHEET '93 benchmark problems, is adopted as an application model.

**Key Words** : Springback, 2D Draw Bending, Explicit FEM, Stress Variability, Taguchi Method

### 1. 서 론

동적외연적 유한요소법에 의한 성형공정 및 탄성복원 해석에서는 여러 가지 공정변수 또는 수치변수가 스프링

백의 크기에 영향을 미치므로, 이들 변수의 값을 적절하게 조합하여 입력하는 것은 결코 쉬운 일이 아니다.<sup>(1)</sup> 따라서 체계적이고 효율적인 방법에 의한 변수연구 (parametric study)를 수행함으로써 궁극적으로 수치

\* 고등기술연구원  
\*\* 인덕대학교 기계설계과  
\*\*\* 강원대학교 기계·메카트로닉스 공학부

해석상의 오류를 극소화할 수 있는 입력변수, 즉 해석인자들의 최적조합을 결정하는 것이 필요하다. 본 연구에서는 Taguchi 실험계획법<sup>(2)</sup>을 이용하여, NUMISHEET '93<sup>(3)</sup>의 2차원 드로벤딩 벤치마크 문제의 유한요소해석에서 스프링백 양의 평가에 유의할 만한 영향을 미치는 해석인자들을 추출하고 이들 각각의 효과를 분석함으로써 실험 결과에 가장 근접한 결과를 주는 최적 인자조합을 도출하고자 하였다. 특히, 동적 유한요소해석에서 얻어지는 응력-시간 곡선에 크고 작은 진동이 나타나는 점에 착안하여 성형공정의 종결시각(termination time)을 미소하게 변화시켜서 얻은 응력 값으로부터 스프링백 해석을 수행함으로써 인위적인 데이터 변동(variability)을 유도하였다.

## 2. 실험 및 유한요소 모델링

### 2.1 실험

NUMISHEET '93에서 제시한 2차원 드로벤딩 금형을 제작하여 두께 1.4mm의 고강도강판 HSS-40 소재를 대상으로 3ton의 블랭크가압력으로 실험을 실시하였다. 스프링백을 정량적으로 정의하기 위한 형상 파라미터들은 Fig. 1에 표시된 바와 같으며, 이들을 정확하고 효율적으로 측정하기 위하여 화상처리법을 이용하였다.<sup>(4)</sup>

### 2.2 유한요소 모델링

2차원 드로벤딩 공정의 기하학적 대칭성을 고려하여 전체의 1/4에 대해서 해석을 수행하는 것이 일반적이거나, 본 연구에서는 길이방향 중심선을 따라 1열의 요소망으로 구성된 모델에 평면변형을 경계조건을 부여함으로써 1/4 모델을 대신하였다. 공정해석 및 스프링백 해석은 PAM-STAMP<sup>(5)</sup>를 사용하였다. Table 1은 1열 모델과 1/4 모델의 스프링백 해석으로부터 각각 계산된 스프링백 파라미터 값들을 정량적으로 비교한 것이다. 1열 모델은 1/4 모델에 비하여 1/10 미만의 소요시간으로 거의 같은 결과를 주므로 변수 연구와 같이 반복적인 계산이 요구되는 경우에는 매우 효율적인 것으로 생각된다.

Table 1 Comparison between 1/4 and 1-row model

F. E. Model		Springback Parameters				CPU (sec)
		$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_f$	$\rho$	
1-Row Model		95.09	85.66	9.43	365.2	5,135
1/4 Model	Center	95.13	85.83	9.30	408.6	53,620
	Side	95.28	85.94	9.34	549.6	

## 3. 실험계획법

### 3.1 특성치와 제어인자의 선택

Fig. 1에서 정의한 스프링백 파라미터들 중에서 형상을 가장 크게 지배하는 플랜지 경사각  $\theta_f (= \theta_1 - \theta_2)$ 를 지배특성치로 선택하였다. 또한, 성형공정 및 스프링백의 해석 결과에 큰 영향을 미칠 것으로 판단되는 해석인자로 다음의 5가지를 고려하고, 접촉처리 알고리즘으로 Lagrange 승수법을 사용할 때는 ①~③의 3가지, 벌칙상수법을 사용할 때는 5가지 모두를 제어인자로 선택하였다.

- ① 소재 유한요소의 크기 (BES)
- ② 두께방향 적분점의 개수 (NIP)
- ③ 펀치 속도 (PV)
- ④ 벌칙상수 (PP)
- ⑤ 감쇠계수 (CDP)

금형 모서리 반경부 요소수는 스프링백 해석 결과에 비교적 큰 영향을 미치는 것으로 알려져 있으나<sup>(1)</sup> 계산 시간에는 거의 무관하므로 본 연구에서는 충분히 큰 값(18개)으로 고정하고 제어인자로 선택하지 않았다.

### 3.2 인자수준의 결정 및 인자배치

이상의 해석인자들 각각에 대하여 경험적 또는 직관적 판단으로 3가지씩 수준을 설정하고, 예비 해석을 통하여 이 수준의 적절성을 검토하여 Table 2와 같이 인자수준을 결정하였다. 인자 수와 수준을 고려할 때 Lagrange 법의 경우에는  $L_9(3^4)$ , 벌칙법의 경우에는  $L_{18}(2^1 \times 3^7)$  Taguchi 직교배열표<sup>(2)</sup>가 가장 적합한 것으로 판단하고, 인자들 상호간의 교호작용이 없는 것으로 간주하여 Table 3 및 4와 같이 인자를 배치하였다.

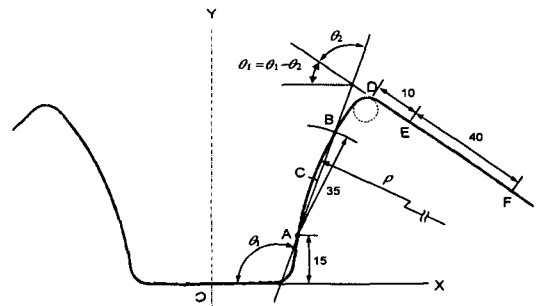


Fig. 1 Definition of the springback parameters

Table 2 Level setting

Contact Algorithm	Factor	Level 1	Level 2	Level 3
Both Penalty and Lagrange Methods	A : BES	0.5	1.0	1.5
	B : NIP	5	9	13
	C : PV	2	5	10
Penalty Method Only	D : PP	0.01	0.03	0.05
	E : CDP	0.05	0.10	0.20

Table 3 Taguchi L<sub>9</sub> table and result (Lagrange method)

Run	Factor					$\theta_f$					S/N	Sm db
	A	B	C	D	E	Rst_0	Rst_1	Rst_2	Rst_3	Rst_4		
1	1	1	1	1	1	20.37	20.31	20.31	20.30	20.27	-55.08	33.14
2	1	2	2	2	2	18.78	18.69	18.83	18.84	18.91	-47.28	32.48
3	1	3	3	3	3	18.92	18.96	18.94	18.99	19.01	-54.38	32.55
4	2	1	3	2	3	18.91	19.04	19.18	19.23	19.34	-41.14	32.63
5	2	2	1	3	1	17.56	17.64	17.81	18.10	18.02	-37.64	32.01
6	2	3	2	1	2	17.79	17.86	17.91	17.90	17.92	-50.52	32.04
7	3	1	2	3	1	13.30	11.64	11.53	11.43	11.46	-23.40	28.48
8	3	2	3	1	2	14.69	14.65	14.57	14.37	14.33	-38.97	30.23
9	3	3	1	2	3	15.19	14.97	14.91	15.16	15.43	-37.35	30.59

Table 4 Taguchi L<sub>18</sub> table and result (penalty method)

Run	Factor					$\theta_f$					S/N	Sm db
	A	B	C	D	E	Rst_0	Rst_1	Rst_2	Rst_3	Rst_4		
1	1	1	1	1	1	11.54	11.50	11.80	11.74	11.72	-38.93	28.32
2	1	2	2	2	2	18.60	18.67	18.75	18.72	18.75	-49.32	32.43
3	1	3	3	3	3	18.87	18.95	18.93	18.98	19.01	-50.97	32.54
4	2	1	2	1	3	19.40	19.52	19.48	19.52	19.56	-50.13	32.79
5	2	2	3	2	1	17.90	18.00	17.89	17.89	17.88	-51.13	32.05
6	2	3	1	3	2	18.40	18.45	18.57	18.55	18.54	-48.04	32.33
7	3	1	1	2	2	15.43	15.15	15.21	15.30	14.44	-31.83	30.57
8	3	2	2	3	3	16.35	16.29	16.20	16.28	16.24	-49.21	31.22
9	3	3	3	1	1	16.39	16.46	16.62	16.63	16.48	-43.95	31.35
10	1	1	3	3	2	20.31	20.32	20.35	20.36	20.38	-56.55	33.16
11	1	2	1	1	3	-	-	-	-	-	-45.47	30.00
12	1	3	2	2	1	19.01	19.09	19.15	19.15	19.17	-49.29	32.62
13	2	1	3	2	3	18.97	19.00	19.03	18.99	18.93	-54.09	32.56
14	2	2	1	3	1	18.32	18.43	18.52	18.52	18.46	-46.99	32.31
15	2	3	2	1	2	14.68	16.77	14.74	14.78	14.73	-24.40	30.59
16	3	1	2	3	1	14.63	14.67	12.87	14.72	14.78	-24.84	30.12
17	3	2	3	1	2	16.16	16.30	16.40	16.40	16.27	-44.22	31.24
18	3	3	1	2	3	16.34	16.39	16.63	16.86	16.89	-36.25	31.40

3.3 응력 변동성

Fig. 2는 성형 전 중심에서 38.75 mm 떨어진 요소와 성형 후 펀치 반경부에 위치하는 요소에 대하여 시간에 따른 응력의 변화를 나타낸 곡선으로, 성형 종결시각 ( $t_0$ ) 부근의 저주파 진동 주기가  $\tau = 0.08$  ms 정도임을

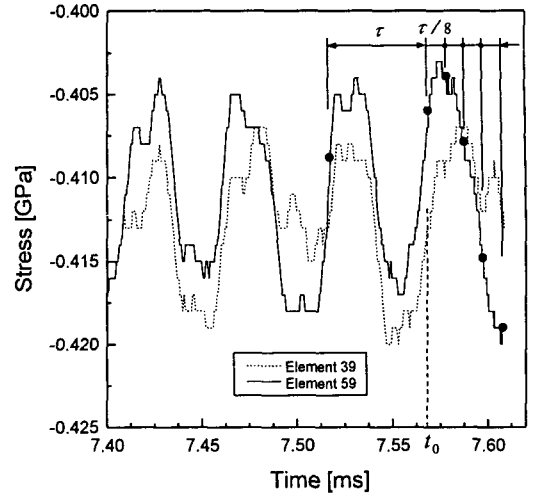


Fig. 2 Variation of the principal stress with time

알 수 있다. 진동의 1/2 파장 내에 응력의 최대값과 최소값이 존재하는 것을 감안하여 종결시각  $t_0$  (펀치행정 70.0 mm)에서 일단 성형 해석을 끝낸 후 스프링백 해석을 하고, 다시 재시작(restart) 기능을 이용하여 ( $1/8 \tau$ )씩 종결시각을 증가시키면서 성형 및 스프링백 해석을 반복하였다. 마지막 해석시각 ( $t_0 + 4/8 \tau$ )는 펀치행정 70.04 mm에 해당된다.

4. 결과 및 분석

4.1 결과

Lagrange 법으로 9 가지, 벌칙법으로 18 가지를 합쳐 총 27 가지 경우에 대하여 각각 5 가지씩 펀치행정을 주어 성형 해석과 스프링백 해석을 수행하였다. 상세한 결과는 Table 3과 4에 정리하였다. 여기서 'S/N 비 (signal-to-noise ratio)'는 데이터의 평균에 대한 상대적 변동성(variability)을 나타내는 값이며, 'Sm db'는 목적치(target value)를 위한 실험의 민감도(sensitiveness)를 측정하는 값으로 각각 다음과 같이 정의된다.

$$S/N = -10 \log_{10} \left| \frac{1}{n} \frac{(S_m - V_e)}{V_e} \right| \quad (1)$$

$$S_m = 10 \log_{10} \left[ \frac{\left( \sum_{i=1}^n y_i \right)^2}{n} \right] \quad (2)$$

여기서  $n$ 은 데이터 개수(본 연구에서는 5),  $V_e$ 는 분산(variance)이다.

지배특성치  $\theta_f (= \theta_1 - \theta_2)$ 의 실험치는 16.10으로 이 값에 가장 안정적으로 근접한 해석결과를 주는 인자 조합을 찾고자 하였다.

특기할 만한 점은 별척상수법을 사용한 해석 중 11번째 경우에 아무런 결과를 얻지 못하여  $L_{18}$  표에 결측치 (missing value)가 포함되어 있다는 점이다. 이 문제는 측차근사법을 이용한 결측치 추정 알고리즘을 사용하여 표를 완성한 후 분석을 수행하였다.

#### 4.2 Lagrange 승수법 ( $L_9$ )

Table 5는  $L_9$  표의  $\theta_f$ 에 대한 S/N, Sm 및 평균의 분산분석표(ANOVA (analysis of variance) table)이다.

Table 5 ANOVA table (Lagrange method)

(a) S/N ratio

Source	SS	DF	MS	F
BES	542.135	2	271.0675	3.7238
NIP	96.3819	2	48.1910	0.6620
PV	30.5386	2	15.2693	0.2098
Error	145.5851	2	72.7926	17.8711
Total	814.6406	8		

(b) Sm db

Source	SS	DF	MS	F
BES	15.0411	2	7.5205	10.6006
NIP	0.1446	2	0.0723	0.1019
PV	1.4921	2	0.7460	1.0516
Error	1.4189	2	0.7094	7.8406
Total	18.0967	8		

Table 6 Average response table (Lagrange method)

Value	Level	BES	NIP	PV
S/N ratio	1	-52.25	-39.87	-43.36
	2	-43.10	-41.30	-40.40
	3	-33.24	-47.42	-44.83
Sm db	1	32.72	31.42	31.91
	2	32.23	31.57	31.00
	3	29.77	31.73	31.80
Mean	1	19.36	17.11	17.76
	2	18.28	17.05	16.19
	3	13.84	17.32	17.54

'MS (mean square)' 또는 'F (F-testing)' 값을 상대적으로 비교하여 스프링백 결과에 큰 영향을 미치는 인자부터 차례로 표시하면 변동성 측면(S/N)에서는 BES→NIP→PV이고, 민감도 측면(Sm)에서는 BES→PV→NIP가 된다. BES는  $\theta_f$  값과 변동성 모두에 가장 큰 영향을 미치며, NIP는 값 자체에는 별 영향을 미치지 않고 다만 변동성에만 약간 영향을 미친다. PV는 NIP와 반대 성향을 나타낸다.

최적 인자조합을 찾기 위하여 먼저 변동성을 고려하면, BES<sub>3</sub>가 가장 안정적(robust)이나 Table 6의 평균반응표(average response table)를 참조할 때  $\theta_f$  값을 목적치 16.10에 비하여 너무 작은(13.84) 방향으로 유도하므로 BES<sub>2</sub>를 적합한 것으로 판단하였다. NIP는 변동성만 고려하여 NIP<sub>1</sub>을, 그리고 PV는 그 반대로 수준만 고려하여 PV<sub>2</sub>를 각각 선택하였다. 이때  $\theta_f$ 의 예측치는 17.26°이다.

#### 4.3 별척상수법 ( $L_{18}$ )

$L_{18}$  표에 대한 분산분석표 Table 7에서 보는 바와 같이 특별히 강한 영향을 미치는 인자는 없으나, S/N은 BES와 PV, Sm은 PP와 PV의 영향이 비교적 크고 다른 인자들의 영향은 거의 없는 것으로 나타났다. S/N에 대해서는 BES/PV→NIP/CDP→PP, Sm에 대해서는 PP/PV→BES→CDP→NIP의 순으로 결과에 미치는 영향이 크다. 특히, NIP와 CDP의 영향은 변동성과 민감도 양쪽에서 모두 미미한 것으로 나타나 인자 선택에서 배제할 수도 있는 것으로 판단된다.

Table 8은  $L_{18}$ 의 평균반응표이다. 안정성을 고려하여 가장 좋은 BES<sub>3</sub>를 우선 선택하고, 다음에 PV<sub>2</sub>(차선으로 PV<sub>1</sub>)를 선택한다. NIP와 CDP는 어떤 수준을 선택해도 결과에 큰 영향을 미치지 않으므로 S/N 비가 가장 큰 NIP<sub>3</sub>과 CDP<sub>2</sub>를 선택하기로 한다. 마지막으로 민감도가 가장 큰 PP에 대해서는 다음 식으로 구해지는 예측치가 목적치(실험치)에 가장 가까운 결과를 주는 수준을 선택함으로써 조정인자(adjusting factor)로서의 역할을 부여한다. 즉, PP의 3수준 중 PP<sub>2</sub>가 목적치에 가장 가까운 예측치를 주므로 이를 최적 인자조합에 포함한다. 이러한 인자조합으로부터 예측되는 결과는 17.24°이다.

2가지 접촉처리 방법에 대하여 각각 얻은 최적 인자조합의 타당성을 확인하기 위하여 이들 인자조합에 대한 해석을 수행하고 그 결과를 예측치와 비교하였다. 확인 해석의 결과는 Table 9에서 보는 바와 같이 예측치보다

Table 7 ANOVA table (penalty method)

(a) S/N ratio

Source	SS	DF	MS	F
BES	325.2225	2	162.6113	2.1009
NIP	112.6847	2	56.3423	0.7279
PV	318.7414	2	159.3707	2.059
PP	83.7558	2	41.8779	0.5411
CDP	109.4148	2	54.7074	0.7068
Error	541.802	7	77.4003	36.323
Total	1491.6211	17		

(b) Sm db

Source	SS	DF	MS	F
BES	3.7748	2	1.8874	1.4756
NIP	0.9098	2	0.4549	0.3557
PV	5.3708	2	2.6854	2.0995
PP	6.0244	2	3.0122	2.355
CDP	1.4764	2	0.7382	0.5771
Error	8.9535	7	1.2791	33.7744
Total	26.5098	17		

Table 8 Average response table (penalty method)

Value	Level	BES	NIP	PV
S / N	1	-52.25	-39.87	-43.36
	2	-43.10	-41.30	-40.40
	3	-33.24	-47.42	-44.83
Sm db	1	32.72	31.42	31.91
	2	32.23	31.57	31.00
	3	29.77	31.73	31.80
Mean	1	19.36	17.11	17.76
	2	18.28	17.05	16.19
	3	13.84	17.32	17.54

약간 크거나 작게 계산되었으며, 실험치와는 Lagrange 법의 경우 1.96°에 달하는 큰 차이를 나타내고 있으나, 벌칙법의 경우는 0.51° 정도의 차이로 매우 좋은 일치를 보이고 있다. 이는 Lagrange 법의 경우 BES 인자가 변동성과 민감도 양쪽에 지배적인 영향을 미치고 있어 데이터의 안정성과 정확성을 동시에 만족시키는 인자조합을 구하기 어렵지만, 벌칙법의 경우는 BES와 PV로써 안정성을 확보하고, 그리고 PP로써 값을 조정할 수 있는 여지가 있기 때문인 것으로 분석된다.

Table 9 Result of the confirmation run under the optimal combination of factors

Contact Algorithm	Optimal Level					$\theta_f$		
	BES	NIP	PV	PP	CDP	Exp.	Predic.	Cal.
Lagrange	1.0	5	5	-	-	16.10	17.26	18.06
Penalty	1.5	13	5	0.03	0.10		17.24	16.61

5. 결론

2차원 드로벤딩 문제에서 동적외연적 유한요소법에 의한 스프링백 해석의 결과에 영향을 미칠 수 있는 공정 변수와 수치변수들을 제어인자로 선택하여 Taguchi 실험계획법으로 각 인자들의 영향을 분석하고, 실험 결과에 가장 안정적으로 근접하는 결과를 주는 최적 인자조합을 도출하였다. 특히, 편치행정에 인위적으로 미소한 변화를 주어 응력값의 변동을 유도함으로써 각 인자들의 안정성과 민감도를 분석하였다.

Lagrange 법을 사용할 때, 변동성 측면(S/N)에서는 BES→NIP→PV의 차례로, 민감도 측면(Sm)에서는 BES→PV→NIP의 차례로 스프링백에 큰 영향을 미치는 것으로 나타났다. 그리고 벌칙상수법을 사용할 때는 변동성에는 BES와 PV, 민감도에는 PP와 PV의 영향이 비교적 크고 다른 인자들의 영향은 거의 없는 것으로 나타났다.

참고 문헌

- (1) Lee, S. W. and Yang, D. Y., 1998, "An Assessment of Numerical Parameters Influencing Springback in Explicit Finite Element Analysis of Sheet Metal Forming Process", J. of Mat. Proc. Tech., Vol. 80-81, pp. 60~67.
- (2) Peace, G. S., 1993, Taguchi Methods, A Hands-on Approach, Addison-Wesley Publishing Co., Inc.
- (3) Makinouchi, A., Nakamachi, E. Onate, E. and Wagoner, R. H., 1993, Proc. of the 2nd Int. Conf. NUMISHEET '93, pp. 398~405.
- (4) 한상준, 김영수, 김형중, 오수익, 1998, "화상처리법을 이용한 곡면변형을 측정 시스템의 개발", 한국소성가 공학회논문집, 제7권 제6호, pp. 575~585.
- (5) Pam System International S.A., 1998, PAM-STAMP™ User's Guide, Version 1998