한국소음진동공학회 창립10주년 기념 소음진동학술대회논문집, pp.257~262.

# 회전지능보의 능동진동제어

°남상현* 곽문규**

# Active Vibration Control of Slewing Smart Beam

Sang Hyun Nam and Moon Kyu Kwak


## Abstract

This research is concerned with the active vibration control of slewing smart structures subjected to rotating disturbance. When cantilever beam rotates about axes perpendicular to the undeformed beam's longitudinal axis, it experiences inertial loading. Hence, the beam vibrates after the slewing ends. In this paper, the analytical model for a single slewing flexible beam with surface bonded piezoelectric sensor and actuator is developed using the Hamilton's principle with discretization by the assumed mode method. The theoretial model is verified by the experimental open loop frequency response data. The controller is designed for residual vibration suppression after slewing. The designed cotroller is a positive position feedback (PPF) controller for controlling the first mode vibration.


## 1. 서 론

지능 구조물을 이용한 능동진동제어는 현재 연구가 활발히 진행되고 있는 분야이다. 그러나 대부분의 연구 결과가 회전하지 않는 지능구조물에 대한 제어기의 개발과 관련이 있다.[1-8]

회전운동을 하는 외팔보 형태의 구조물의 진동 해석이나 제어에 대해서는 그동안 많은 연구가 있었음에도 불구하고 아직도 연구가 진행되고 있는 주제이다. 이는 이 분야 연구의 난해성과 중요성을 간접적으로 증명하고 있는 것이라고 말할 수 있다. 지금까지 이 분야에 대한 연구결과는 정확한 모델링에 관한 논문이 많은 부분을 차지하고 있으며 모델링에 고려되었던 물리적 요인변화에 따른 연구, 모드해석방법과 유한요소법의 적용 등의 수치해석의 방법에 대한 연구이다.[9-15] 그러나 이러한 해석적 방법이 실험적으로 회전하는 구조물에 대해 직접적으로 계측하여 증명된 문헌은 거의 없는 실정이며, 모델링 방법에 대해서도 일부 논문에서 다루어지고 있다. [9] 그만큼 이 분야에 대한 실험은 실험 그 자체가 매우 까다로우며 특히 회전과 관련된 실험이 매우 어려운 분야라고 말할 수 있을 것이다.

회전 구조물의 능동진동제어 분야가 본격적으로 논의가 되기 시작한 것은 우주산업 인공위성과 우주왕복선의 개발과 더불어 활발하게 우주개발이 이루어지던 1970년대와 그 때를 같이한다고 볼 수 있다. 우주개발이 진행되면서 우주공간상에서 작업을 해야 하는 경우가 늘어남에 따라 로봇팔을 이용하는 것을 고려하게 되었다. 그러나 지상에서

*동국대학교 기계공학과 대학원
**동국대학교 기계공학과 교수

사용되는 로봇의 팔이 기계적인 진동을 줄이기 위해 상대적으로 큰 무게와 부피를 갖도록 설계가 된 반면에 우주 개발 사업에 있어서는 그러한 무게와 부피를 허용할 수 없었기 때문에 회전하는 구조물의 진동제어 문제가 중요한 연구과제로 부각되었다.

본 연구에서는 회전하는 지능구조물에 대하여 모델링 방법을 논의하고 이러한 시스템에 대한 디지털PID와 PPF제어기의 적용방법을 토의하였다. 이론적인 결과의 타당성을 검토하기 위하여 DSP 보드, DC모터, 압전세라믹 감지기와 작동기를 장착한 보 구조물을 이용하였다. 모델링은 최근 곽[9]에 의해서 제시된 회전구조물의 동적 모델링 방법을 근거로 하여 모델링을 하고 주파수응답을 계산하여 실험을 통해서 계측된 결과를 비교하여 모델링방법과 실험적결과를 비교 분석하였다. PID 모터제어기를 설계하여 각도제어를 하고 동시에 PPF 능동진동제어기를 이용해서 회전 때문에 발생되는 진동을 제어하였다. 실험 결과 모델링의 타당성은 모터의 비선형성으로 인하여 아직 연구가 진행되어야 하는 것으로 나타났으며 회전각과 진동제어는 가능한 것으로 확인되었다.

## 2. 시스템의 운동방정식

여기에서 보는 강체의 해석과 탄성변형해석을 위해서 Euler_Bernoulli 보라 가정을 하여 다음 그림과 같이 회전구조물의 동적모델를 고려해 보자.

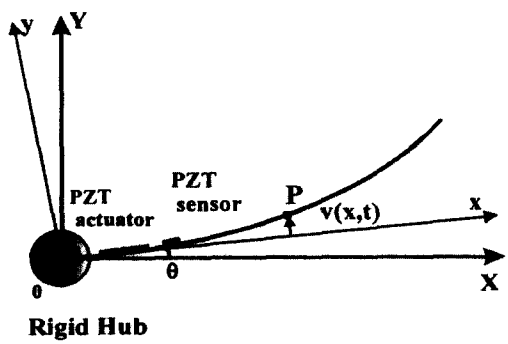


Fig1. Configuration of a Cantilever Beam Attached to Rigid Hub

여기서 X 와 Y는 절대좌표를 위미하며 x, y는 강체의 회전 좌표를 의미한다. P는 보위의 임의의 질점을 나타내며, $\theta$는 강체의 회전각을 의미한다. 운동 방정식에 대한 식을 유도하기 위해 P의 절대위치벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_p = [(x+r_H)\cos\theta - v\sin\theta]\vec{i} + [(x+r_H)\sin\theta + v\cos\theta + \sin\theta]\vec{j} \quad (1)$$

여기서 $r_H$는 허브의 반경, $v(x,t)$는 탄성변위를 나타낸다. 이를 시간에 대해서 미분하면 보위에 임의의 질점P의 속도벡터, $\dot{R}_p$에 관한 식을 얻을 수 있는데 속도벡터의 내적을 이용하면 보의 운동에너지를 구할 수 있다.

상미분방정식과 편미분 방정식이 혼합된 식은 제어기 설계와 수치계산에 부적합하므로 탄성 변위를 다음과 같이 이산화 한다.

$$v(x,t) = \sum_{j=1}^{n} \phi_j(x)\, q_j(t) = \Phi q \quad (2)$$

여기서 $\phi_j(x)$는 가정모드(assumed mode) 들이며 $q_j(t)$는 일반화된 좌표(modal coordinate) 이다 $n$은 $q_j(t)$의 개수를 나타낸다.

보와 허브의 전체 운동에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$T = \frac{1}{2}J_H\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}\int_0^L \overline{m_b}\, v_p^2\, dx + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n_b}\int_{\alpha_i}^{\beta_i} \overline{m_{pi}}\, v_p^2\, dx \quad (3)$$

$$= \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}\dot{\theta}^2 q^T M q + \dot{\theta}\tilde{\Phi}\dot{q} + \frac{1}{2}q^T M \dot{q}$$

여기서 $J$는 Hub와 보의 총관성질량을 의미하며 다음의 식으로 표현된다.

$$J = J_H + \frac{1}{3}m_b L^2 + m_b r_H^2 + m_b r_H L + \sum_{i=1}^{n_b}\overline{m_{pi}}\left[\frac{1}{3}\beta_i^3 - \frac{1}{3}\alpha_i^3 + r_H^2(\beta_i - \alpha_i) + r_H(\beta_i^2 - \alpha_i^2)\right] \quad (4)$$

또한

$$M = m_b\int_0^1 \Phi^T\Phi\, d\xi + \sum_{i=1}^{n_b}\overline{m_{pi}}L\int_{\overline{\alpha_i}}^{\overline{\beta_i}} \Phi^T\Phi\, d\xi \quad (5)$$

$$\tilde{\Phi} = m_b r_H\int_0^1 \Phi\, d\xi + m_b L\int_0^1 \xi\Phi\, d\xi + \sum_{i=1}^{n_b}\left[\overline{m_{pi}}L r_H\int_{\overline{\alpha_i}}^{\overline{\beta_i}} \Phi\, d\xi + \overline{m_{pi}}L^2\int_{\overline{\alpha_i}}^{\overline{\beta_i}} \xi\Phi\, d\xi\right] \quad (6)$$

여기서 무차원 상수 $x = L\xi$ 를 도입하였으며 $\overline{\alpha_i} = \alpha_i / L$, $\overline{\beta_i} = \beta_i / L$이다.

탄성에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$V_b = \frac{1}{2}\int_0^L E_b I_b \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right)^2 dx = \frac{1}{2} q^T K_b q \quad (7)$$

여기서

$$K_b = \frac{E_b I_b}{L^3}\int_0^1 \frac{d^2\Phi^T}{d\xi^2}\frac{d^2\Phi}{d\xi^2} dx \quad (8)$$

따라서 보에 대한 가상일은 다음과 같이 표현된다.

$$\delta W_b = -\delta V_b + \delta q^T C \dot{q} \quad (9)$$

가상일에 감쇠항을 삽입하였음을 주목하라.

한 개의 압전세라믹에 의한 일은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$W_{pi} = \frac{1}{2} w_{pi}\int_{\alpha_i}^{\beta_i}\int_{y_i}^{y_i+t_p}[(\varepsilon_3{}^T - d_{31}{}^2 E_p) E_{31}{}^2 + 2 d_{31} E_p E_{3i} \varepsilon_x - E_p \varepsilon_x{}^2] dy dx \quad (10)$$

윗식에서 변형율에 관한 식과 전압에 관한 관계식은 다음과 같다.

$$\varepsilon_x = -y\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \quad v_i = t_{pi} E_{3i} \quad (11)$$

(11)식을 (10)식에 대입하면 다음식이 유도된다.

$$W_{pi} = \frac{1}{2} c_{pi} v_i^2 - q^T b_i v_i - \frac{1}{2} q^T K_{pi} q \quad (12)$$

여기서

$$c_{Pi} = \frac{w_{Pi}(\alpha_i - \beta_i)(\varepsilon_3{}^T - d_{31}{}^2 E_p)}{t_{Pi}} \quad (13a)$$

$$b_i = d_{31} w_{Pi} E_p (y_i + \frac{t_{Pi}}{2}) \frac{1}{L}\int_{\overline{\alpha_i}}^{\overline{\beta_i}} \Phi''^T d\zeta \quad (13b)$$

$$K_x = w_x E_p t_x / L^3 (y_i^2 + y_i t_x + t_x^2/3) \int_{\overline{\alpha_i}}^{\overline{\beta_i}} \Phi''^T \Phi'' d\zeta \quad (13c)$$

따라서 구조물에 부착된 모든 압전세라믹에 의한 일은 다음과 같다.

$$W_p = \frac{1}{2} v^T C_p v - q^T B v - \frac{1}{2} q^T K_p q \quad (14)$$

여기서

$$C_p = \begin{bmatrix} \nwarrow & & \\ & C_{pi} & \\ & & \searrow \end{bmatrix} \quad B = [b_1, b_2 \cdots b_{np}] \quad K_p = \sum_{i=1}^{np} K_{Pi}$$

가 된다.

모터에 의한 가상일은 다음과 같이 표현된다.

$$\delta W_m = T_H \delta\theta - C_m \dot{\theta}\, \delta\theta \quad (15)$$

여기서 $T_H$은 보의 허브에 작용한 토크를 의미하며 $C_m$은 허브의 회전에 대한 감쇠계수를 나타낸다.

따라서 (9), (14), (15)식을 이용하면 전체 가상일은 다음과 같이 표현된다.

$$\delta W = \delta v^T C_P v - \delta q^T B v - \delta q^T K + T_H \delta\theta - C_m \dot{\theta}\, \delta\theta - \delta v B^T q \quad (16)$$

여기서 $K = K_b + K_P$ 이다.

Hamiltom 원리를 적용하여 운동방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$J\ddot{\theta} + C_m \dot{\theta} + \widetilde{\Phi} q = T_H \quad (17)$$

$$\widetilde{\Phi}^T \theta + M\ddot{q} + C\dot{q} + (K - \dot{\theta}^2 M) q = -B_a G_a v_a \quad (18)$$

그리고 감지기 방정식이 다음과 같이 표현된다.

$$v_s = G_s C_{ps}^{-1} B_s^T q \quad (19)$$

여기서 $G_s C_{ps}^{-1} = -C_c^{-1}$ 이 되며 $C_c$ 는 각각의 Charge Amp에 사용된 컨덴서 값으로 이루어진 대각행렬을 나타낸다.

회전이 없는 경우에 대하여 식 (18)의 고유치 문제를 풀면 고유벡터와 고유치가 얻어진다. 이 경우에 얻어진 고유벡터의 직교성, $U^T M U = I$, $U^T K U = \Lambda = \Omega^2$를 이용하고 감쇠에 대한 가정 $U^T C U = 2Z\Omega$를 사용하고 새로운 모달좌표계, $q = U\eta$ 를 도입하면 식(17)-(19)을 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$J\ddot{\theta} + C_m \dot{\theta} + \widetilde{\Phi} U \eta = T_H \quad (20)$$

$$U^T \widetilde{\Phi}^T \ddot{\theta} + \ddot{\eta} + 2Z\Omega\dot{\eta} + (\Lambda - \dot{\theta}^2 I)\eta = U^T B_a G_a v_a \quad (21)$$

$$v_s = -C_c^{-1} B_s^T U \eta \quad (22)$$

식 (20)과 (21)을 살펴보면 회전각도와 탄성변위가 연성되어 있음을 알 수 있다. 회전각도의 임의의 큰 값을 가질 수 있는 반면에 탄성변위는 작은 값을 가지게 됨을 알 수 있다. 따라서 섭동법을 이용하여 식을 분리하는 것이 바람직하다. 먼저 각도를 0차의 각도와 1차의 작은 각도, 즉 $\theta = \theta_0 + \theta_1$로

나누어 (20)식과 (21)식에 대입하여 보자. 그러면 다음과 같은 0차의 식

$$J\ddot{\theta}_0 + C_m \dot{\theta}_0 = T_H \tag{23}$$

과 1차의 식이 얻어진다.

$$J\ddot{\theta}_1 + C_m \dot{\theta}_1 + \widetilde{\Phi} U\eta = 0 \tag{24}$$

$$U^T \widetilde{\Phi}^T \ddot{\theta}_1 + \ddot{\eta} + 2Z\Omega\dot{\eta} + (\Lambda - \dot{\theta}_0^{\,2} I)\eta$$
$$= -U^T B_a G_a v_a - U^T \widetilde{\Phi}^T \ddot{\theta}_0 \tag{25}$$

수치해석을 위한 가정모드는 곽[10]의 연구 결과를 이용하였다.

## 3. 실험 장치 및 제어기 설계

본 연구를 위하여 압전감지기와 작동기를 부착한 외팔보를 다음 그림에서 보이는 바와 같이 DC 모터에 연결하였다. 모터의 각도는 인코더를 이용하여 계측하였으며 보의 탄성변위는 압전감지기를 이용하여 계측하였다. 감지기의 계측값은 DSP보드의 A/D단자에 전달되며 DSP보드에 다운로드된다. 디지털제어기를 이용하여 각도와 보의 변위에 관한 제어력을 계산하고 이를 D/A단자로 출력하여 피이드백 제어를 성취하였다.

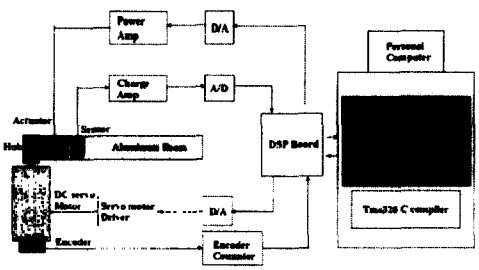


Fig. 2 Experimental Setup

본 연구에서는 먼저 큰회전각에 대한 식(23)을 이용하여 디지털 PID제어기를 설계하고 동시에 디지털 PPF제어기를 구현하여 회전 운동중에 발생하는 진동과 회전후의 잔류진동을 제어하고자 하였다.

본 연구에서 이용한 디지털 PID제어기는 다음과 같다.

$$T_H = -K_d\dot{\varepsilon} - K_P\varepsilon - K_I\int_0^t \varepsilon\, d\tau \tag{26}$$

여기서 $\varepsilon = \theta_0 - \bar{\theta}$ 이다. 디지털 PID제어기의 견실한 제어성능은 널리 알려져 있어 더 이상 설명이 필요하지 않을 것으로 판단된다. 본 실험에서는 디지털 PID제어기의 세가지이득, 즉 비례이득, 적분이득, 미분이득을 결정하기 위하여 Zigler-Nichols 방법[16]을 사용하였다. Bilinear z-변환을 사용하여 구한 디지털 PID제어기는 다음과 같다.

$$G(z) = \frac{T_H(z)}{\varepsilon(z)} = \frac{(K_p + \frac{TK_i}{2} + \frac{K_d}{T})z^2 + (\frac{TK_i}{2} - K_p - \frac{2K_d}{T})z + \frac{K_d}{T}}{z(z-1)} \tag{27}$$

PPF 제어기법은 일반 변위를 계측하여 진동을 억제하는 방법으로 제어 대상 주파수 영역을 확실하게 제어할 수 있고 고유 진동 모드들이 밀집되어 있더라도 다수의 PPF 제어기를 사용하여 개개의 고유모드들을 독립적으로 제어 할 수 있는 장점이 있다. 디지털화한 PPF제어기는 다음과 같이 표현된다.[5]

$$H(z) = \frac{b_2 z^2 + b_1 z + b_0}{z^2 + a_1 z + a_0} \tag{28}$$

여기서

$$b_2 = \omega_f^2/\Delta, \quad b_1 = 2\omega_f^2/\Delta, \quad b_0 = \omega_f^2/\Delta,$$
$$a_1 = (2\omega_f^2 - 8/T^2)/\Delta,\ a_0 = (4/T^2 - 4\zeta_f\omega_f/T + \omega_f^2)/\Delta$$
$$\Delta = 4/T^2 - 4\zeta_f\omega_f/T + \omega_f^2 \tag{29}$$

여기서 T는 샘플링 시간을 나타내는데 불안정을 일으키지 않도록 충분히 빨라야 한다. 본 실험에서는 TMS320 Floating-Point DSP Optimizing C 컴파일러와 라이브러리를 이용하여 디지털 PID제어기와 디지털 PPF제어기를 구현하여 적용하였다. $T$=0.0001 s로 설정하였는데 회전각 제어 및 PPF 제어를 수행하는데 있어 충분하였다.

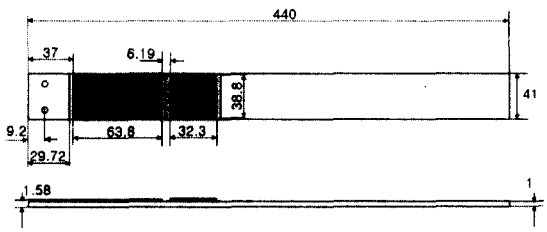


Fig.3 Cantilever with Piezo Sensor and Actuator

Fig.3은 본 실험에서 사용된 한 개의 압전 감지기와 압전 작동기로 이루어진 외팔보 형태의 지능 구조물을 좀더 자세하게 보여주고 있다.

## 4. 실험 결과

먼저 이론적인 모델과 실제로 구현된 실험장치의 정확성을 확인하고자 실험적인 주파수응답과 계산으로 구해진 주파수응답을 비교, 분석하였다.

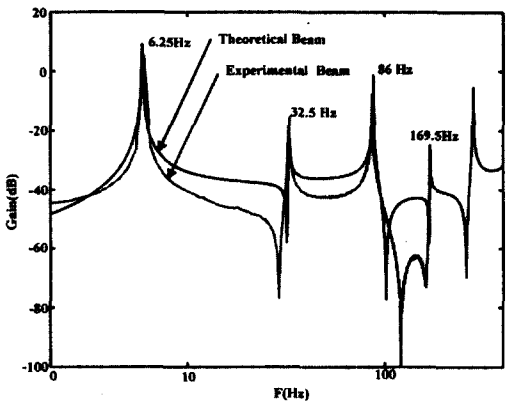


Fig. 4 Uncontrolled Experimental and Theoretical FRFs (Magnitude)

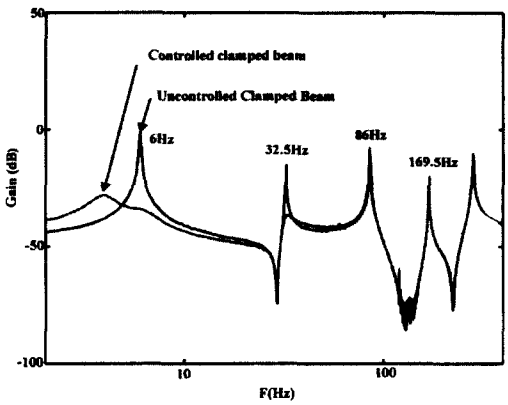


Fig. 5 Controled and Uncontrolled FRFs (Magnitude)

FFT 신호분석기를 이용한 진동 실험으로부터 지능 외팔보의 고유진동수는 각각 6.25Hz, 32.5Hz, 86Hz, 169.5Hz 임을 알 수 있었고 이는 앞에서 구한 이론적 모델을 이용한 결과와 거의 일치함을 확인할 수 있었다.

2개의 고유모드 6.25Hz와 32.5Hz에 대하여 디지털 PPF제어기를 설계하여 회전각을 제어하지 않은 상태에서 진동제어만을 적용한 주파수 응답곡선은 Fig. 5와 같다. 디지털 PPF제어기에서 사용한 $\zeta$는 0.3이다.

위 그림에서 2차 모드까지의 PPF제어가 되고있음을 확인할 수 있다. 디지털 PID제어기를 적용하여 모터의 위치제어를 시도하였다. 진동제어를 하지 않은 상태에서 다음과 같은 결과를 얻었다.

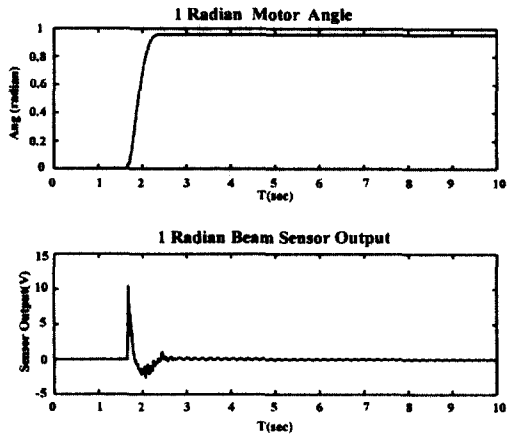


Fig. 6 Time Responses with PID Control

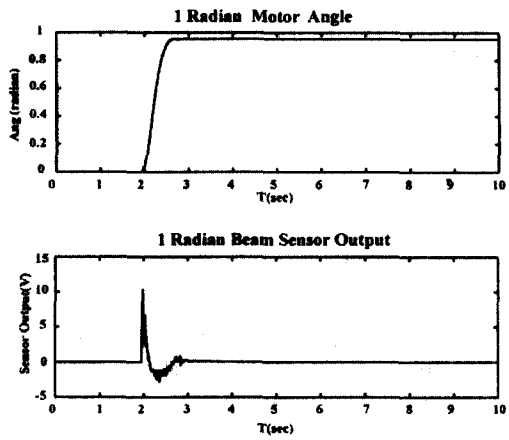


Fig. 7 Time Responses with Simultaneous PID-PPF Control

Fig. 6에서 알 수 있듯이 잔류진동이 상당기간 지속됨을 알 수 있다. 그러나 모터의 위치 제어에는

큰 영향이 없어 각도제어는 무난히 이루어졌음을 확인할 수 있다.

디지털 PID-PPF제어기를 동시에 적용하여 모터의 위치제어를 이룩하면서 진동제어를 동시에 성취하는 제어 실험을 수행하였다. 실험을 통해 얻은 결과는 Fig. 7과 같다.

## 5. 토의 및 결론

본 논문은 DC모터에 의하여 회전하는 지능구조물에 대하여 모델링 방법과 제어기 설계방법을 논의하였다. 압전세라믹 감지기와 작동기를 포함한 지능구조물이 회전하는 경우에 발생하는 진동 특성은 DC모터에 적용되는 제어기와 관련이 있음을 실험 결과로 알 수 있었다. 그러나 이론 모델로부터 얻어지는 진동 응답은 실험값과 차이가 있어 아직 이에 대한 연구가 진행중이다.

각도 제어와 진동제어를 위하여 설계된 디지털 PID-PPF 제어기의 적용 결과 잔류진동이 현저히 없어짐을 확인할 수 있었다. 그러나 회전 중에 발생하는 진동문제는 아직 해결하여할 문제로 남아 있다.

## 참 고 문 헌


(1) Fanson, J. L. and Caughey, T. K., 1987, "Positive Position Feedback Control for Large Space Structures," AIAA Journal, Vol. 28, No. 4, April 1990, pp. 717-724

(2) 라완규, 곽문규, 윤광준, "압전감지기와 작동기를 이용한 복합재료 격자 구조물의 능동 진동제어," 한국항공우주학회지, 제25권 제5호, 1997, pp. 76-85.

(3) 곽문규, "압전재료를 이용한 지능구조물의 능동진동제어", 한국소음진동공학회지, 제5권 제3호, 1995년 9월, pp. 292-302.

(4) 곽문규, 라완규, 윤광준, "PPF와 SRF 조합 제어기법을 사용한 지능구조물의 능동진동제어," 한국소음진동공학회지, 제7권 제5호, 1997, pp. 811-817.

(5) 신태식, 곽문규. "수정 LQG 제어기를 이용한 지능구조물의 능동진동제어" , 한국소음진동공학회 춘계학술대회 논문집 , 용평 , 1998년 5월, pp. 664-669.

(6) Yoon, K. J., Lee, Y. J., and Kim, H.S., "Active Suppression of Glass/Epoxy Composite Cantilever Beam Using Piezoceramic Actuators and Piezopolymer Sensors," Journal of Composite Materials, Vol. 7, No. 1, pp. 48-56.

(7) Kwak, M.-K., Ra, W.-K., and Yoon, K.-J., "Active Vibration Suppression of a Smart Grid Structure by the Multiple Positive Position Feedback Control," Asia-Pacific Vibration Conference '97, Nov. 1997, Kyounju, Korea, pp. 1271-1276.

(8) 허석 곽문규 "다중 입출력 능동진동제어를 위한 실시간 유전자 알고리즘 개발",한국소음진동공학회지, 추계학술대회논문집, 1999, pp.205-210.

(9) K. K. Denoyer, M. K. Kwak "Dynamic Modelling and Vibration Suppression of a Slewing Structure Utilizing Piezoelectric Sensors and Actuators", Journal of sound and vibration (1996) 189(1) pp 13 - pp 31.

(10) M. K. Kwak "New Admissible Functions For the Dynamic Analysis of Slewing Flexible Beam", Journal of sound and vibration 1998, 210(5), pp 581 - 592.

(11) Ephrahim Garcia and Daniel J. Inman"Modelling of the Slewing Control of a Flexible Structure "State University of New York at Buffalo, New York 14260

(12) 신호철, 최승복 "압전작동기를 이용한 매우 우연한 로봇팔의 진동 진동제어" 한국소음진동공학회지,제6권,제2호, pp187-196, 1996년

(13) Benjamin C. KUO "AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS" PRENTICE HALL INTERNATIONAL

(14) 박정훈, 유홍희 "회전구조물의 진동 해석 및 실험" 대한 기계학회 논문집(A) 제21권 제2호, pp. 272-280, 1997

(15) 유홍희 "회전 외팔보의 굽힘진동 해석" 대한기계학회논문집 제16권 , 제5호 , pp, 891-898 1992

(16) Richard C. Dorf, Robert H. Bishop "Modern control Systems"