

경계요소법과 유한요소법에 의한 흡음판의 소음저감에 관한 다영역 연성해석

°주현돈,* 서원진,** 이시복 ***

Multi-Region Structural-Acoustic Coupling Analysis on Noise Reduction of Layered Structures
using Finite Element and Boundary Element Technique

Hyun-Don Ju, Won-Jin Seo, Shi-Bok Lee

Abstract

A structural-acoustic coupling problem involving fluid in a cavity divided with flexible walls and porous materials is investigated in this paper. In many practical problems, the use of finite elements to discretize the fluid region leads to large stiffness and mass matrices. But, since the acoustic boundary element discretization requires to put elements only on the surface of structure, the size of matrices is reduced considerably. Here, we developed a numerical analysis program for the structural-acoustic coupling problems of the multi-region cavity, using boundary elements for the fluid regions and finite elements for the structure. By considering sound transmission through layered systems placed in a cavity, the accuracy of the coupled acoustical-structural finite element model has been verified by comparing its transmission loss predictions with analytical solutions. Example problems are included to investigate the characteristics of the multi-region structural-acoustic coupling system with porous material.

Key Words : Structural-acoustic coupling(구조 음향 연성), Multi-Region(다 영역), FEM(유한요소법)
Direct BEM(직접 경계요소법), Layered structure(적층 구조물)

1. 서론

자동차, 항공기, 선박, 덮개구조(Canopy)와 같은 밀폐된 공간에 대한 구조음향 연성해석에 관한 연구가 많이 이루어지고 있다. 보통 경계요소법을 음장해석에 이용하는 가장 큰 이유는 유한요소법으로 음장해석을 할 경우에는 많은 요소수로 인하여 계산에 소요되는 시간이 상당히 많이 필요하지만, 경계요소법에 의한 해석은 시간을 현저히 줄여준다. 이 방법은 지배방정식과 경계조건을 경계에 분포하는 변수에 관한 경계적분방정식(Boundary Integral Equation)으로 변환한 후, 이 적분방정식을 미소한 요소로 분할하여 수치적으로 해석하는 방법인데, 해

석의 정도와 차원을 하나 줄이는데서 오는 경제성 때문에 음향해석에 많이 이용되어지고 있다.

그러나 지금까지의 하나의 영역(One Domain)내의 구조음향연성해석으로는 건축의 여러 실내간의 음향 전달손실 규명 및 차량의 엔진룸과 실내사이에 있는 Dash Panel의 음향전달손실 분석등을 하기는 불가능하다. 그리하여 여러 영역을 가진 구조물, 흡음재, 그리고 유체의 완전연성을 통한 구조음향 연성해석이 필요하게 되었다.

특히 흡음재를 포함하고 있는 다중영역을 가진 구조물의 소음진동 연성해석을 얻기 위해 각 영역을 결합하여 내부음장을 해석하였다. 본 논문에서는 음장해석에 이점을 가지는 경계요소법에 의해 얻은 매개 변수와 유한요소법에 의한 구조물의 매개 변수를 기하학적 연성계수의 도입으로 해석하였다. 세 영역의 모든 경계를 구조물로 고려하여 완전 연성 해석을 수행하여 세 영역간 및 같은 영역내의 연성에 의한

* 진주전문대학 기계산업제일

** 부산대학교 대학원 기계설계공학과

*** 부산대학교 기계공학부

음장변화를 고찰한다. 시스템의 연성 정도와 흡음재의 소음 저감을 고찰하기 위하여 다영역을 가진 사각박스 모양을 가진 공동의 크기와 흡음재의 유무에 따른 연성효과를 비교 검토하였다. 연성을 고려하지 않고 두 영역의 음장을 경계요소법에 의한 해석과 두 영역 경계에 평판이 있고, 음향속도의 연속조건을 만족하는 경계조건을 가진 구조연성 해석은 Wu에 의해 개발되었다.[5] 흡음재를 가진 무한 적층판의 음향투과에 관한 해석모델이 Lauriks[5]에 의해 제안되었다. 그러나 본 논문에서는 세 영역의 모든 경계에 있어서 구조물로서 고려하여 완전 연성해석을 수행하고, 구조물 사이의 흡음재를 가진 적층판의 간격에 의한 음장변화를 고찰하였다.

2. 3차원 경계요소법

음파의 파동방정식은 음파가 압축성이며, 균질하고, 비점성 매질로 전파할 때, 다음과 같이 표현된다.

$$\nabla^2 \phi(r, t) - \frac{1}{c^2} \phi(r, t) = 0 \quad (1)$$

여기서 ϕ 는 음장의 속도 포텐셜 함수를, c 는 음파의 전파속도를 나타낸다.

음파가 시조화운동($\phi(r, t) = \phi(r)e^{i\omega t}$)을 할 때, 위의 파동방정식은 공간에 대한 Helmholtz방정식으로 표현된다.

$$\nabla^2 \phi + k^2 \phi = 0 \quad (2)$$

여기서 ϕ 는 속도포텐셜, k 는 파수(Wave Number), c 는 음속, ω 는 각속도이다. 음파의 임자속도는

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial n} \quad (3)$$

이며, 음압(Sound Pressure)은

$$p = -\rho_0 \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = -i\omega \rho_0 \phi \quad (4)$$

으로 나타내며, ρ_0 는 유체의 밀도이다.

식(2)는 다음과 같은 Kirchhoff-Helmholtz 적분방정식으로 나타낼 수 있다.

$$C^o(r) \phi(r) = \int_S \left(A(r, r_0) \frac{\partial \phi}{\partial n}(r_0) - \phi(r_0) \frac{\partial A}{\partial n}(r, r_0) \right) dS(r_0) \quad (5)$$

여기서, $\phi(r, r_0) = \exp[-ikR(r, r_0)]/R(r, r_0)$, $R = |r - r_0|$ 이며, r_0 는 표면 S_0 위의 점을 의미한다. 계수 $C^o(r)$ 는 r 이 공간 내부에 있을 경우에는 4π 이고, 경계면에 있을 경우에는 다음 식을 따른다.

$$C^o(r) = - \int_S \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{R(r, r_0)} \right) dS(r_0) \quad (6)$$

주어진 경계면을 기하학적으로 잘 묘사하기 위해 이

산화되어 미리 선정된 점들(Collocation Points)을 기준으로 하여, 음압, 임자속도, 좌표계등에 대해 다음과 같이 적절한 내삽함수(Interpolation Function)로써 근사화시킨다.

$$C_0(r) = 4\pi - \sum_{m=1}^M \int_{S_m} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{R_m(r, r_0)} \right) J_m(r, s) dr ds \quad (7)$$

$$x(r, s) = \sum_{a=1}^N N_a(r, s) x_a \quad (8a)$$

$$y(r, s) = \sum_{a=1}^N N_a(r, s) y_a \quad (8b)$$

$$\phi_x(r, s) = \sum_{a=1}^N N_a(r, s) \phi_{xa}(x, y) \quad (9a)$$

$$\phi_y(r, s) = \sum_{a=1}^N N_a(r, s) \phi_{ya}(x, y) \quad (9b)$$

$$\phi_x'(r, s) = \frac{\partial \phi_x}{\partial n} = \sum_{a=1}^N N_a(r, s) \frac{\partial \phi_{xa}}{\partial n} \quad (10a)$$

$$\phi_y'(r, s) = \frac{\partial \phi_y}{\partial n} = \sum_{a=1}^N N_a(r, s) \frac{\partial \phi_{ya}}{\partial n} \quad (10b)$$

여기서 N 은 전체 요소수이며, $J_m(r, s)$ 는 아이소파라메트릭(Isoparametric)변환의 자코비안이다. 이때, 형상함수는 사각형요소인 경우 다음과 같이 표현된다.

$$N_a(r, s) = \frac{1}{4} (1 + rr_a)(1 + ss_a) \quad (11)$$

$$(r_1, s_1) = (-1, -1), (r_2, s_2) = (-1, 1),$$

$$(r_3, s_3) = (1, 1), (r_4, s_4) = (1, -1)$$

$$\therefore \sum_{m=1}^M \sum_{a=1}^N \phi_{ma} a_{mj}^a = \sum_{m=1}^M \sum_{a=1}^N \phi_{ma} b_{mj}^a = - \sum_{m=1}^M C_{mj} \cdot \phi_j \quad (12)$$

$$\therefore a_{mj}^a = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{e^{[-ikR_{mj}]}}{R_{mj}} N_a(r, s) J_m(r, s) dr ds \quad (13a)$$

$$b_{mj}^a = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{[-ikR_{mj}]}}{R_{mj}} \right) N_a(r, s) J_m(r, s) dr ds \quad (13b)$$

$$C_{mj} = \int_{-1}^1 \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{R_{mj}} \right) J_m(r, s) dr ds \quad (13c)$$

여기서 R_{mj} 는 필드포인트(field point) j로부터 요소 m상의 임의의 점까지의 거리를 의미하며, ϕ_j 는 절점(field point) j에서의 포텐셜이다. 식 (12)는 다음과 같이 표현되며, M은 표면의 절점의 총수이다.

$$\sum_{j=1}^M B_{jl} \phi_j = \sum_{j=1}^M A_{jl} u_j \quad (14)$$

$$B_{jl} = \overline{B_{jl}} - \left(\sum_{m=1}^M C_{mj} \right) \delta_{jl}$$

식 (3), (4)을 식(14)에 대입하면 다음과 같다.

$$\sum_{j=1}^M \left(\frac{B_{jl}}{-i\omega p} \right) p_j = \sum_{j=1}^M A_{jl} u_j \quad (j=1, 2, \dots, M) \quad (15)$$

경계면상의 각 절점에서 음압이나 속도가 주어질 경우에는 식(15)에서 미지의 음압이나 속도가 구해진다.

3. 흡음판을 가진 다영역 구조물의 3차원 구조음향 연성해석

유한요소해석에서 구조물의 요소는 관급 힘 사각형 요소로써 절점의 수는 4개이다. 요소의 총 자유도 수는 12이며, 회전자유도는 축약되고, 이동자유도만 고려한 해석을 수행하였다. 구조물의 경계조건은 단순지지하거나 또는 고정할 수 있다. 전체구조물에 대한 유한요소법을 이용해 모델링한 식은 다음과 같아 표현된다.

$$(-\omega^2 M_s + K_s)x = F^{rad} + F^D \quad (16)$$

여기서 M_s 는 질량행렬(Mass matrix), K_s 는 강성행렬(Stiffness matrix), F^{rad} 는 구조물에 대한 유체의 음향학적인 부하에 해당하고, F^D 는 외부에서 구조물에 가해지는 힘이다.

여기서

$$F^{rad} = - \int_{S_m} P_m(\xi) J(\xi) d\xi = - \sum_a \int_{S_m} P_m N_a(\xi) J(\xi) d\xi = - \sum_a P_m \int_{S_m} N_a(\xi) J(\xi) d\xi \quad (17)$$

$$x_i(\xi) = \sum_a N_a(\xi) \cdot x_{ia} \text{이며, } P_m(\xi) = \sum_a N_a(\xi) P_{ma} \text{이다.}$$

구조물에 대한 유체의 음향학적인 부하벡터는 아래와 같이 표현된다.

$$F^{rad} = - \sum_m \sum_a c_{ma} p_{ma} = - \sum_l c_l p_l = -c^T p \quad (18)$$

$$\text{여기서, } c_{ma} = \int_{S_m} N_a(\xi) J(\xi) d\xi \quad (19)$$

이고, c_{ma} 는 구조물의 기하학적 연성계수(geometric coupling matrix)이다. 그리고, 구조물의 변위는

$$x = -(-\omega^2 M_s + K_s)^{-1} c^T p + (-\omega^2 M_s + K_s)^{-1} F^D \quad (20)$$

로 나타내고, 식(14)와 식(20)을 이용하고, Fig. 1에서 보는 바와 같이 흡음재를 가진 3개 영역의 덮개 구조물에 적용하면 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{pmatrix} (K_s - \omega^2 M_s)_1 & c^T & (K_s - \omega^2 M_s)_2 & 0 & 0 & 0 \\ \rho \cdot \omega^2 \cdot A(K_1) & B(K_1) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (K_s - \omega^2 M_s)_2 & 0 & (K_s - \omega^2 M_s)_3 & c^T & (K_s - \omega^2 M_s)_4 & 0 \\ 0 & 0 & \eta \cdot \omega^2 \cdot A(K_2) & B(K_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (K_s - \omega^2 M_s)_3 & 0 & (K_s - \omega^2 M_s)_4 & c^T \\ 0 & 0 & 0 & \rho \cdot \omega^2 \cdot A(K_3) & B(K_3) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{s1} \\ f_{s2} \\ f_{s3} \\ f_{s4} \\ f_{s5} \\ f_{s6} \end{pmatrix} \quad (21)$$

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7는 Fig. 1의 $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7$ 을 각각 나타내고, I, II, III는 $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ 을 각각 나타낸다. 또한 ρ, η 는 각각 공기의 밀도, 흡음재의 밀도(Bulk

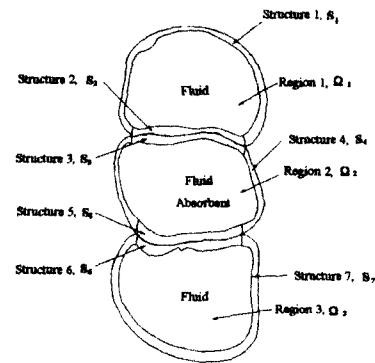


Fig. 1 Schematic diagram of three region problem

Density)를 나타낸다.

식(21)은 구조물의 표면의 음압과 음향속도를 구할 수 있다. 구조물 경계면에서 음압과 음향속도를 알면, 공간 내부의 임의의 점에서의 음압을 알 수 있다.

4. 해석결과 및 고찰

본 연구의 해석모델은 Fig. 2에서 보는 바와 같이

세 영역을 가진 사각 박스인데, 중간에 흡음재가 있다. 그리고 왼쪽면이 고정되고 오른쪽면에서 가진을 하는 경계조건을 가진다.

본 연구에서는 Fig. 2와 같이 3개의 영역을 가진 사각박스를 고려하였다. I 영역과 III영역은 중공이며 II영역은 흡음재로 이루어져 있다. 각각의 재료들의 물성치는 Table 1에 정리되어 있다.

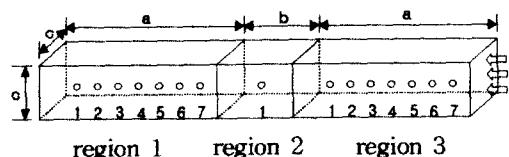


Fig. 2 Rectangular three domain structure model

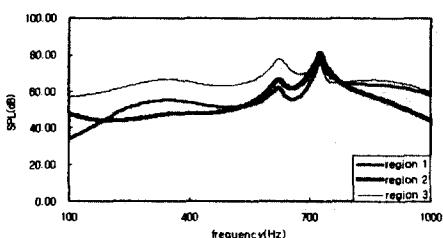
Parameters		Value
Fluid(Air)	Density	1.2 kg/m ³
	Velocity	343 m/s
Plate	Thickness	0.001 m
	Young's modulus	2170 GPa
Porous Material	Poisson's ratio	0.3
	Density	7810 kg/m ³
	Flow resistivity	8e3 MKS rayls m ⁻¹
	Bulk density	9.6(kg.m ⁻³)

Table 1 Material Properties of Plate and Fluid

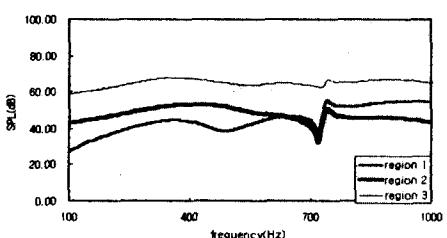
시뮬레이션은 Table 2의 4가지 경우에 대하여 수행되었고 시뮬레이션 결과는 Fig. 3에 표시되어 있다.

	Porous Material	a(cm)	b(cm)	c(cm)
case 1	O	60	30	15
case 2	O	72	6	15
case 3	X	60	30	15
case 4	X	72	6	15

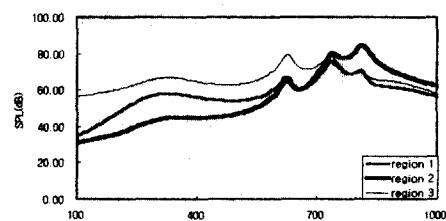
Table 2 Rectangular Box Dimension



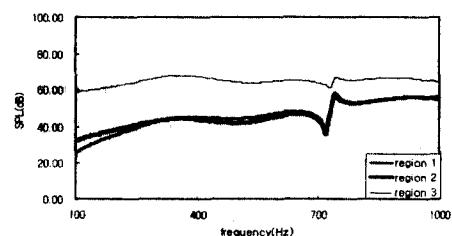
(a) Case 1



(b) Case 2

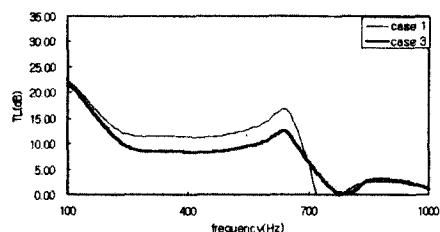


(c) Case 3

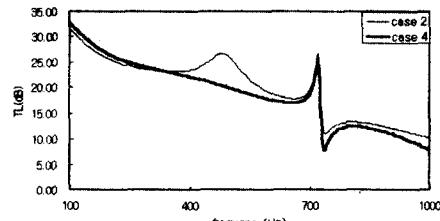


(d) Case 4

Fig. 3 Frequency Response in models



(a) Case 1 and Case 3



(b) Case 2 and Case 4

Fig. 4 Comparison on Transmission Loss

Fig. 3에서는 Table 2의 Case에 따라 주파수응답을

나타내었다. 각 경우를 보면 영역 1에서 영역 3에는 음압감소가 됨을 알 수 있다. 그러나 영역 2에서는 음압이 특정 주파수 대역에서는 증가함을 알 수 있다. 또한 630, 740 Hz에서 Twin Peak 모양으로 구조물, 공기, 흡음재의 연성 공진 주파수가 나타났는데, 이는 구조물과 공기, 흡음재의 상호작용으로 인한 복잡한 현상 때문인 것으로 사료된다.

Fig. 4에서는 같은 차수의 사각박스에 대하여 흡음재가 있는 경우와 없는 경우의 전달손실을 비교하였다. 흡음재가 있는 경우가 없는 경우보다 음압의 감소가 특정 주파수 대역에서 큼을 알 수 있다. 그러나 공기와 철판의 밀도차가 매우 크고, 본 논문에서는 경계조건을 물체의 측면을 구조물로 고려한 완전연성효과로 일반적인 일정한 간격을 가진 2개의 무한 평판에서 일어나는 음압감소와는 다른 경향을 보임을 알 수 있다.

5. 결론

흡음재를 포함한 구조물과 연성된 공간내의 음장을 예측하기 위해 경계 요소법을 이용한 음장 해석과 유한 요소법을 이용한 구조물 해석을 융용한 프로그램을 개발하여 세 영역을 가진 구조물을 해석하며, 본 프로그램의 타당성을 알아보기 위해 모델의 영역의 크기를 변화시켜 가면서 비교 검토하였다. 이상의 연구결과를 요약 정리하면 다음과 같다.

1. 흡음재를 포함한 구조물과 유체의 연성 문제를 해석할 수 있는 다영역의 구조 음향 연성해석 프로그램을 개발하였다.

2. 본 프로그램을 이용하여 밀폐된 실내 공간에 대하여 구조 음향 연성으로 인한 내부 음장의 변화와 흡음재 내장한 구조물을 모델링하여 실내간의 음압변화를 해석할 수 있었다.

참고문헌

- Seybert. A. F., Cheng. C. Y. R., "Application of the Boundary Element Method to Acoustic Cavity Response and Muffler Analysis." J. of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design. 109 , pp15-21 , 1987.

- Suzuki. S. "Boundary Element Analysis of Cavity Noise Problems with Complicated Boundary Conditions". J. of Sound and Vibration, 130 , pp79-91 , 1989.
- A.F. Seybert, B. Soenarko, F. J. Rizzo, and D. J. Shippy, "Advanced computational method for radiation and scattering of acoustic waves in three dimensions.", J. Acoust. Am., 77(2), pp362-368, 1985
- C.Y.R. Cheng, A.F. Seybert, "A multidomain boundary element solution for silencer and muffler performance prediction." J. Sound and Vib., 151(1), pp119-129, 1991
- W. Lauriks, P. Mees, "The acoustic transmission through layered systems", J. Sound and Vib., 155(1), 125-132, 1992
- T.W. Wu , A. Dandapani, "A boundary element solution for sound transmission through thin panels", J. Sound and Vib., 171(2), pp145-157, 1994
- 안정근, 주현돈, 이시복, "경계요소법에 의한 3차원 소음기의 전달손실에 관한 해석", 한국정밀공학회 '98년도 춘계학술대회논문집, pp. 755-758, 1998
- 안정근, 주현돈, 이시복, "FEM-BEM을 이용한 구조물-음향계의 연성해석", 한국정밀공학회 '98년도 추계학술대회논문집, pp. 1000-1003, 1998
- 강동춘, 주현돈, 이시복, "경계요소법에 의한 복합 경계조건을 가진 캐비티내부 음장 해석", 한국정밀공학회 '99년도 춘계학술대회논문집, pp.592-595, 1999
- 강동춘, 주현돈, 이시복, "유한요소법과 경계요소법에 의한 다영역 구조음향 연성해석", 한국 진동소음공학회 '99년도 추계학술대회 논문집, pp.928-935, 1999
- D.A. Bies, C.H. Hansen 1988 Engineering Noise Control. London:UNWIN HYMAN
- Ramani Ramakrishnan, Willie R. Watson, "Applied Acoustics 35 , pp.1-24, 1992.