

## 터빈유량계의 3차원 유동에 관한 수치적 연구

김진범\* · 박경암\*\* · 고성호\*\*\*

### Numerical study of three-dimensional flow through turbine flow meter

J. B. Kim\*, K. A. Park\*\*, S. Ko\*\*\*

**Key Words:** Turbine flow meter(터빈유량계), Pseudocompressibility(의사압축성인자), Gauss-Seidel line relaxation(Gauss-Seidel 선형이완), k- $\epsilon$  model(k- $\epsilon$  난류모델)

#### ABSTRACT

Flow through turbine flow meter is simulated by solving the incompressible Navier-Stokes equations. The solution method is based on the pseudocompressibility approach and uses an implicit-upwind differencing scheme together with the Gauss-Seidel line relaxation method. The equations are solved steadily in rotating reference frames and the centrifugal force and the Coriolis force are added to the equation of motion. The standard k- $\epsilon$  model is employed to evaluate turbulent viscosity.

#### 1. 서 론

유량의 측정에 사용되는 유량계는 측정원리에 따라 많은 종류가 있지만 유량계의 선택은 유체의 종류, 관 지름 및 유량에 따라 다르다.

이러한 유량계중 특히 출력과 유동률이 비례하는 경우를 선형유량계라 하며 그중 터빈유량계가 대표적이다. 터빈유량계는 원통상에 회전하는 날개를 설치하고 유체의 속도에 비례한 회전속도로 회전날개가 회전을 하게 된다. 이때 회전날개의 회전수를 검출하여 유량을 구하는 방식이다.

이상적인 경우엔 입구속도와 출구속도가 같게 되나, 실제에서는 터빈날개와 유체사이의 점성으로 인한 마찰과 베어링 마찰, 터빈과 관과의 간극등으로 인해 실제 측정값보다 적게 나오게 된다. 터빈 유량계의 용도

가 액체상태의 원료와 제품의 혼합, 분류 등 공정제어 목적이나 석유류, 천연가스 등의 고가 유체의 계량에 사용되므로 유량계의 정확도는 경제적인 측면에서 반드시 요구되는 사항이고 국내 수요의 대부분을 수입에 의존하고 있다. 따라서 터빈유량계에 대한 국내의 독자적인 생산기술 확보가 필요하게 되었다.

터빈 유량계 내부에서는 직관부(straightners)와 날개 등의 영향으로 인해 매우 복잡한 유동이 발생하게 된다. 지난 수년간 컴퓨터 하드웨어의 비약적인 발전과 더불어 전산유체역학을 이용한 많은 방법들이 소개되었고 실제로 이 방법들로 인해 어려운 문제를 해결하고 타당한 결과를 얻을 수 있게 되었다.

터빈유량계에 대한 연구동향으로는 Dijstelbergen<sup>(1)</sup> 등은 터빈유량계 내부에 있는 직관부에 의한 압력손실 등 터빈유량계에 대해 연구를 하였고, Khelif<sup>(2)</sup>는 실험과 수치해석을 통해 날개의 각도 및 모양에 따른 영향을 연구하였다. 그러나 이제까지 터빈유량계에 대한 연구는 2차원 유동을 해석이나 점성을 배제한 해석 그

\* 충남대 대학원

\*\* 표준과학연구소

\*\*\* 충남대

리고 단순한 터널개에 대한 해석으로 국한되었다. 따라서 본 연구의 목적은 3차원, 비압축성, 점성, 난류 유동에 적용되어 량적 해석을 가능하게 하는 유한차분 프로그램을 개발하고 이를 이용하여 터빈유량계의 개발을 위한 기술축적 및 설계대안 제시에 있다.

## 2. 지배방정식

현재의 전산유체역학 분야의 새로운 화두중 하나는 압축성 유동장 계산에 비압축성 유동장 계산을 연결 (conjunction)하는 것이다. 왜냐하면 비압축성 유동과 압축성 유동의 지배방정식의 성질이 각각 다르기 때문에, 기본적으로 어쩔 수 없이 따로따로 프로그램을 개발해야 한다는 불편이 따른다. 압축성 프로그램으로 비압축성의 유동장을 계산하지 못하기 때문이다. 이러한 이들 방정식의 다른 성질에 입각해서 양자에 공통적으로 사용될 수치계산법을 개발하려는 연구가 행해지고 있다.

그중 Chorin<sup>(3)</sup>이 제안한 의사압축성인자 방법은 가상의 압축성을 도입하여 비압축성 유동을 압축성 유동의 수치해법으로 푸는 방법이다. 이 방법은 연속방정식에 압력항의 시간 미분항을 더해지게 되는데 식(1)과 같다. 이 식으로 기존의 비압축성 지배방정식인 타원형에서 상대적으로 풀기 쉬워지는 쌍곡선 형태로 바뀌게 된다. 식(1)에서 사용되어지는  $\beta$  값은 비압축성 인자로 수치해석의 정확성과 안정성에 큰 영향을 미치므로 이 값을 선택하는 것이 매우 중요하고, 도입한 압력의 시간변화 항은 결국 정상상태에 도달하게 되면 사라지는 항이 된다.

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

지배방정식을 곡면좌표계로 바꾸면 3차원 비압축성 지배 방정식은 식(2)와 같게 나오게 된다.

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} (E - E_v) + \frac{\partial}{\partial \eta} (F - F_v) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (G - G_v) = S \quad (2)$$

좌변의 벡터 Q는 보존되는 종속변수이고 E, F, G는 대류항이다.

$$Q = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} p \\ u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$

$$E = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \beta U \\ \xi_x p + uU + \xi_x u \\ \xi_y p + vU + \xi_y v \\ \xi_z p + wU + \xi_z w \end{bmatrix}$$

$$F = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \beta V \\ \eta_x p + uV + \eta_x u \\ \eta_y p + vV + \eta_y v \\ \eta_z p + wV + \eta_z w \end{bmatrix}$$

$$G = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \beta W \\ \zeta_x p + uW + \zeta_x u \\ \zeta_y p + vW + \zeta_y v \\ \zeta_z p + wW + \zeta_z w \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서 J는 변형된 Jacobian이고 x, y, z방향에 따른 속도성분은 u, v, w이고 p는 압력을 의미한다. U, V, W는 반변속도(contravariant velocity) 성분이고 정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} U &= \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w \\ V &= \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w \\ W &= \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w \end{aligned} \quad (4)$$

점성유동항은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{E}_v &= \frac{1}{ReJ} \begin{bmatrix} (\nabla \xi \cdot \nabla \xi) u_\xi + (\nabla \xi \cdot \nabla \eta) u_\eta + (\nabla \xi \cdot \nabla \zeta) u_\zeta \\ (\nabla \xi \cdot \nabla \xi) v_\xi + (\nabla \xi \cdot \nabla \eta) v_\eta + (\nabla \xi \cdot \nabla \zeta) v_\zeta \\ (\nabla \xi \cdot \nabla \xi) w_\xi + (\nabla \xi \cdot \nabla \eta) w_\eta + (\nabla \xi \cdot \nabla \zeta) w_\zeta \end{bmatrix} \\ \hat{F}_v &= \frac{1}{ReJ} \begin{bmatrix} (\nabla \eta \cdot \nabla \xi) u_\xi + (\nabla \eta \cdot \nabla \eta) u_\eta + (\nabla \eta \cdot \nabla \zeta) u_\zeta \\ (\nabla \eta \cdot \nabla \xi) v_\xi + (\nabla \eta \cdot \nabla \eta) v_\eta + (\nabla \eta \cdot \nabla \zeta) v_\zeta \\ (\nabla \eta \cdot \nabla \xi) w_\xi + (\nabla \eta \cdot \nabla \eta) w_\eta + (\nabla \eta \cdot \nabla \zeta) w_\zeta \end{bmatrix} \\ \hat{G}_v &= \frac{1}{ReJ} \begin{bmatrix} (\nabla \zeta \cdot \nabla \xi) u_\xi + (\nabla \zeta \cdot \nabla \eta) u_\eta + (\nabla \zeta \cdot \nabla \zeta) u_\zeta \\ (\nabla \zeta \cdot \nabla \xi) v_\xi + (\nabla \zeta \cdot \nabla \eta) v_\eta + (\nabla \zeta \cdot \nabla \zeta) v_\zeta \\ (\nabla \zeta \cdot \nabla \xi) w_\xi + (\nabla \zeta \cdot \nabla \eta) w_\eta + (\nabla \zeta \cdot \nabla \zeta) w_\zeta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 Re는 레이놀즈 수이다.

터빈유량계는 회전을 하므로 이것을 고려해 지배 방정식에 구심력과 코리올리(Coriolis) 힘을 흡입(source) 항으로써 첨가해야 한다. x축을 중심으로 회전을 하므로 식(2)의 S는 다음과 같다.

$$S = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega(\Omega y + 2w) \\ \Omega(\Omega z - 2v) \end{bmatrix} \quad (6)$$

$\Omega$ 는 회전속도이고 상대속도 성분은 절대속도 (absolute velocity)성분의 향으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} u &= u_a \\ v &= v_a + \Omega_z \\ w &= w_a - \Omega_y \end{aligned} \quad (7)$$

난류모델로는 공학문제에 일반적으로 널리 이용되는 표준  $k-\varepsilon$  난류 모델을 사용하였다. 와점성계수는 난류 에너지  $k$ 와 소산을  $\varepsilon$ 으로부터 다음과 같이 정의된다.

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (8)$$

$k-\varepsilon$ 에 대한 수송방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \rho \frac{D\bar{k}}{Dt} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \mu_T / Pr_k) \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j} \right] \\ &\quad + \left( 2\mu_T S_{ij} - \frac{2}{3} \rho \bar{k} \delta_{ij} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon \\ \rho \frac{D\varepsilon}{Dt} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \mu_T / Pr_\varepsilon) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \\ &\quad + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \left( 2\mu_T S_{ij} - \frac{2}{3} \rho \bar{k} \delta_{ij} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (9)$$

이때 사용된 상수값은 다음과 같다.

$$C_\mu = 0.09, C_{\varepsilon 1} = 1.44, C_{\varepsilon 2} = 1.92$$

$$Pr_k = 1, Pr_\varepsilon = 1.3$$

### 3. 수치해석방법

#### 3.1. 수치기법

지배방정식의 시간 미분항은 Euler 후향 공식을 이용해 차분하였다. 각 방정식들은 의사 시간 (pseudo-time) 안에서 해가 정상상태에 도달할 때까지 반복적으로 풀어낸다. 이때 점성유동항은 중앙차분법을 이용하였고, 대류유동항은 3차의 상류도식(upwind scheme)을 사용해 차분하였다.

시간에 따른 선형화 후 식(1)에 대하여, Yoon<sup>(4)</sup>이 제안한 내재적(implicit), 델타형식(delta-law form) 근사

와 Jacobi행렬식 사용으로 다음 식과 같은 7블럭의 대각행렬 방정식으로 변환된다.

$$\begin{aligned} \bar{B}\delta Q_{i-1,j,k} + \bar{A}\delta Q_{i,j,k} + \bar{C}\delta Q_{i+1,j,k} + \bar{D}\delta Q_{i,j-1,k} \\ + \bar{E}\delta Q_{i,j+1,k} + \bar{F}\delta Q_{i,j,k-1} + \bar{G}\delta Q_{i,j,k+1} = R.H.S \end{aligned} \quad (10)$$

여기서  $\delta Q = Q^{n+1} - Q^n$ 이고  $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}, \bar{E}, \bar{F}, \bar{G}$ 는  $4 \times 4$  대각행렬이다.

이러한 행렬은 Gauss-Seidel 선형이완법으로 풀 수 있고 식(10)에서 우변항은 전 영역에 걸쳐 계산이 되고 저장이 된다. 이러한 선형이완방법은  $\xi, \eta, \zeta$  방향에 걸쳐 스위프(sweep)를 하게 된다.

#### 3.2. 경계조건

터빈유량계 내부 유동에는 입구, 출구, 벽면 및 주기 경계면이 존재하고 Fig. 1는 이러한 경계면을 보여주고 있다.

Fig. 1와 같이 허브와 슈라우드면에 의한 벽면조건과 입구 경계면에서 익렬선단까지와 익렬끝단에서 출구 경계면까지 주기 조건을 부여하였다. 입구와 출구 경계면에 대해서는 특성(characteristic) 경계조건이 사용되었다. 압력경계조건은 벽면에 수직으로 압력구배를 0으로 사용했다.

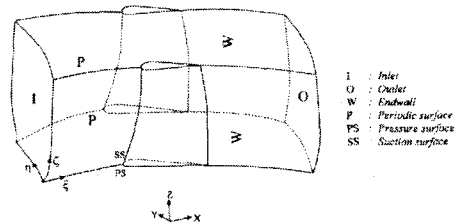


Fig. 1 Coordinate system and boundary surfaces in the physical domain

#### 3.3 격자구성

터보기계를 포함하여 터빈 유량계의 익형은 기하학적으로 형상이 복잡하고 익형의 위치에 따른 속도가 각각 틀리므로 이런 특성을 고려한 격자생성이 요구된

다. 3차원 익렬 유동 해석시 대부분의 시간은 원하는 격자점을 형성하는데 소요가 된다. 유동해석 결과는 격자구조, 격자수 등에 영향을 받으며 유량계 날개의 형상은 비직교성과 복잡한 유동특성으로 인해 수치해석에 필요한 계산격자의 적절한 배치가 중요한 관건이 된다.

익렬의 점성유동해석에는 주로 C형이나 H형의 격자를 사용하게 되는데 C형 격자는 앞전부분에서 좋은 격자를 얻을 수 있으나 앞전에서 멀어질수록 찌그러짐이 심하게 된다. 그래서 벽면에 고루 격자를 밀집시킬 수 있고 주기조건 부여에 용이한 H형 격자를 사용하였다.

격자수는 유동방향으로 121개, 스펠방향으로는 41개, 피치방향으로는 41개를 사용하였고 블레이드의 각도는 30°이며 뒤틀림이 없다. 벽면에서 첫 번째 격자점은 표준 k-ε 모델을 사용하기 위해  $y^+$ 가 30~100이 되도록 위치시켰다.

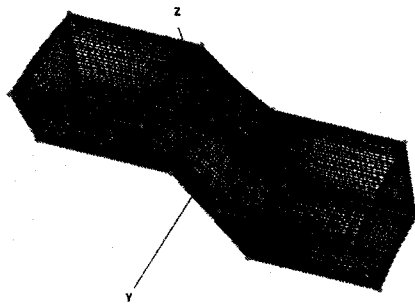


Fig. 2 Computational grids(121×41×41)

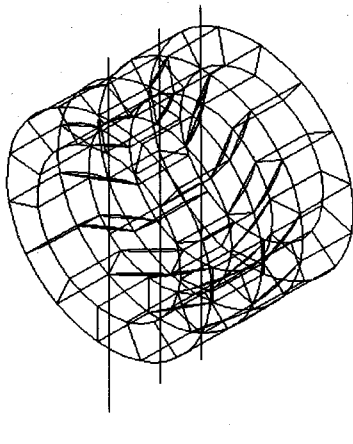


Fig. 3 Total view

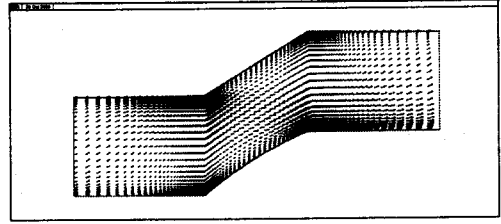


Fig. 4 Relative velocity vector at span 50%

#### 4. 결과 및 고찰

터빈유량계의 날개의 각속도, 체적유량과 관련된 식은 다음과 같다.

$$\frac{\omega}{Q} = \frac{\tan \theta}{rA} - \frac{c_1}{cr^2} \quad (11)$$

여기서  $\omega$ 는 각속도,  $Q$ 는 체적유량,  $\theta$ 는 날개의 각도,  $r$ 은 로터의 평균 회전반경,  $A$ 는 유로 단면적을 의미하고  $c$ ,  $c_1$ 은 비례상수이다.

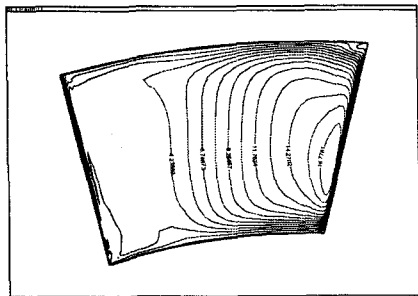
위의 식을 기초로 입구 속도를 2.0m/s, 회전속도를 5.4 rad/s로, 유체는 공기를 기준으로 수치해석을 하였다.

Fig. 4은 스펠(span) 50%지점에서의 속도벡터를 나타낸 그림으로 후류가 발생함을 알 수 있고 이는 점차로 소멸이 된다. Fig. 5은 블레이드의 선단부와 후단부에서의 축방향 속도 성분을 나타낸 것으로 선단부에서는 축방향 속도성분이 압력면 부근으로 갈수록 커짐을 알 수 있고, 후단부에서는 흡입면에서 축방향 속도성분이 커짐을 알 수 있다.

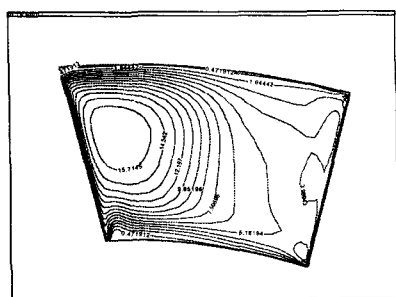
Fig. 6에서 보여지는 유선은 평균날개 높이에서의 이탈각과 스펠 80%지점에서의 이탈각을 나타내고 있는데 평균날개 높이에서의 이탈각에 비해 크게 나타나고 있는데 이것은 유동이 외벽과 부딪혀 발생한 마찰손실 때문인 것으로 생각된다.

Fig. 7은 유동방향으로의 압력강하를 나타내는 그림이다. 40과 80인 부근에서 세로로 난 줄은 그 두 줄 사이에 블레이드가 존재하는 것을 의미한다. 결과로 보면 블레이드를 거치면서 압력강하가 크게 발생함을 알 수 있다.

블레이드의 경계층안에서 유동구조를 파악하기 위해

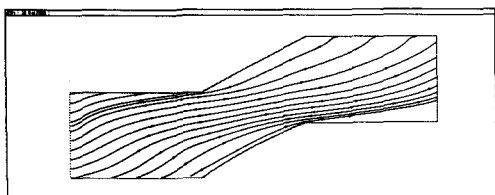


(a) Axial velocity contours at the cross section of leading edges

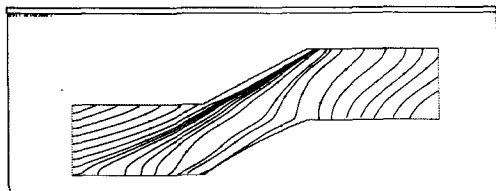


(b) Axial velocity contour at the cross section of trailing edges

Fig. 5 Axial velocity contours



(a) Streaklines at span 50%



(b) Streaklines at span 80%

Fig. 6 Streaklines between blades

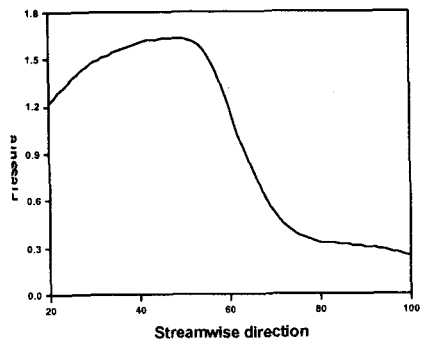
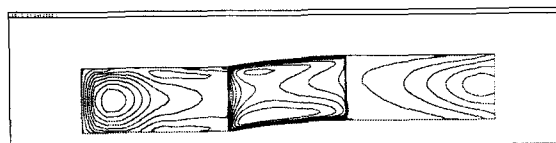
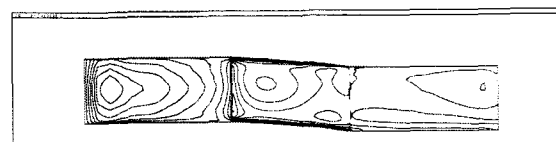


Fig. 7 Pressure drop

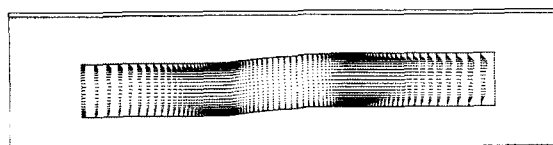


(a) Suction surface

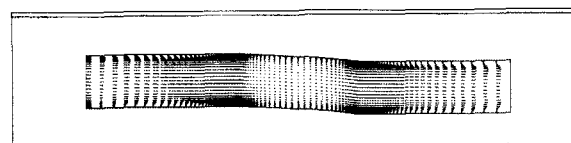


(b) Pressure side

Fig. 8 Contours of calculated pressure



(a) Near suction surface



(b) Near pressure surface

Fig. 9 Calculated relative velocity vector

블레이드면에서의 압력분포와 상대속도벡터를 나타내었다.

Fig. 8의 (a)와 (b)는 각각 흡입면과 압력면도에서의 등압선도이고 Fig. 9의 (a)와 (b)는 흡입면과 압력면에서의 속도벡터를 나타낸 그림이다. 흡입면도에서의 압력분포가 매우 조밀하므로 블레이드의 면 전체에 걸쳐 압력변화가 크게 일어남을 알 수 있다. 특히 블레이드의 허브면에 위치한 부분과 쉬라우드 부근에서 압력이 높게 나타남을 알 수 있는데 이는 점성에 의한 속도변화에 기인한 것으로 보인다. 또 흡입면에서의 압력은 날개 팁 부근에서 낮게 나타나고 있는데 이는 반경이 증가함에 따라 흡입면에서의 부압이 상대적으로 크기 때문인 것으로 생각된다.

압력면도에서 블레이드의 전부분과 후반 부분의 압력의 변화를 보면 후반부분으로 갈수록 상대적으로 압력이 크게 낮게 형성되고 있음을 알 수 있다. 한편, 흡입면에서의 압력분포는 블레이드 사이를 빠져나간 후 전체적인 압력이 크게 강하됨을 알 수 있고 흡입면 뒤쪽의 허브면 주위에서는 역압력 구배가 생긴다. 이러한 역압력 구배로 인해 터빈유량계 내부에서 대부분의 박리현상과 바깥유동이 흡입면에서 관찰된다. 압력면에서도 역시 박리를 야기하지만 압력면 윗부분인 쉬라우드 면에서 관찰된 것보다 약하게 발생한다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 Chorin이 제안한 의사압축성 인자방법을 이용해 프로그램을 개발하고 이 프로그램을 검증한 뒤, 회전하는 좌표계로 바꾸어 생기는 새로운 항을 첨가하였다. 그리고 이를 이용해 터빈유량계의 비압축성 난류 유동 특성 및 성능을 분석하였다.

개발된 비압축성 해석 프로그램으로 터빈유량계에 적용한 결과 압력분포, 유동각, 상대속도벡터, 후류에서의 유동에 관한 수치해석을 수행한 결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 터빈날개를 통과한 후 압력의 강하가 크게 발생한다. 이를 위해 압력강하를 최소한으로 줄일 수 있는 방법을 고안할 필요가 있다.
- (2) 블레이드의 후단으로 갈수록 이탈각이 커지며 선단부에서는 약간의 와류가 발생하고 있음을 알 수 있다.
- (3) 블레이드를 통과한 후 압력면의 하단부분인 허브면 근처에서 역압력 구배가 발생하고 이는 박리현상으로 이어진다.

## 후 기

본 연구는 2000년도 한국표준과학연구원의 '연·학협동연구사업의 재정적 지원'과 KORDIC 슈퍼컴퓨팅사업단의 '슈퍼컴퓨팅 응용 전략과제 지원 프로그램'의 슈퍼컴퓨팅 지원을 받아 수행된 연구결과의 일부이며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

## 참고 문헌

- (1) H. H. Dijkstra, 1995, "Low loss straighteners for gas turbine meters", *International gas research conference*, pp.61~66.
- (2) M. El Khelifi, R. Henry, J. P. Vallet, G. Bois, M. Gasselien, V. De Laharpe, 1999, "Improvement of the response of turbine meters by modifying the shape of the leading edge of standard blades: an experimental and the theoretical approach", *International gas research conference*, pp. 55~60.
- (3) A. J. Chorin, 1967, "A numerical method for solving incompressible viscous flow problem", *Journal of computational physics*, Vol. 2, pp.12~26.
- (4) S. Yoon, D. Kwak, 1990, "Implicit methods for the Navier-Stokes equations", *Computing Systems in Eng.*, Vol. 1, pp.535~547.