

## VI 공간벡터와 관련한 유도전동기의 Direct Control 분석

이완수\*, 오성업\*, 박상은\*, 백동기\*\*, 성세진\*  
충남대학교\*, 주성대학\*\*

### Analysis Of Induction Motor Direct Control Using VI Space Vector

Wansoo Lee\*, Sungup Oh\*, Sangun Bark\*, Dongki Back\*\*, Sejin Sung\*  
Chungnam National University\*, Jusung University\*\*

#### ABSTRACT

In this paper a theoretical formulation of the direct control relating the action exerted by the inverter space vectors on the stator flux and the torque of Induction motor is analyzed. From the equation the scheme of the inverter switching is proposed and influence of the stator flux and the electromagnetic torque in each switching pattern is also analyzed.

#### 1. 서론

Direct Control(DC)는 전압형 인버터에 의해 공급되는 유도기를 컨트롤하는 새로운 기술이다. 이것은 컨트롤 변수측정기에 루프를 취하여 유도기의 고정자 자속의 크기와 토크의 피드백 제어를 수행한다. 각 루프에 히스테리시스 컨트롤러를 취하고 인버터 공간벡터의 선택을 담당하는 곳이 있다. 이것의 장점은 고정자의 저항성분만을 알고 있으면 전류루프와 축센서가 필요 없이 자속과 토크에서 빠르고 정확한 응답을 보여준다는 것이다. DC는 VI 공간벡터에 의해 변하는 고정자 자속과 전자기적 토크를 변하게 한다. 이 논문의 목적은 제어를 하는동안의 수식적인 표현과 그 결과를 이용하는데 있다. [1]

#### 2. 이론적인 배경

##### 2.1 IM 공간벡터 모델링

고정자에 대하여  $\omega_t$ 의 속도로 회전하고 있는 기준좌표를  $F^t$ 라고 할 때 유도기의 공간벡터 방정식은 다음과

같다.

$$\bar{v}_s^t = p\bar{\lambda}_s^t + \omega_t \bar{\lambda}_s^t + r_s \bar{i}_s^t \quad (2.1.1)$$

$$0 = (\frac{L_s}{L_m})^2 R_r \bar{i}_{sr}^t + p\bar{\lambda}_{sr}^t + j\omega_{sle}^t \bar{\lambda}_{sr}^t \quad (2.1.2)$$

$$\bar{\lambda}_s^t = L_s(\bar{i}_s^t + \bar{i}_{sr}^t) \quad (2.1.3)$$

$$\bar{\lambda}_{sr}^t = L_s \bar{i}_s^t + (\frac{L_s}{L_m})^2 L_r \bar{i}_{sr}^t \quad (2.1.4)$$

$\omega_{sle}^t$ 는  $F_t$ 에 대한 슬립스피드이다. 따라서,

$\omega_{sle}^t = \omega_t - \omega_m$ 이다.

위의 식들은 자속에 관한 식으로 변환하면

$$\bar{\lambda}_s^t = (1 - \sigma) \bar{\lambda}_{sr}^t + \sigma L_s \bar{i}_s^t \quad (2.1.5)$$

$$\bar{\lambda}_{sr}^t = \frac{1}{1 + s\sigma\tau_r + j\omega_{sle}^t\sigma\tau_r} \bar{\lambda}_s^t \quad (2.1.6)$$

여기서  $\sigma$ 는 모터의 전체 leakage상수이며 값은 다음과 같다.

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r} \quad (2.1.7)$$

식(1)과 (2)로부터 모터 토크를 다르게 표현하면 다음과 같다.

$$\tau = \frac{3}{2} p \frac{1-\sigma}{\sigma} L_s (\bar{\lambda}_s^t \cdot j\bar{\lambda}_{sr}^t) \quad (2.1.8)$$

고정 좌표  $F^s$ 에서는  $a_s$ 축을 d축에 정렬하고  $\omega_t$ 를 0으로하면 위의 식과 같아진다.

#### 2.2 VI 공간벡터

$F^s$ 좌표에서 표현되는 공간벡터  $\bar{V}_i$ ( $i=1,..,6$ )는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\bar{V}_i = V_i e^{j\theta_i} \quad i = 1,..,6 \quad (2.2.1)$$

여기서

$$V_f = \frac{2}{3} V_{dc}, \theta_i = (i-1) \frac{2\pi}{6}, (i=1, \dots, 6) \quad (2.2.1)$$

이고  $\overline{V}_0^s$ ,  $\overline{V}_7^s$ 은 제로 공간벡터이다.

### 2.3 DC의 개념

DC개념은 식 (2.1.1)의 고정자 저항에 의한 전압강하를 무시하고  $F_s$ 좌표에서 공간벡터를 설명함으로써 보여질 수 있다.

$$\Delta \lambda_s^s \approx \overline{V}_i^s \Delta T \quad (2.3.1)$$

고정자 자속 공간벡터는 위의 식과 같이 모터에 대한 VI 공간벡터의 적용으로 나타낼 수 있으며 여기서  $\Delta T$ 는  $\overline{V}_i^s$ 가 적용되는 시간을 나타낸다.  $\Delta \lambda_s^s$ 는 두 개의 성분으로 나누어질 수 있으며 하나는 고정자 자속의 크기를 변화시키는  $\lambda_{sq}^s$ (자속의 종축성분)과 토크각  $\delta$ 를 변화시켜 토크를 변동시키는  $\lambda_{sd}^s$ 으로 나누어질 수 있다. 이 두성분들은  $\overline{V}_i^s$ 의 값에 비례하며 유도기에서  $\overline{V}_i^s$ 의 작용은 이 두값의 성분에 의해서 결정되어진다.

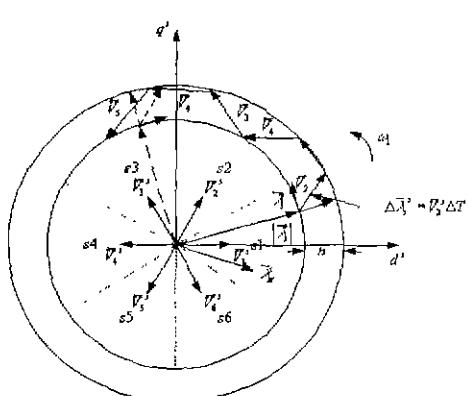


그림 1 VI 공간벡터에 의한 자속의 변화

그림 1에서처럼 각 구간은  $S_i (i=1, \dots, 6)$ 이라하고  $\lambda_s^s$ 가 구간 1에 위치하고  $\overline{V}_2^s$ 의 공간벡터가 작용하고 있다고 가정하자.  $\overline{V}_2^s$ 의 종축성분은 고정자자속의 크기를 증가시키고 반면에 접선 성분은 모터 토크를 증가시킨다.  $\overline{V}_2^s$ 의 작용은  $\lambda_s^s$ 의 위치와 중요한 관계가 있다. 만약  $\lambda_s^s$ 가 그림에서 점선의 위치에 있다면  $\overline{V}_2^s$ 는 고정자 자속은 증가를 시키지만

모터 토크는 감소시킨다.

$\overline{V}_i^s$ 의 zero공간벡터는  $\lambda_s^s$ 의 성분을 일정하게 유지시킨다. 이러한 상황을 고려할 때 중요한 것은 고정자 저항에 의한 전압강하와 회전자 자속의 관성이다. 이러한 문제는 고정자 자속의 크기와 토크각  $\delta$ 를 감소시킬 것이다.

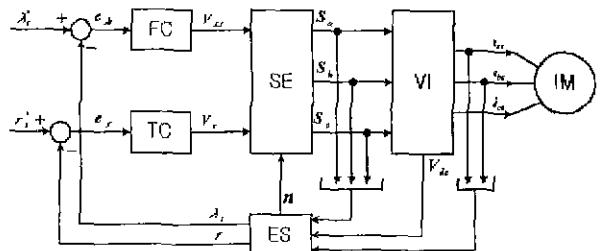


그림 2 DC의 개략도

$\lambda_s^*$ ,  $\tau^*$ :지령치

FC: 플렉스 컨트롤러

TC: 토크 컨트롤러

SE: switch select control

VI: VI 공간벡터

ES: 변수 측정기

여기서 계산된 고정자 자속은

$$\lambda_s^s = \int (\overline{v}_s^s - R_s i_s^s) dt \text{이고 } \lambda_s = \sqrt{\lambda_{ds}^s + \lambda_{qs}^s} \text{이다.}$$

### 2.4 공간벡터 선택

$\lambda_s^s$ 와 동기로 회전하고 있는  $F^{ds}$ 가 있고 d성분이  $\lambda_s^s$ 에 일치되어있다고 가정한다. 공간벡터의  $d^{ds}$ 와  $q^{ds}$ 은 플렉스의 종축성분과 접선성분을 각각 나타내며 다음과 같다.

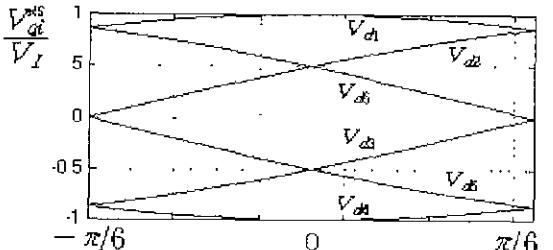
$$V_{di}^{ds} = V_f \cos(\theta_i - \theta_{ds}) \quad (2.4.1)$$

$$V_{qi}^{ds} = V_f \sin(\theta_i - \theta_{ds}) \quad (2.4.2)$$

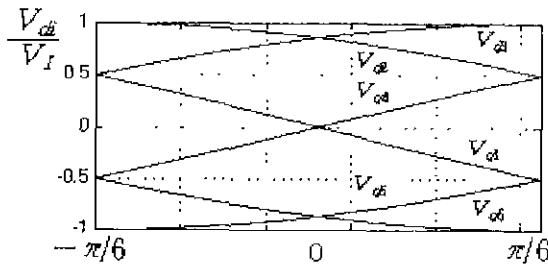
$\lambda_s^s$ 가 구간 1에서 회전하고 있다고 가정하면 그림 3(a)와 그림 3(b)는 식 (3.1)의 궤적을 보여준다. 그림에서 볼 수 있듯이 구간 1의 모든 부분에서  $v_{ds} = +$ 와  $v_t = +$ 를 만족시키는 공간벡터는  $\overline{V}_2^s$ 뿐임을 알 수가 있다.

### 2.5 DC EQUATIONS

$t_k$ 를 VI공간벡터가 작용하는 순간의 시간이라하고  $t_k$



(a)



(b)

그림 3. VI 공간벡터의 자속의 종축성분과 접선성분

표 3.1 VI 공간벡터 스위칭 방식

	$v_{\tau^+}, v_{\lambda s^+}$	$v_{\tau^+}, v_{\lambda s^-}$	$v_{\tau^-}, v_{\lambda s^+}$	$v_{\tau^-}, v_{\lambda s^-}$
Strategy A	$\bar{V}_{n+1}$	$\bar{V}_{n+2}$	$\bar{V}_{n-1}$	$\bar{V}_{n-2}$
Strategy B	$\bar{V}_{n+1}$	$\bar{V}_{n+2}$	$\bar{V}_0, \bar{V}_7$	$\bar{V}_0, \bar{V}_7$

Tab3.1은 n구간에서의 고정자 자속과 토크의 증감에 따른 스위칭의 선택의 방식을 나타낸다. 여기서 zero벡터의 사용은 모터 토크의 감소를 위해 사용한다.

여기서  $F^{\lambda s}$ 를 샘플링했을 때의 기준 좌표를  $F^{\lambda sk}$ 라고 한다.  $t_k$ 에서  $F^{\lambda sk}$ 의 고정자 자속의 성분은  $\lambda_{qsk}=0$ 이고  $\lambda_{dsk}=\lambda_{sk}$ 이다.

### 2.5.1 고정자 전류의 변화

아주 작은 기간  $\Delta T$  동안  $\bar{V}_i$ 를 인가할 때,  $\bar{\lambda}_r$ 은 식(2.1.6)에 의하여 거의 상수에 가까운 값이 되고  $\bar{\lambda}_s$ 는 다음 식에 근사하게 된다.

$$\Delta \bar{\lambda}_{sh} = \sigma L_s \Delta i_{sk} \quad (2.5.1)$$

위의 식에 의하여 d, q축의 고정자 전압방정식은 다음과 같이 된다.

$$V_{dsk} = R_s(i_{dsk} + \Delta i_{dsk}) + \sigma L_s \frac{\Delta I_{dsk}}{\Delta T} - (\omega_{\lambda sk} + \Delta \omega_{\lambda s}) \sigma L_s \Delta i_{qsk} \quad (2.5.2)$$

$$V_{qsk} = R_s(i_{qsk} + \Delta i_{qsk}) + \sigma L_s \frac{\Delta I_{qsk}}{\Delta T} + (\omega_{\lambda sk} + \Delta \omega_{\lambda s})(\lambda_{sk} + \sigma L_s \Delta i_{qsk}) \quad (2.5.3)$$

$\Delta \omega_{\lambda s}$ 의 영향을 무시하고  $V_{dsk} - R_s \gg \omega_{\lambda sk} \sigma L_s \Delta i_{qsk}$ 이고  $\lambda_{sk} \gg \sigma L_s \Delta i_{qsk}$ 라고 가정하고,

$$\Delta \omega_{\lambda s} = \frac{\Delta \theta_{\lambda sk}}{\Delta T} = \frac{\Delta \lambda_{qsk}}{\Delta T \lambda_{sk}} = \frac{\sigma L_s \Delta i_{qsk}}{\Delta T \lambda_{sk}} \text{이고 저항성분}$$

에 의한 전압강하부분은 전체 누설 인덕턴스에 비하면 매우 적으므로 이 부분을 무시하면, (2.5.3)은 다음과 같이 된다.

$$\Delta I_{dsk} = \frac{\Delta T}{\sigma L_s} (V_{dsk} - R_s i_{dsk}) \quad (2.5.4)$$

$$\Delta I_{qsk} = \frac{\Delta T}{\sigma L_s} (V_{qsk} - R_s i_{qsk} - \omega_{\lambda sk} \lambda_{sk}) \quad (2.5.5)$$

$\omega_{\lambda sk} \lambda_{sk}$ 는 고정자에 유기되는 미소전압이다.

### 2.5.2 고정자 자속과 모터 토크의 변화

고정자 자속의 변화는 다음 식으로 나타낼 수가 있다.

$$\Delta \lambda_{sk} = \sqrt{(\lambda_{sk} + \sigma L_s \Delta i_{dsk})^2 + (\sigma L_s \Delta i_{qsk})^2} - \lambda_{sk} \quad (2.5.6)$$

$\lambda_{sk} + \sigma L_s \Delta i_{dsk}$ 가  $\sigma L_s \Delta i_{qsk}$ 보다 크다는 가정 아래 다음과 같이 된다.

$$\Delta \lambda_{sk} = \sigma L_s \Delta i_{dsk} \quad (2.5.7)$$

$$\Delta I_{dsk} = \Delta T (V_{dsk} - R_s i_{dsk}) \quad (2.5.8)$$

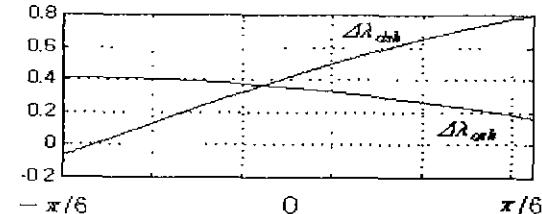


그림 4 고정자 자속의 d-q성분의 실제 변화량.

위의 식은  $\Delta \lambda_{sk}$ 은 시간  $\Delta T$ 와 고정자 전압강하분을 고려한  $\bar{V}_i$ 에 비례함을 보여준다. 식(2.1.8)과 (2.5.1)에 의하여 변화된 토크의 양은 다음과 같다.

$$\Delta \tau_k = \frac{3}{2} p(1-\sigma)(\lambda_{dsrk} \Delta i_{qsk} - \lambda_{qsrk} \Delta i_{dsk}) \quad (2.5.9)$$

모터작용하에서는 로터자속의 q성분이 (-)값이 되므로 위의 식을 두부분으로 나누면,

$$\Delta \tau_k = \Delta \tau_{kl} + \Delta \tau_{k2} \quad (2.5.10)$$

$$\Delta \tau_{kl} = \frac{3}{2} p(1-\sigma) \lambda_{dsrk} \Delta i_{qsk} \quad (2.5.11)$$

$$\Delta\tau_{kl} = -\frac{3}{2} p(1-\sigma)\lambda_{qsk}\Delta i_{dsk} \quad (25.12)$$

$$\Delta\tau_{kl} = \frac{3}{2} p(1-\sigma)\lambda_{dsrk}\Delta i_{qsk}\Delta T(V_{qik}-R_s i_{qsk}-\omega_{sk}\lambda_{sk})$$

$\Delta\tau_{kl}$ 는  $\Delta T$ 와 고정자축 전압강하와 fem전압을 고려한  $\overline{V}_i$ 의 q성분에 비례한다. 식(21.8)에 의하여

$\Delta\tau_{kl} = \frac{\tau_k}{\lambda_{sr}} \Delta\lambda_{sk}$ 가 되고 고정자 자속의 변화량에 비례하게 된다.

### 3. 시뮬레이션 결과 및 고찰

고정자 자속과 토크의 변화는  $t_k$ 순간에서 드라이브가 정상상태에서 정속도와 정토크로서 작용한다는 가정아래 계산되었으며 Strategy A를 모델로 삼아  $\lambda^s$ 가 구간 1에 있다고 가정하였다.

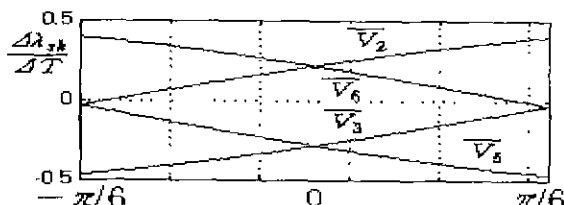


그림 5 무부하상태에서의 고정자자속의 변화

무부하에서의 고정자 자속의 크기의 변화를 그림 5에 나타내었다. 그림 3과의 차이가 있다면 전압강하에 의한 부분이 ( $V_2$ ,  $V_6$ )가 작용하여 고정자 자속의 증가량을 작게하는 것에 영향을 주었으며, ( $V_3$ ,  $V_5$ )가 작용할 경우는 감소량을 증가시켰다. 부하 상태에서는  $i_{dsk}$ 의 증가로 인하여 약간의 변위가 일어난다.

$\overline{V}_2$ 와  $\overline{V}_3$ 를 인가했을 경우의 무부하에서의  $\omega_{sk}=0$ 인 경우에서의 모터 토크의 변화가 그림 6에 나타나 있다.  $\overline{V}_5$ 와  $\overline{V}_6$ 도 비슷한 경우이다.

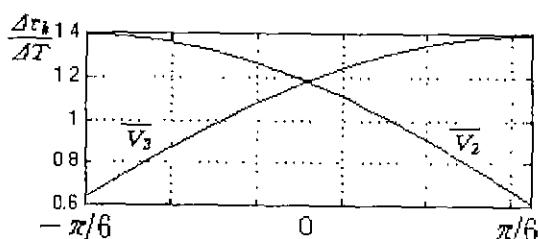


그림 6 무부하에서의  $\omega_{sk}=0$ 인 경우의 토크의 변화  
고정자 각주파수는  $\overline{V}_2$ 와  $\overline{V}_3$ 를 인가했을 때의 fem

전압을 통하여 감소시키고  $\overline{V}_5$ 와  $\overline{V}_6$ 를 인가했을 때의 감소분을 증가시킨다. 이러한 작용은 구간의 많은 부분에서 fem 전압이  $\overline{V}_2$ 와  $\overline{V}_3$ 를 넘어서는 높은 주파수에서 두드러지게 나타난다.  $\omega_{sk}=\omega_N$ 이고 무부하인 경우 전체각에서 절반의 부분에서 이러한 현상이 나타나고 모터 토크의 변화를 없게 만든다. 무부하에서  $\Delta\tau_{kl}=0$ 이라는 것은  $\Delta i_{qsk}=0$ 이라는 것을 의미한다.

$\omega_{sk}=\omega_N$ 일 때  $\overline{V}_2$ 의 적용은  $\theta_{as}$ 가 0에서  $\pi/6$ 인 구간에서는 토크의 (-)변화량을 낼 수가 있다.

부하의 조건에서는  $\Delta\tau_{kl}$ 는 세 가지의 경우에 영향을 받는다. 첫 번째는  $\Delta\tau_{kl}$ 를 결정하는  $\lambda_{dsrk}$ 의 작은 감소이다. 두 번째의 경우는  $\overline{V}_2$ 와  $\overline{V}_3$ 의 적용의 경우에 고정자 전압강하에 의한  $\Delta i_{qsk}$ 의 감소이다. 세 번째는  $\Delta\tau_{kl}$ 의 영향으로  $\overline{V}_2$ 는 고정자 자속의 크기를 증가시켜  $\Delta\tau_{kl}$ 를 증가시키는 반면  $\overline{V}_3$ 는 감소시킨다. 결과적으로 부하조건에서는 무부하에서와 큰 차이는 없으며 구간의 낮은 부분에서는 더 작아지고 나머지 구간에서는 점점 더 큰 값을 가지게 된다.  $\overline{V}_3$ 의 적용의 경우는 전체적인 구간에서 그 영향이 더 적다. 마찬가지로  $\overline{V}_5$ 와  $\overline{V}_6$ 의 경우도 같이 적용될 수 있다.

### 4. 결 론

이 논문은 DC에 대해서 다루었으며 유도기의 고정자 자속의 크기와 모터 토크의 크기에 관련된 VI 공간벡터의 선택에 관한 분석적인 방법을 제시하였다. 결과의 방정식은 기동중의 자세한 분석을 가능하게 하였으며 고정자 전압강하와 fem 전압에 의해 VI 공간전압벡터의 선택이 변경될 수도 있음을 보여준다.

이 논문은 1998년도 한국과학재단 특정연구비에 의하여 연구되었음.

### 참고문헌

- [1] T. Habetler, F.Profumo, "Direct torque control of Induction machine using space vector modulation", IEEE Transaction on IA, vol.28, No.5, pp.1045-1053, Sept./Oct 1992.
- [2] M.Bertoluzzo, "Analytical Formulation of the Direct Control of Induction Motor Drives", ISIE-Bled, Slovenia, 1999