

# BLDC 서보 모터를 위한 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 설계

박광현\*, 박수식, 이대식  
대구대학교 정보통신 공학부

## Adaptive fuzzy sliding-mode control for BLDC Servo Motor

Kwang-Hyeon Park\*, Soo-Sik Park, Dae-Sik Lee  
Taegu University Dept. of Computer & Communication Engineering

### ABSTRACT

An adaptive fuzzy sliding-mode control system, which combines the merits of sliding-mode control, the fuzzy inference mechanism and the adaptive algorithm, is proposed. A fuzzy sliding-mode controller is investigated in which a simple fuzzy inference mechanism is used to estimate the upper bound of uncertainties. The fuzzy inference mechanism with centre adaptation of membership functions is investigated to estimate the optimal bound of uncertainties.

### 1. 서론

산업이 점점 발달함에 따라 단순 반복 혹은 힘든 일, 악조건 하의 일 그리고 위험한 작업등을 인간 대신 기계가 수행하게 되었다. 이에 따라 구동부가 안정하고 되도록 작으면서도 토오크가 상대적으로 큰 전동기가 요구되고 있다.

지금까지 이러한 역할을 직류 서보 전동기가 분담했으나, 보수 및 수명과 노이즈 발생문제 그리고 큰 출력비(power rate)를 요구하는 등의 관계로 점차 브러쉬 없는 직류 전동기(brushless DC motor, BLDC)로 대체되고 있다.

지금까지의 브러쉬 없는 직류 전동기는 주로 비례적분(PI) 제어기를 이용하여 왔다. 그 주된 원인은 구현의 간편성에 있으나, 이득의 설정이 비효율적이며 높은 성능을 요구하는 서보 응용에는 충분하지 않다. 이와 같은 문제를 해결하는 효과적이고 체계적인 제어 방식 중의 하나가 슬라이딩 모드 제어(sliding-mode control)방식이다<sup>[1]</sup>. 슬라이딩 모드 제어의 특징은 서로 다른 두 개의 제어구조를 스위칭하는데 있다. 슬라이딩 모드 제어의 주된 장점은 파라미터 변화와 외란에 둔감하다는 것이다<sup>[1]</sup>. 그러나 불연속적인 제어입력에 의해 채터링이 발생하는 단점이 있다. 이와 같은 채터링 입력은 실 시스템에

새로운 동특성을 유발하며 이는 원하지 않는 응답을 발생시킨다. 이와 같은 어려움을 해결하기 위한 방법으로 최근 퍼지이론의 공학적 접근이 활발히 이루어지고 있다<sup>[2][3]</sup>.

최근 슬라이딩 모드제어와 퍼지 추론기법 그리고 적응 알고리즘의 장점들이 결합된 적응 퍼지 가변구조제어 시스템의 연구가 많이 수행되고 있다<sup>[4]</sup>. 슬라이딩 모드 제어기에서는 적분항이 포함된 스위칭면이 설계되었다. 일반적으로 슬라이딩 모드 제어에서는 파라미터의 변화와 부하의 외란으로 인해 불확실요소의 최대값이 존재하게 된다. 그러나 제어의 실제 적용에 앞서 미리 불확실요소의 최대값을 찾아내는 것이 쉽지 않다. 본 논문에서는 최대값을 추정하기 위해 퍼지 추론 기법을 사용하였다. 슬라이딩모드 제어의 제어 입력을 감소시키기 위해 소속함수의 원소들을 적응시킴으로 불확실요소의 최적의 최대값을 추정하는 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어를 제안하였다.

### 2. 본론

#### 2.1 브러쉬 없는 직류 전동기 해석

브러쉬 없는 직류 전동기(brushless DC motor : BLDC)의 상태 방정식은 다음과 같이 표시된다<sup>[5]</sup>.

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -\frac{B_m}{J_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3}{2} \left(\frac{P}{2}\right)^2 \frac{\Psi_F}{J_m} \end{bmatrix} U(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{P}{J_m} \end{bmatrix} T_L \tag{1}$$

- $J_m$  : 회전자 관성 모멘트 (Rotor moment of Inertia)
- $B_m$  : 점성 마찰 계수 (Viscous friction coefficient)
- $T_L$  : 부하 토크 (Load torque)
- $P$  : 극수 (Number of poles)
- $\Psi_F$  : 고정자 권선에 유기되는 쇄교자석
- $X_1$  = 전동기의 위치 에러 (Radian)
- $X_2$  = 전동기의 속도 (Radian/sec)
- $u$  = 전류명령 ( $i_{ac}$ )

식 (1)를 다시 표현하면 아래와 같다.

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) + DT_L \quad (2)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -\frac{Em}{Jm} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3}{2}(\frac{P}{2})^2 \frac{\Psi_F}{Jm} \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{P}{Jm} \end{bmatrix}$$

식 (2)에서 시스템의 불확실요소를 고려하면 다음과 같다.

$$\dot{X}(t) = (A + \Delta A)X(t) + (B + \Delta B)U(t) + (D + \Delta D)T_L \quad (3)$$

여기서  $\Delta A, \Delta B, \Delta D$  는 시스템 파라미터,  $T_L$  은 외란에 의해 형성된 시스템의 불확실성이다. 식 (3)을 다시 전개하면 식 (4)와 같다.

$$\dot{X}(t) = AX(t) + B(U(t) + E(t)) \quad (4)$$

여기서  $E(t)$  는 시스템의 불확실한 요소들의 조합으로 아래와 같이 정의 된다.

$$E(t) = B^+ \Delta AX(t) + B^+ \Delta BU(t) + (D + \Delta D)T_L$$

그리고  $B^+ = (B^T B)^{-1} B^T$  로서 pseudo inverse이다.

## 1.2 슬라이딩 모드 제어기

### 1.2.1 슬라이딩 면의 설계

본 논문에서의 슬라이딩 모드 위치 제어를 위한 적분항을 가진 스위칭면은 식 (5)와 같다.

$$S(t) = C \left[ X(t) - \int_0^t (A + BK)X(\tau) d\tau \right] = 0 \quad (5)$$

$C$  는 양의 상수로 구성된 행렬이고,  $K$  는 상태배환 이득(state feedback gain)행렬이다. 식 (4)에서의 상태 제적이 스위칭면에 들어가면 시스템의 동특성은 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{X}(t) = (A + BK)X(t) \quad (6)$$

식 (6)에서 보여주는 것처럼 만약 시스템의 극점이 LHP(left-hand plane)에 존재하면 위치오차는 지수적으로 영으로 수렴될 것이다. 따라서 오버슈트현상은 발생하지 않을 것이고 시스템 동특성은 상태배환 시스템과 같이 동작되어 질 것이다.

### 1.2.2 슬라이딩 모드 위치 제어기의 설계

슬라이딩 모드 존재조건을 보장하는 스위칭 제어 규칙이 위에서 설명되어진 향상된 스위칭면에 기초하여 설계되며, 설계된 위치 제어기는 다음과 같다.

$$U(t) = KX(t) - f \cdot \text{sgn}(S(t)) \quad (7)$$

슬라이딩 모드 존재 조건을 만족하기위해

$$\begin{aligned} S(t)\dot{S}(t) &= S(t)\{C\dot{X}(t) - C(A + BK)X(t)\} \\ &= -CB \cdot f |S(t)| + CB \cdot S(t)E(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\leq -CB \cdot f |S(t)| + CB \cdot |S(t)| \cdot |E(t)| \\ &= -BC \cdot |S(t)| \cdot (f - |E(t)|) \\ &\leq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

이 되어야 한다. 따라서  $BC$  는 양수이므로 슬라이딩 모드 존재 조건을 만족하기 위해  $f$  는  $|E(t)| \leq f$  의 조건을 만족하여야 한다. 위의 조건을 만족하는 입력을 인가하면 Lyapunov 안정도를 만족시켜 시스템이 안정화되게 된다.

### 1.3 퍼지 슬라이딩 모드 제어기

일반적인 슬라이딩 모드 제어에서는 파라미터의 변화와 부하의 외란으로 인해 생기는 불확실요소의 최대값이 존재하게 된다. 그러나 제어의 실제 적용에 앞서 미리 불확실요소의 최대값을 찾아내는 것이 쉽지 않다. 그런 까닭에 불확실 요소의 최대값을 추정하기 위해 퍼지추론 기법이 사용되어진 퍼지 슬라이딩 모드 제어기가 제안된다.

식 (7)의  $f$  를  $K_f$  로 대체하여 다음 식이 얻어진다.

$$U(t) = KX(t) - K_f \cdot \text{sgn}(S(t)) \quad (9)$$

여기서  $K_f$  는 퍼지추론에 의해 추정되어진다.

퍼지추론에서 사용되어진 퍼지 집합은 다음과 같다.

N : negative	Z : zero
P : positive	NH : negative huge
NB : negative big	NM : negative medium
NS : negative small	ZE : zero
PS : positive small	PM : positive medium
PB : positive big	PH : positive huge

스위칭면  $S$ ,  $\dot{S}$  와 불확실성(uncertainty)을 포함하고 있는  $K_f$  의 소속 함수는 그림 1에 표현되어졌다.

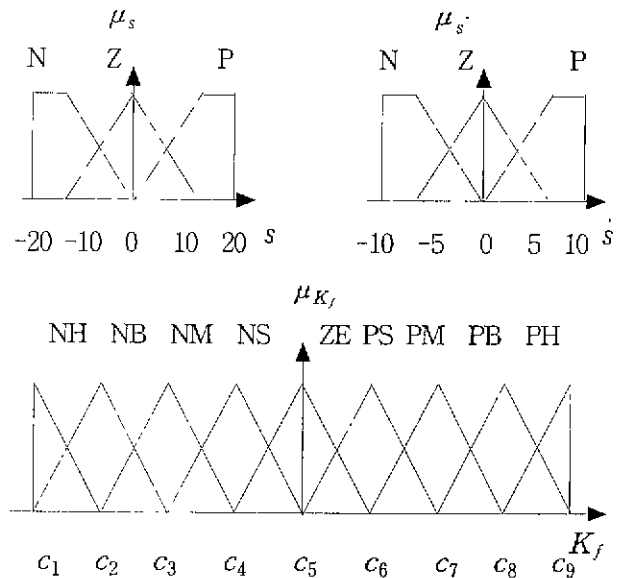


그림 1. 퍼지 집합의 소속함수

$K_f$ 를 추정하기 위한 퍼지 추론 규칙은 아래와 같다.

- R1 : If  $S$  is  $P$  and  $\hat{S}$  is  $P$  then  $K_f$  is  $NH$
- R2 : If  $S$  is  $P$  and  $\hat{S}$  is  $Z$  then  $K_f$  is  $NB$
- R3 : If  $S$  is  $P$  and  $\hat{S}$  is  $N$  then  $K_f$  is  $NM$
- R4 : If  $S$  is  $Z$  and  $\hat{S}$  is  $P$  then  $K_f$  is  $NS$
- R5 : If  $S$  is  $Z$  and  $\hat{S}$  is  $Z$  then  $K_f$  is  $ZE$
- R6 : If  $S$  is  $Z$  and  $\hat{S}$  is  $N$  then  $K_f$  is  $PS$
- R7 : If  $S$  is  $N$  and  $\hat{S}$  is  $P$  then  $K_f$  is  $PM$
- R8 : If  $S$  is  $N$  and  $\hat{S}$  is  $Z$  then  $K_f$  is  $PB$
- R9 : If  $S$  is  $N$  and  $\hat{S}$  is  $N$  then  $K_f$  is  $PH$

퍼지 출력  $K_f$ 는 무게중심법(Centre of area : COA)의 비퍼지화(defuzzification) 방법에 의해 계산하였다.

$$K_f = \frac{\sum_{i=1}^9 w_i c_i}{\sum_{i=1}^9 w_i} = \frac{[c_1 \dots c_9] \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_9 \end{bmatrix}}{\sum_{i=1}^9 w_i} = v^T W \quad (10)$$

여기서  $v = [c_1, \dots, c_9]$  이고,

$W = [w_1, \dots, w_9] / \sum_{i=1}^9 w_i$  로 표현된다.

#### 1.4 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기

서보 모터 시스템을 위한 슬라이딩 모드 제어기는 불확실성  $E(t)$ 의 최대값을 필요로 하기 때문에 제어입력은 매우 커지게 된다. 슬라이딩 모드 존재 조건을 만족하기 위해서는 최적의  $f^*$  값( $|E(t)| \leq f^*$ )이 존재하게 된다. 그러나 시스템의 복잡성과 불확실성에 의해 정확한 최적의  $f^*$  값을 찾는 것은 쉽지 않다. 그런 까닭에 불확실성의 최적의 경계값을 찾기 위해 슬라이딩 모드 제어에 입각한 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기가 제안된다. 최소의 제어입력을 실현하는 특정한  $K_f$ 가 있다고 가정하자.

$$\hat{K}_f - f^* = \varepsilon \quad (11)$$

$\varepsilon$ 는 작은 양의 상수값이다.  $K_f$ 는 다음과 같이 재정의 될수 있다.

$$\hat{K}_f = \hat{v}^T W \quad (12)$$

$\hat{v}$ 는 슬라이딩 모드 제어의 최소의 제어입력을 실현하는 최적의 벡터이다. 파라미터의 오차 벡터를 다음과 같이 정의 한다.

$$\tilde{v} = v - \hat{v} \quad (13)$$

$K_f$ 를 적응시키기 위한 Lyapunov 후보 함수는 다음과 같이 주어진다.

$$V = \frac{1}{2} (S^2 + \frac{1}{\alpha} \tilde{v}^T \tilde{v}) \quad (14)$$

$\alpha$ 는 양의 상수이다.  $V$ 를 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{V} = S\dot{S} + \frac{1}{\alpha} \tilde{v}^T \dot{\tilde{v}} \quad (15)$$

식 (5),식 (6) 그리고 식 (8)를 식(15)에 대입하면 다음식이 주어진다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S(C[X - (A+BK)X]) + \frac{1}{\alpha} \tilde{v}^T \dot{v} \\ &= -CBK_f |S| + CBSE + \frac{1}{\alpha} \tilde{v}^T \dot{v} \\ &\leq -CBK_f |S| + CB|S| |E| + \frac{1}{\alpha} \tilde{v}^T \dot{v} \\ &= -CBK_f |S| \{f^* + \varepsilon - |E|\} + \frac{1}{\alpha} \tilde{v}^T [\dot{v} - \alpha CB|S|W] \end{aligned} \quad (16)$$

$f^*$ 는 슬라이딩 모드 조건을 만족하는 최적의 값이기 때문에 적응 규칙은 다음과 같이 정의된다.

$$\dot{v} = \alpha CB|S|W \quad (17)$$

그러면 식 (16)는 다음의 조건이 성립하게 된다.

$$\dot{V} = -CBK_f |S| + CBSE + \frac{1}{\alpha} \tilde{v}^T \dot{v} < 0 \quad (18)$$

슬라이딩 모드 제어기에서 최소의 제어 입력을 실현하기 위해 소속함수의 원소들은 식 (17)에 의해 적용되어 질 것이다. 파라미터의 변화나 외란이 발생할때 시스템의 불확실성  $E(t)$ 는 변하게 될 것이고 따라서 퍼지 추론 기법과 적응 규칙은 새로운  $K_f$ 를 찾게 될 것이다.

#### 1.5 시뮬레이션

앞서 제시된 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 표1과 같은 파라미터를 갖는 브러쉬 없는 직류(BLDC)전동기에 대하여 시뮬레이션을 수행하였다.

항 목	크 기	단 위
정격 출력	750	Watts
정격 전압	220	Volts
정격 속도	3000	rpm
정격 전류	4.4	A
고정자 저항(DC 등가)	3	ohm
고정자 인덕턴스(DC 등가)	39	mH
토크 상수	0.590	Nm/A
회전자 관성 모멘트	0.671	$Nmsec^2 \times 10^{-4}$
점성 마찰 계수	0.2237	$Nmsec$
마찰 토크	2.39	Nm

표 1. 전동기 사양

주어진 전동기 파라미터에 대해서 위치 제어를 위한 브러쉬 없는 직류 전동기의 수식은 식(2)를 이용하면 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -58.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 17615.5 \end{bmatrix} i_{ac} + \begin{bmatrix} 0 \\ -F \end{bmatrix} T_L \quad : F = \frac{P}{J_m}$$

그림 2, 그림 3은 적분항을 포함한 슬라이딩면을 가진 슬라이딩모드 제어기의 위치응답 특성과 제어입력을 나타내며, 그림 4, 그림 5은 퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 위치응답 특성과 제어입력을 나타낸다. 그림 6, 그림 7은 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 위치응답 특성과 제어입력을 나타낸다. 그림 2, 그림 4, 그림 6에서 부하에 관계없이 모두 비슷한 위치 응답특성을 가지는 것을 관측할 수 있다. 정상상태 오차도 존재하지 않는다. 그러나 그림 3의 적분형 슬라이딩모드 제어기의 제어입력은 큰 채터링을 나타내고 있으나, 그림5의 퍼지 슬라이딩모드 제어기는 채터링이 현저히 감소하였고, 그림 7의 적응 퍼지 슬라이딩모드 제어기의 경우, 정상상태에서 채터링을 거의 나타나지 않는다.

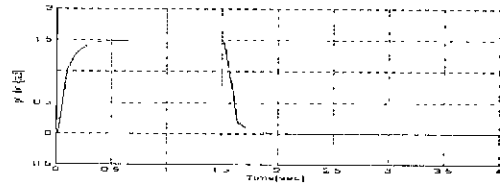


그림 6. 적응 퍼지 슬라이딩모드 제어기의 위치응답

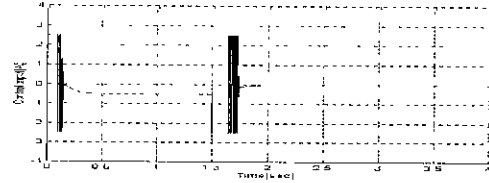


그림 7. 적응 퍼지 슬라이딩모드 제어기의 제어입력

### 3. 결론

이 연구에서 적응 퍼지 가변구조제어 시스템은 슬라이딩 모드제어와 퍼지 추론기법 그리고 적응 알고리즘의 장점들을 결합하였다. 일반적으로 슬라이딩 모드 제어에서는 파라미터의 변화와 부하의 외란으로 인해 불확실요소의 최대값이 존재하게 된다. 그러나 제어의 실제적용에 앞서 미리 불확실요소의 최대값을 찾아내는 것이 쉽지않다. 본 논문에서는 최대값을 추정하기 위해 퍼지 추론 기법을 사용하였고, 슬라이딩모드 제어의 제어 입력력을 감소시키기 위해 소속함수의 원소들을 적응시킴으로 불확실요소의 최적의 최대값을 추정하는 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 설계하였다. 제안된 제어기를 BLDC서보 모터의 위치제어 시뮬레이션을 통하여 검증하였다.

### 참 고 문 헌

- [1] V. I. Utkin, 1977, "Variable structure systems with sliding modes," IEEE Trans., AC-22, pp212-222.
- [2] PALM. R., "Robust control by fuzzy sliding mode", Automatica, 30, pp1429-1437. 1994
- [3] WU, J.C., and LIU, T.S., "A sliding-mode approach to fuzzy control design", IEEE Tran., 1996, CST-4, pp. 141-151
- [4] TING, C.S., LI, T.H., and KUNG, F.C., 'An approach to systematic design of fuzzy control system', Fuzzy Sets Syst., 1996, pp. 151-166
- [5] P. C. Krause, 'Analysis of electric machinery, McGraw-Hill', 1984

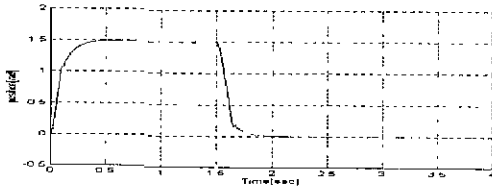


그림 2. 적분형 슬라이딩모드 제어기의 위치응답

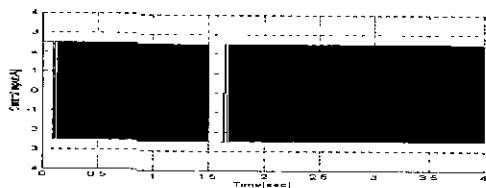


그림 3. 적분형 슬라이딩모드 제어기의 제어입력

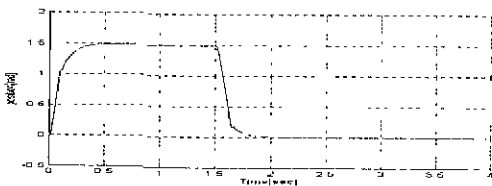


그림 4. 퍼지 슬라이딩모드 제어기의 위치응답

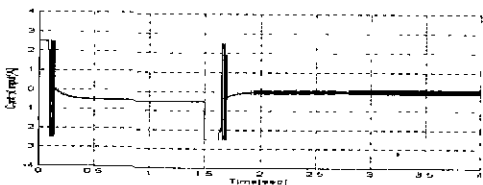


그림 5. 퍼지 슬라이딩모드 제어기의 제어입력