

# 디젤기관 추진축계의 연성진동에 관한 연구 (제1보: 연성이 고유진동수와 그의 모드에 미치는 영향)

이돈출\* · 김의간\*\* · 전효중\*\*

(한국박용기관학회)

## Studies on Coupled Vibrations of Diesel Engine Propulsion Shafting

D. C. Lee\* · U. K. Kim\*\* · H. J. Jeon\*\*

(KOSME)

**Abstract:** When the crankshaft of Diesel engine has more than 3 throws, which are arranged in a different plane, its vibration induces coupled motions, especially the coupled torsional and axial vibration. Nowadays, the torsional vibration which is influenced rather weak than axial one, can be theoretically calculated fairly accurately, but theoretical calculation results of the axial vibration which is influenced strongly from torsional vibration is not so good. To get accurate calculation results of axial vibration, coupled axial-torsional vibration must be treated. In this investigation, coupled effects of vibration of Diesel engine propulsion shafting are analyzed theoretically and some more simple calculation methods are also studied. On this first report, effects of coupling on natural frequencies and their modes are mainly studied, setting the each mass in 4 degrees of freedom. Later, this problem may be studied again by setting each mass as 6 degrees of freedom.

**Key words:** coupled vibration(연성 진동), torsional vibration(비틀림 진동),  
axial vibration(종 진동)

### 1. 서론

1970년대 초 100만톤 탱커의 출현을 예상하고 대구경 고출력 디젤기관을 개발하면서 세로 비틀림 연성진동과 종진동 문제가 큰 관심거리로 등장하였다. 그러나 이 문제는 그후 유류 파동의 발생과 5실린더이상의 엔진에는 종진동 댐퍼를 무조건 장비함으로써 심각한 문제로 발전하지는 않았다.

그러나 최근에 고속 대형 컨테이너 선이 등장하면서 실린더 지름이 1000 mm에 육박하는 대구경 엔진으로서 10기통 이상의 다 실린더기관을 많이 장비하게 되고 동일 엔진에 종

진동 댐퍼와 비틀림 진동 댐퍼를 동시에 장착하여야되는 복잡한 문제가 생기면서 또다시 세로 비틀림 연성진동의 해석이 중요한 의미를 갖게 되었다.

필자 중에 한사람은 이미 이 문제를 해석할 수 있는 전산프로그램을 개발<sup>1)2)</sup>한 적이 있으나 당시에는 대형 컴퓨터의 사용이 전제로 되었기 때문에 계산수행에 많은 제한을 받게 되었고 따라서 깊이 있는 검토와 분석이 불가능하였다.

필자들은 최근의 이러한 상황을 계기로 하여 PC로서 세로 비틀림 연성진동을 계산할 수 있는 PC용 전산 프로그램을 개발하고 이를 이용하여 디젤기관 추진 축계의 연성진동 문제를 상세히 검토할 수 있게 되었다.

\* 목포해양대학교

\*\* 한국해양대학교 공과대학

연구 검토의 진행은 우선 연성진동이 상호간에 미치는 영향을 다각적으로 분석하고 검토함으로써 크랭크축 연성진동의 특성을 밝히고 나아가 복잡한 연성진동계산이 필요할 경우와 비틀림 진동과 종진동을 개별적으로 계산하여도 무방한 경우를 알아내고자 하였다. 본 연구에서는 1차적으로 비틀림 진동과 종진동이 상호간의 고유진동수와 진동모드에 어떤 영향을 미치는지를 동일 축계에서 비연성과 연성상태로 계산하여 검토하고 또한 착화순서의 변경이 이들에게 미치는 영향에 관하여서도 검토하여 보고자 한다.

만약 연성이 고유진동수나 그들의 진동 모드에 심각한 영향을 미치는 것이 확인된다면 연성진동이 발생할 경우에는 양 진동을 개별적으로 계산할 경우 정확한 고유진동수나 진동모드를 알 수 없음을 의미하는 것이며 또한 착화순서가 이들에게 미치는 영향이 크다면 착화순서의 선택에 있어 연성진동의 영향도 고려해야 된다는 결론을 얻게 될 것이다.

## 2. 연성방정식의 유도와 해법

### 2.1 연성방정식의 유도

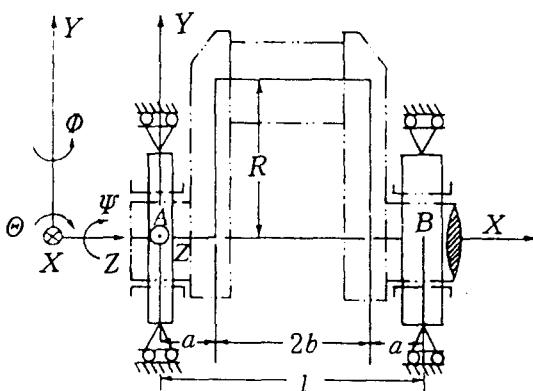


그림2.1 단일 크랭크 스로우의 등가계

임의의 단일 크랭크 스로우에 대하여 그림 2.1과 같이 회전중심을 X축, 왼쪽 자널 베어링 중심을 좌표원점으로 정하고 X축과 직교하고 스로우 중심선의 평면내에 있는 Y축, X축과 Y축에 직교하는 Z축에 의하여 오른손 좌표계를 설정한다. 또한 X, Y, Z축 둘레

의 각 변위를  $\Theta$ ,  $\phi$ ,  $\psi$ 라 한다.

이 스로우의 양끝에 작용하는 힘과 모멘트의 관계를 영향계수의 형식으로 계산한다.

지금 A단에 단위의 힘과 모멘트가 작용할 경우 X축 방향의 힘에 의한 X방향의 영향계수를  $f_{XX}$ , 또한  $\Theta$ ,  $\phi$ ,  $\psi$ 방향의 영향계수를  $f_{\Theta X}$ ,  $f_{\phi X}$ ,  $f_{\psi X}$ 라고 마찬가지로 X축 둘레의 모멘트에 의한 영향계수를 각각  $f_{\Theta\Theta}$ ,  $f_{\phi\Theta}$ ,  $f_{\psi\Theta}$ 라 한다. Y축 둘레에 대하여서도 각 영향계수를  $f_{\Theta\Theta}$ ,  $f_{\phi\Theta}$ ,  $f_{\psi\Theta}$ ,  $f_{\Theta\phi}$ ,  $f_{\phi\phi}$ ,  $f_{\psi\phi}$ , Z축에 대하여서는  $f_{\Theta\Theta}$ ,  $f_{\phi\Theta}$ ,  $f_{\psi\Theta}$ ,  $f_{\Theta\psi}$ 라 한다. 여기서 Maxwell-Betti의 상반정리에 의하여  $f_{\Theta X} = f_{X\Theta}$ ,  $f_{\phi X} = f_{X\phi}$ ,  $f_{\psi X} = f_{X\psi}$ ,  $f_{\Theta\Theta} = f_{\Theta\Theta}$ ,  $f_{\phi\Theta} = f_{\Theta\phi}$ ,  $f_{\psi\Theta} = f_{\Theta\psi}$ 이고 또한  $f_{X\Theta} = f_{\Theta X} = f_{\Theta\Theta} = f_{X\phi} = f_{\Theta\phi} = f_{\Theta\Theta} = f_{X\psi} = f_{\Theta\psi} = f_{\Theta\Theta} = 0$ 이다.

따라서 이들 영향계수를 이용하여 A점에 작용하는 힘과 모멘트에 의한 A점의 변위와 힘의 관계를 매트릭스 형식으로 쓰면

$$\begin{pmatrix} X_A \\ \Theta_A \\ \phi_A \\ \psi_A \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} f_{XX} & 0 & 0 & f_{X\psi} \\ 0 & f_{\Theta\Theta} & f_{\Theta\phi} & 0 \\ 0 & f_{\phi\Theta} & f_{\phi\phi} & 0 \\ f_{\psi X} & 0 & 0 & f_{\psi\psi} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} F_{XA} \\ M_{XA} \\ M_{YA} \\ M_{ZA} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

(2.1)식을 간략하게 쓰면

$$\{X_{AA}\} = [f_{AA}]\{F_{AA}\} \quad (2.2)$$

$[F_{AA}]$ 의 역 매트릭스를 구하면 강성 매트릭스  $[K_{AA}]$ 로 된다.

$$[K_{AA}] = \begin{bmatrix} k_{XX} & 0 & 0 & k_{X\psi} \\ 0 & k_{\Theta\Theta} & k_{\Theta\phi} & 0 \\ 0 & k_{\phi\Theta} & k_{\phi\phi} & 0 \\ k_{\psi X} & 0 & 0 & k_{\psi\psi} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

다만,  $k_{XX} = \frac{f_{\psi\psi}}{f_{XX}f_{\psi\psi} - (f_{X\psi})^2}$

$$k_{X\psi} = k_{\psi X} = \frac{-f_{\psi X}}{f_{XX}f_{\psi\psi} - (f_{X\psi})^2}$$

$$k_{\Theta\Theta} = \frac{f_{\Theta\Theta}}{f_{\Theta\Theta}f_{\Theta\Theta} - (f_{\Theta\Theta})^2}$$

$$k_{\theta\theta} = k_{\phi\phi} = \frac{-f_{\theta\theta}}{f_{\theta\theta}f_{\phi\phi} - (f_{\theta\theta})^2}$$

$$k_{\phi\phi} = \frac{f_{\phi\phi}}{f_{\theta\theta}f_{\phi\phi} - (f_{\theta\theta})^2}$$

$$k_{\psi\psi} = \frac{f_{XX}}{f_{XX}f_{\psi\psi} - (f_{X\psi})^2}$$

또는 간략하게

$$\{F_A\} = [K_{AA}]\{X_A\} \quad (2.4)$$

B단에 있어서의 반력 매트릭스  $[K_{BA}]$ 는 계 AB에 있어서의 외력의 평형조건으로부터 구할 수 있으며 다음과 같이 된다.

$$[K_{BA}] = \begin{bmatrix} -k_{XX} & 0 & 0 & -k_{X\psi} \\ 0 & -k_{\theta\theta} & k_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & k_{32} & k_{33} & 0 \\ k_{41} & 0 & 0 & k_{44} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$\text{다만, } k_{32} = -\beta k_{\theta\theta} + \gamma k_{\phi\phi}$$

$$k_{33} = -\beta k_{\phi\phi} + \gamma k_{\theta\theta}$$

$$k_{41} = \alpha k_{XX} + \rho k_{X\psi}$$

또한  $\alpha, \beta, \gamma, \rho$  는 고정단의 반모멘트이다. 한편, A단을 고정하고 B단에 힘과 모멘트를 작용시킬 경우의 강성 매트릭스는 같은 요령으로 계산할 수 있으며 B단의 강성매트릭스  $[K_{BB}]$  및 A단의 반력 매트릭스  $[K_{AB}]$ 는 다음과 같이 된다.

$$[K_{BB}] = \begin{bmatrix} k_{XX} & 0 & 0 & k_{X\psi} \\ 0 & k_{\theta\theta} & -k_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & -k_{\phi\phi} & k_{\phi\phi} & 0 \\ k_{\psi X} & 0 & 0 & k_{\psi\psi} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$[K_{AB}] = \begin{bmatrix} -k_{XX} & 0 & 0 & k_{X\psi} \\ 0 & -k_{\theta\theta} & k_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & k_{32} & k_{33} & 0 \\ k_{41} & 0 & 0 & k_{44} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$\text{다만, } k_{32} = \beta k_{\theta\theta} - \gamma k_{\phi\phi}$$

$$k_{33} = -\beta k_{\phi\phi} + \gamma k_{\theta\theta}$$

$$k_{41} = \alpha k_{XX} + \rho k_{X\psi}$$

$$k_{44} = \alpha k_{X\psi} + \rho k_{\psi\psi}$$

$\alpha, \beta, \gamma, \rho$  의 의미는 (2.5)식과 같다.

이들을 모아서 xy평면 내에서의 단일 크랭크스

로우 AB에 대한 종합강성 매트릭스를 쓰면

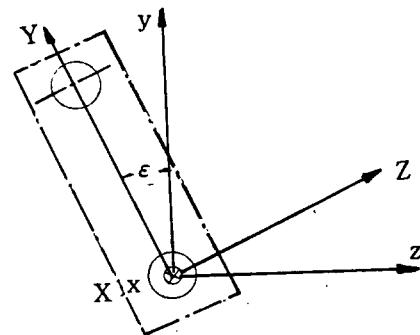


그림2.2 xy평면내에 없는 크랭크 스로우

$$[\bar{K}^{AB}] = \begin{bmatrix} K_{AA} & K_{AB} \\ K_{BA} & K_{BB} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

지금 그림2.2와 같이 크랭크 스로우 평면이 xy평면에 대하여 부의 방향으로  $\epsilon$  만큼 기울어져 있는 경우를 다룬다. 이 때의 국부좌표를 X,Y,Z와 같이 표시하면 앞서 구한  $[K_{AA}]$ 는 XYZ축에 대한 것이며 xyz축에 대하여서는 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} \bar{K}_{AA} \\ \bar{K}_{BB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{XX} & 0 & \mu k_{X\psi} & \lambda k_{X\psi} \\ 0 & k_{\theta\theta} & \lambda k_{\theta\theta} & -\mu k_{\theta\theta} \\ \mu k_{\psi X} & \lambda k_{\phi\phi} & \frac{k_{33}}{k_{33}} & \frac{k_{34}}{k_{34}} \\ \lambda k_{\psi X} & -\mu k_{\phi\phi} & \frac{k_{43}}{k_{43}} & \frac{k_{44}}{k_{44}} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$\text{다만, } \bar{k}_{33} = \lambda^2 k_{\phi\phi} + \mu^2 k_{\psi\psi}$$

$$\bar{k}_{34} = -\lambda\mu k_{\phi\phi} + \mu\lambda k_{\psi\psi}$$

$$\bar{k}_{43} = -\mu\lambda k_{\phi\phi} + \lambda\mu k_{\psi\psi}$$

$$\bar{k}_{44} = \mu^2 k_{\phi\phi} + \lambda^2 k_{\psi\psi}$$

또한,  $\mu = \sin \epsilon, \lambda = \cos \epsilon$  이다.

앞과 같은 요령으로  $[\bar{K}_{BA}], [\bar{K}_{BB}], [\bar{K}_{AB}]$ 를 구한다.

$$\begin{bmatrix} \bar{K}_{BA} \\ \bar{K}_{AB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_{XX} & 0 & -\mu k_{X\psi} & -\lambda k_{X\psi} \\ 0 & -k_{\theta\theta} & -\lambda k_{\theta\theta} & \mu k_{\theta\theta} \\ \bar{k}_{31} & \bar{k}_{32} & \bar{k}_{33} & \bar{k}_{34} \\ \bar{k}_{41} & \bar{k}_{42} & \bar{k}_{43} & \bar{k}_{44} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\text{다만, } \bar{k}_{31} = \mu(\alpha k_{XX} + \rho k_{X\psi})$$

$$\begin{aligned}
\overline{k_{32}} &= \lambda(-\beta k_{\theta\theta} + \gamma k_{\phi\phi}) \\
\overline{k_{33}} &= \lambda^2(-\beta k_{\theta\theta} + \gamma k_{\phi\phi}) + \mu^2(\alpha k_{xx} + \rho k_{yy}) \\
\overline{k_{34}} &= -\lambda\mu(-\beta k_{\theta\theta} + \gamma k_{\phi\phi}) + \mu\lambda(\alpha k_{xy} + \rho k_{yz}) \\
\overline{k_{41}} &= \lambda(\alpha k_{xx} + \rho k_{yy}) \\
\overline{k_{42}} &= -\mu(-\beta k_{\theta\theta} + \gamma k_{\phi\phi}) \\
\overline{k_{43}} &= -\mu\lambda(-\beta k_{\theta\theta} + \gamma k_{\phi\phi}) + \lambda\mu(\alpha k_{xy} + \rho k_{yz}) \\
\overline{k_{44}} &= \mu^2(-\beta k_{\theta\theta} + \gamma k_{\phi\phi}) + \lambda^2(\alpha k_{yy} + \rho k_{zz}) \\
[\overline{K_{BB}}] &= \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & \mu k_{xy} & \lambda k_{xz} \\ 0 & k_{\theta\theta} & -\lambda k_{\phi\phi} & \mu k_{\theta\theta} \\ \mu k_{yx} & -\lambda k_{\phi\phi} & \frac{\dot{k}_{33}}{k_{33}} & \frac{\dot{k}_{34}}{k_{34}} \\ \lambda k_{xz} & \mu k_{\theta\theta} & \frac{\dot{k}_{43}}{k_{43}} & \frac{\dot{k}_{44}}{k_{44}} \end{bmatrix} \quad (2.11)
\end{aligned}$$

다만,  $\overline{k_{33}} = \lambda^2 k_{\phi\phi} + \mu^2 k_{yy}$

$$\overline{k_{34}} = -\lambda\mu k_{\phi\phi} + \mu\lambda k_{yy}$$

$$\overline{k_{43}} = -\mu\lambda k_{\phi\phi} + \lambda\mu k_{yy}$$

$$\overline{k_{44}} = \mu^2 k_{\phi\phi} + \lambda^2 k_{yy}$$

$$[\overline{K_{AB}}] = \begin{bmatrix} -k_{xx} & 0 & -\mu k_{xy} & -\lambda k_{xz} \\ 0 & -k_{\theta\theta} & \lambda k_{\phi\phi} & -\mu k_{\theta\theta} \\ \frac{\dot{k}_{31}}{k_{31}} & \frac{\dot{k}_{32}}{k_{32}} & \frac{\dot{k}_{33}}{k_{33}} & \frac{\dot{k}_{34}}{k_{34}} \\ \frac{\dot{k}_{41}}{k_{41}} & \frac{\dot{k}_{42}}{k_{42}} & \frac{\dot{k}_{43}}{k_{43}} & \frac{\dot{k}_{44}}{k_{44}} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

다만,

$$\overline{k_{31}} = \mu(\alpha k_{xx} + \rho k_{yy})$$

$$\overline{k_{32}} = \lambda(\beta k_{\theta\theta} - \gamma k_{\phi\phi})$$

$$\overline{k_{33}} = \lambda^2(-\beta k_{\theta\theta} + \gamma k_{\phi\phi}) + \mu^2(\alpha k_{xy} + \rho k_{yz})$$

$$\overline{k_{34}} = -\lambda\mu(-\beta k_{\theta\theta} + \gamma k_{\phi\phi}) + \mu\lambda(\alpha k_{xy} + \rho k_{yz})$$

$$\overline{k_{41}} = \lambda(\alpha k_{xx} + \rho k_{yy})$$

$$\overline{k_{42}} = -\mu(\beta k_{\theta\theta} - \gamma k_{\phi\phi})$$

$$\overline{k_{43}} = -\mu\lambda(-\beta k_{\theta\theta} + \gamma k_{\phi\phi}) + \lambda\mu(\alpha k_{xy} + \rho k_{yz})$$

$$\overline{k_{44}} = \mu^2(-\beta k_{\theta\theta} + \gamma k_{\phi\phi}) + \lambda^2(\alpha k_{yy} + \rho k_{zz})$$

위의 매트릭스를 모아서 하나의 매트릭스로 표시하면

$$[\overline{K^{AB}}] = \begin{bmatrix} \overline{K_{AA}} & \overline{K_{AB}} \\ \overline{K_{BA}} & \overline{K_{BB}} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

(2.8)식과 (2.13)식은 모두 대칭 매트릭스이다. 이들 식에서 어느 경우나 X축 방향의 힘에 의한 X축 둘레의 θ 방향으로는 변형이 일어나지 않고 따라서 연성 강성계수도 모두 0으로 된다. 즉, 동일 평면상의 크랭크 스로우에서는 종방향과 그의 축 둘레 회전방향간의 연성을 일으키지 않고 3개이상의 스로우가 서로 상이한 평면에 배치될 경우만이 연성이 발생하게 된다.

크랭크 축계를 각 단일 스로우로 분할하고 이들 각 스로우에 대한 강성 매트릭스를 구한 다음 이것을 차례로 겹치면 계 전체에 대한 총 강성매트릭스  $[K]$ 를 얻게 되며 이 매트릭스도 대칭 매트릭스로 된다.

추력축이나 중간축 및 프로펠러축과 같은 단순축은 크랭크암과 크랭크핀이 없으므로 이들 값을 0으로 놓아 계산하여 강성 매트릭스는 보다 단순하게 된다.

질량 매트릭스  $[M]$ 에 대하여서는 크랭크축의 경우 자널 베어링 중심에 인접 크랭크 스로우 질량의 절반씩을 합산하여 질량 매트릭스 요소인 각 질점의 질량을 구하며 연접봉이나 피스턴 등의 질량은 축계 종진동과는 관계없는 것으로 생각한다. 또한 관성질량모멘트는 일반 크랭크 축계 비틀림 진동과 같은 값을 이용하여 Y축과 Z축 둘레의 관성질량모멘트는 비틀림 진동의 절반씩을 취한다. 프로펠러에 대하여서도 같은 요령으로 취급하되 부가수 질량에 대하여서는 종래의 종진동과 비틀림 진동 및 추진축계 횡진동에서와 같은 요령으로 다루며 필요에 따라 Schuster의 이론식이나 Schwancke의 이론식, 또는 수정 Schwancke의 이론식을 이용하여 계산한다.

일반적으로 질량(관성 질량 모멘트) 매트릭스는 대각 매트릭스로서 대각선상에만 실수 값을 갖고 나머지 요소는 0으로 된다.

위의 결과들을 이용하여 축계의 자유진동 방정식을 매트릭스로 표시하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[\mathbf{M}]\{\dot{\mathbf{x}}\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{x}\} = \mathbf{0} \quad (2.14)$$

위의 식에서  $[\mathbf{K}]$ 에는 종방향 스프링 상수나 비틀림 스프링 상수 등을 요소로 포함하고 있으며  $[\mathbf{M}]$ 은 질량과 관성 모멘트를 요소로 포함하고 있다. 또한  $\{\mathbf{x}\}$ 는 선 변위와 각 변위를 요소로 갖는 변위 벡터이다.

## 2.2 연성 자유진동 방정식의 해법

연성 자유진동 방정식은 다 자유도 진동방정식으로 되며 하나의 질점이 4자유도를 갖는 경우 그의 자유도는 대체로 50~100정도로 된다.

즉,  $[\mathbf{M}], [\mathbf{K}]$  는  $50 \times 50$  내지는  $100 \times 100$ 의 크기를 갖는 정방 매트릭스로 된다.

이러한 다 자유도 방정식을 풀어서 고유진동 수와 고유모드를 구하는 방법에는 여러 가지가 있으며 본 연구에서 이용한 방법을 다음에 간략하게 설명한다.

지금 미분방정식(2.14)의 해를

$$\{\mathbf{x}\} = \{\mathbf{a}\} e^{\pm j\omega t} \quad (2.15)$$

라 놓으면 풀 수 있다. 여기서  $\{\mathbf{a}\}$ 는 진폭 벡터이다.

$$\{\dot{\mathbf{x}}\} = -\{\mathbf{a}\} \omega^2 e^{\pm j\omega t} \text{ 임으로}$$

$$-\omega^2 [\mathbf{M}]\{\mathbf{a}\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{a}\} = \mathbf{0} \quad (2.16)$$

위 식의 양변에 왼쪽으로부터  $[\mathbf{M}]^{-1}$ 을 곱하고  $\omega^2 = \lambda$ ,  $[\mathbf{A}] = [\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{K}]$  라 놓으면

$$[\mathbf{A}]\{\mathbf{a}\} = \lambda\{\mathbf{a}\} \quad (2.17)$$

(2.17)식을 만족하는  $\lambda, \{\mathbf{a}\}$ 를 구하는 문제가 소위 고유치 문제이다. 여기서  $\lambda$ 는 매트릭스  $[\mathbf{A}]$ 의 고유치이고  $\{\mathbf{a}\}$ 는 고유치  $\lambda$ 에 대한 고유 벡터이다. 결국 전자의 평방근이 진동계의 고유 각 진동수이며 후자가 고유진동수에 대한 비진폭이 된다. 그러므로 다 자유도계의 고유진동수와 고유진동형을 구하는 문제는 매트릭스  $[\mathbf{A}] (= [\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{K}])$ 의 고유치와 고유 벡터를 구하는 문제로 귀착된다.

계산기의 상용 프로그램에는 몇 가지 고유치 해석을 위한 프로그램이 마련되고 있는데 여기에

는 Jacobi 회전법(Jacobi rotation method), Subspace법 (Subspace iteration method), Determinant법 (Determinant research method), Strum법 (Strum method), 공역 구배법(Conjugate gradient method) 등 다양한 방법이 있다. 그 중에서 Jacobi 회전법은 계산 수순이 가장 간편하고 단 시간내에 양호한 결과를 주는 것으로 평가되고 있으므로 본 연구에서는 이 방법을 이용하기로 하였다<sup>5)</sup>.

다만, Jacobi 회전법을 적용할 수 있는 것은 비교적 소규모(자유도 100내외)의 실 대칭 매트릭스에 한정되고 있다.

(2.17)식은  $[\mathbf{I}]$ 를 단위 매트릭스라 하고

$$([\mathbf{A}] - \lambda[\mathbf{I}])\{\mathbf{a}\} = \{\mathbf{0}\} \quad (2.18)$$

로 쓸 수 있고 (2.18)식을 만족하는  $\{\mathbf{a}\} \neq \{\mathbf{0}\}$  이 존재하기 위한 필요 충분조건은

$$\det([\mathbf{A}] - \lambda[\mathbf{I}]) = 0 \quad (2.19)$$

(2.19)식을 전개하면  $\lambda$ 에 관한  $n$ 차 대수방정식이 되고 매트릭스  $[\mathbf{A}]$ 의 특성 방정식이다.

앞서  $[\mathbf{A}] = [\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{K}]$  라면  $[\mathbf{A}]\{\mathbf{a}\} = \lambda\{\mathbf{a}\}$ 의 형식으로 되었으나  $[\mathbf{M}], [\mathbf{K}]$  가 대칭이라도  $[\mathbf{A}]$  가 대칭으로 된다는 보장은 없으므로 Jacobi법을 적용할 수 없다. 이 경우에는 Choleski분해법 등을 이용하여 대칭 매트릭스로 변환한 다음 Jacobi 회전법을 적용하도록 한다.

## 3. 계산 예

2절에서 설명한 방법에 따라 연성진동의 실측 예가 있는<sup>3),4)</sup> 3개의 실선축계에 대하여 연성 고유진동과 그의 진동모드를 계산하여 본다. 이들은 각각 종진동과 비틀림진동이 예전 사용범위에서 전혀 연성을 일으키지 않는 경우, 종진동과 비틀림진동의 고유진동수가 매우 접근은 하되 동일 고유진동수로는 되지 않는 경우 및 양 고유진동수가 교차하여 같은 진동수로 될 수 있는 경우 등으로서 각각의 축계에 대하여 그의 고유진동수와 모드의 특성을 검토하고자 한다.

### 3.1 총진동과 비틀림 진동이 분리된 경우

표3.1 M선의 추진기관 중요 요목

NAME OF SHIP M/U M-SHIP OIL TANKER

#### MAIN ENGINE SPECIFICATIONS

ENGINE TYPE	MAN K10Z86/160C
MAX. CONTINUOUS OUTPUT	23000.0 BHP
MAX. CONTINUOUS REVOLUTION	115.0 RPM
CYLINDER BORE	860.0 MM
STROKE	1600.0 MM
NO. OF CYLINDER	10
MEAN INDICATED PRESSURE	19.91 BAR
STROKE CYCLE	2
RECIPROCATING MASS	9008.0 KG
CONNECTIONG RATIO(R/L)	.2500

표3.2 M선 추진축계의 연성진동 계산(고유진동수와 진동 모드)

#### NATURAL FREQUENCY

MODE NO.	MODE SHAPE	CIR. FRE. RAD/SEC	FREQUENCY HZ	FREQUENCY CPM
1	1 NODE TOR.	40.39	6.43	385.66
2	0 NODE AXI.	65.86	10.48	628.91
3	2 NODE TOR.	108.07	17.20	1031.95
4	1 NODE AXI.	146.25	23.28	1396.58
5	3 NODE TOR.	198.36	31.57	1894.19
6	3 NODE TOR.	200.69	31.94	1916.44

#### SPECTRUM OF RESONANT ENGINE REVOLUTION

ORDER	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1 NODE TOR.	0	0	128	96	77	64	55	48	42	38	35	32	29	27	25	24	0	0	0	0	0	0	0	0
0 NODE AXI.	0	0	0	0	125	104	89	78	69	62	57	52	48	44	41	39	36	34	33	31	29	28	27	26
2 NODE TOR.	0	0	0	0	0	0	0	128	114	103	93	85	79	73	68	64	60	57	54	51	49	46	44	42
1 NODE AXI.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	126	116	107	99	93	87	82	77	73	69	66	63	60	58	
3 NODE TOR.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	135	126	118	111	105	99	94	90
3 NODE TOR.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	136	127	119	112	106	100	95	91

#### COUPLED AXIAL-TORSIONAL VIBRATION MODES

SECT. NO.	MASS NAME	1ST MODE		2ND MODE		3RD MODE		4TH MODE		5TH MODE		6TH MODE	
		AXL.	TOR.	AXL.	TOR.	AXL.	TOR.	AXL.	TOR.	AXL.	TOR.	AXL.	TOR.
1 CYL.NO.1 HALF	- .051	1.000	1.000	- .001	- .014	1.000	1.000	.017	- .397	1.000	.672	1.000	
2 CYL.NO.1,2 HALF	- .048	.992	.985	.005	.006	.946	.924	.048	- .279	.796	.636	.853	
3 CYL.NO.2,3 HALF	- .044	.973	.947	.016	.025	.813	.745	.091	- .116	.347	.459	.476	
4 CYL.NO.3,4 HALF	- .046	.939	.899	.006	.007	.588	.530	.031	- .013	.287	.174	.194	
5 CYL.NO.4,5 HALF	- .043	.893	.830	.007	.013	.369	.254	-.006	.072	.680	.169	.784	
6 CYL.NO.5+C.D HALF	- .039	.838	.753	.017	.024	.021	.021	.015	.193	.923	.397	.978	
7 CYL.NO.6+C.D HALF	- .039	.798	.749	.016	.024	-.163	-.031	-.005	.196	.950	-.405	-.018	
8 CYL.NO.6,7 HALF	- .033	.731	.650	.035	.032	-.442	-.302	.013	.218	.814	.581	.875	
9 CYL.NO.7,8 HALF	- .033	.648	.533	.018	.036	-.699	-.569	-.024	.275	.391	.603	.359	
10 CYL.NO.8,9 HALF	- .029	.553	.406	.016	.010	-.889	-.773	-.091	.228	.214	.550	.158	
11 CYL.NO.9,10 HALF	- .011	.457	.252	.052	.013	-.977	-.929	-.063	.078	.706	.353	.564	
12 CYL.NO.10 HALF	- .002	.354	.141	.082	.014	-.981	-.963	-.024	-.029	.975	.061	1.232	
13 FLANGE	- .002	.337	.139	.081	.014	-.974	-.963	-.024	-.030	.991	.063	1.252	
14 THRUST BLOCK	- .002	.273	.135	.076	.014	-.944	-.962	-.024	-.032	1.031	.069	1.307	
15 FLYWHEEL	- .002	.194	.136	.070	.014	-.899	-.1.000	-.023	-.037	1.050	.079	1.333	
16 I.S COUPLING	- .002	-.682	.143	-.005	.016	-.156	-.1.355	-.005	-.079	.283	.176	.362	
17 PROPELLER	- .002	-.997	.147	-.033	.017	-.123	-.1.560	-.002	-.104	-.043	.233	-.053	

표3.1에 이 경우의 엔진 주요 요목을, 표3.2에 계산의 결과를 보인다. 또한 표3.3은 계산결과의 실측결과와의 대비표이며 참고로 종래의 에너지법에 의한 결과도 첨가였다. 본 추진축계의 추력 베어링 강성은 대략 (0.25~0.27)  $\times 10^{10}$  N/m 정도로 추정되므로 이 값의 평균 값으로 계산하였다.

본 계산에 의한 경우 비틀림 진동과 종진동을

동시에 계산할 수 있을 뿐만 아니라 계산결과도 종래의 계산결과에 비하여 손색이 없으며 특히 종진동은 그 정밀도가 훨씬 우수함을 알 수 있다. 이것은 종진동의 경우 비틀림 진동과는 달리 크랭크 배치에 의하여 스프링 상수에 큰 영향을 받기 때문에 연성으로 계산하여야 정확한 계산이 가능하기 때문이다.

그림3.1은 추력 베어링의 스프링 상수를 여러 가지로 변화시켜서 고유진동수가 어떻게

변하는가 보여주는 것이다. 통상의 범위에서 종진동과 비틀림 진동이 근접한 상태는 발생

표3.3 고유진동수의 실측치와 계산치의 비교

모 드	실측치A		에너지법B		연성법 C
	cpm	cpm	A/B	cpm	A/C
1-T	376	388.30	0.97	385.66	0.97
0-A	628	660.00	0.95	628.91	1.00
2-T	1017	1053.40	0.97	1031.95	0.99
1-A	없음	1376.40	-	1396.58	-

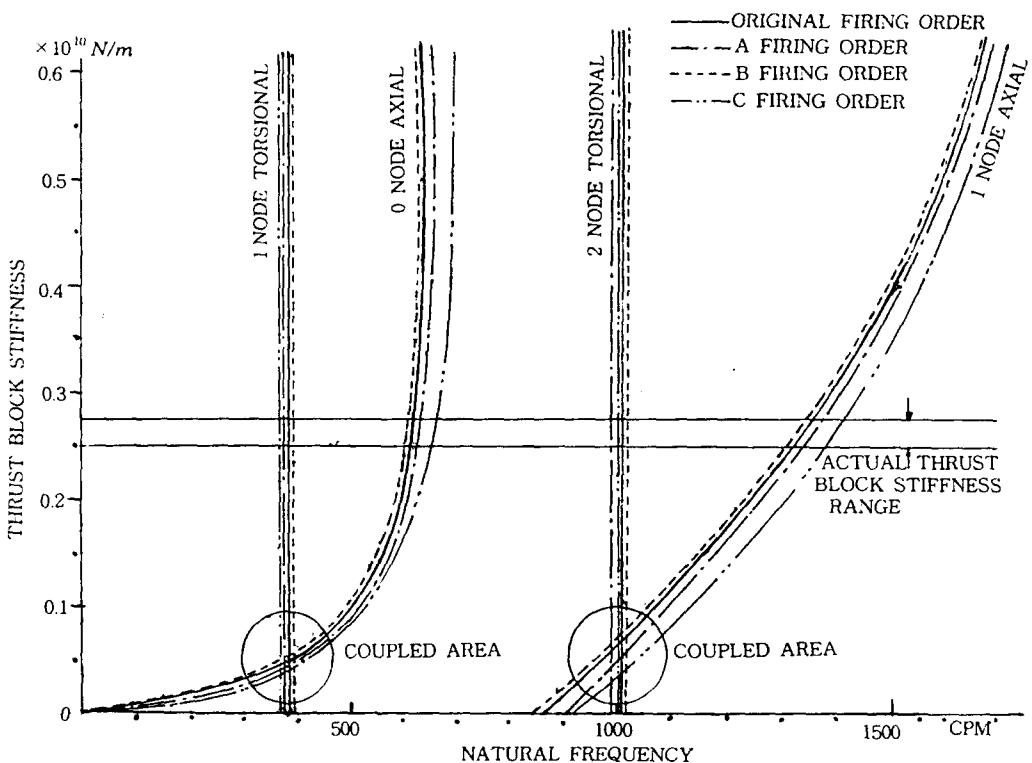


그림3.1 M선축계의 비틀림진동과 종진동을 추력베어링 강성을 변하면서 계산한 결과  
하지 않음을 보여주고 있다.

또한 착화순서가 변할 경우의 고유진동수와  
진동모드를 계산하여 그림3.1에 고유진동수  
가 어떻게 달라지는지를 보이고 있다. 착화  
순서도 고유진동수에 미치는 영향이 상당히  
크게됨을 알 수 있다. 여기서

본래의 착화순서: 1-8-6-5-3-10-4-2-9-7

A의 착화순서: 1-9-4-6-3-10-2-7-5-8

B의 착화순서: 1-9-3-7-5-6-4-8-2-10

C의 착화순서: 1-8-5-7-4-6-3-10-2-9

여기서 A는 10KM90MC-C의 착화순서이고  
여타는 참고문헌으로부터 인용하였다<sup>6)</sup>.

그림3.1에서 보면 여기에는 제시하지 않았으

표3.4 착화순서에 따른 고유진동수 변화

나 추력 베어링의 강성이 (0.025~0.075)

$\times 10^{10} \text{ N/m}$  정도에서 0절 종진동과 1절 비틀  
림 진동 및 2절 비틀림 진동과 1절 종진동의  
고유진동수가 교차되며 매우 애매한 진동모  
드를 취하기 때문에 0절 종진동과 1절 비틀  
림 진동, 또는 1절 종진동과 2절 비틀림 진동  
을 판별할 수 없는 모드를 취한다. 다만 이  
영역은 실제 엔진의 추력 베어링 스프링상수  
와는 멀리 떨어져 있어 상세한 검토를 생략하  
였다.

또한 표3.4에 의하면 착화순서에 따른 고유  
진동수의 변화는 계산 오차범위를 넘는 경우가  
있으며 특히 착화순서C의 경우가 현저하다.

### 3.2 종진동과 비틀림 진동이 접근한 경우

표3.5에 이 경우의 엔진 중요 요목을 보인다.  
또한 표3.6에 연성진동 계산결과를, 표3.7에  
실측치와 계산치를 대비하여 보이고 있으며

모드	착화 순서					
	기준	A (cpm)	B (cpm)	C (cpm)		
1-T	386	386	1.00	388	1.01	382 0.99
0-A	629	633	1.01	601	0.96	672 1.07
2-T	1032	997	0.97	1008	0.98	985 0.95
1-A	1397	1400	1.00	1388	0.99	1442 0.97

### 표3.5 S선의 추진기관 중요 요목

NAME OF SHIP M/S S-SHIP BULK CARRIER

#### MAIN ENGINE SPECIFICATIONS

ENGINE TYPE	SULZER 8SD72
MAX.CONTINUOUS OUTPUT	6100.0 BHP
MAX.CONTINUOUS REVOLUTION	137.0 RPM
CYLINDER BORE	730.0 MM
STROKE	1250.0 MM
NO. OF CYLINDER	8
MEAN INDICATED PRESSURE	5.98 BAR
STROKE CYCLE	2
RECIPROCATING MASS	8558.0 KG
CONNECTIONG RATIO(R/L)	.2500

동인지 판별이 어렵다. 비슷한 모드의 진동이 상이한 고유진동에서 나타나기 때문이다.

표3.6에서 보면 1절 종진동과 2절 비틀림 진동이 매우 근접하여 나타나고 있으며 추력 베어링의 값에 영향을 거의 받지 않는다. 또한 3절 비틀림 진동과 2절 종진동이 완전히 일치하고 있다. 다만 이 경우는 차수가 높은 곳에서 발생하므로 심각한 진동은 생기지 않는다.

### 표3.6 S선 연성진동의 계산 결과(고유진동수와 고유모드)

#### NATURAL FREQUENCY

MODE NO.	MODE SHAPE	CIR. FRE. RAD/SEC	FREQUENCY HZ	FREQUENCY CPM
1	1 NODE TOR.	19.99	3.18	199.87
2	0 NODE AXI.	103.63	16.49	989.60
3	1 NODE AXI.	110.55	17.59	1055.64
4	2 NODE TOR.	114.10	18.16	1089.62
5	2 NODE TOR.	139.98	22.28	1336.69
6	3 NODE AXI.	139.98	22.28	1336.69

#### SPECTRUM OF RESONANT ENGINE REVOLUTION

ORDER	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1 NODE TOR.	0	95	63	47	38	31	27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0 NODE AXI.	0	0	0	0	0	0	0	141	123	109	98	89	82	76	70	65	61	58	54	52	49	47	44	43
1 NODE AXI.	0	0	0	0	0	0	0	150	131	117	105	95	87	81	75	70	65	62	58	55	52	50	47	45
2 NODE TOR.	0	0	0	0	0	0	0	155	136	121	108	99	90	83	77	72	68	64	60	57	54	51	49	47
2 NODE TOR.	0	0	0	0	0	0	0	0	148	133	121	111	102	95	89	83	78	74	70	66	63	60	58	55
3 NODE AXI.	0	0	0	0	0	0	0	0	148	133	121	111	102	95	89	83	78	74	70	66	63	60	58	55

#### COUPLED AXIAL-TORSIONAL VIBRATION MODES

SECT. NO.	MASS NAME	1ST MODE		2ND MODE		3RD MODE		4TH MODE		5TH MODE		6TH MODE	
		AXL.	TOR.	AXL.	TOR.	AXL.	TOR.	AXL.	TOR.	AXL.	TOR.	AXL.	TOR.
1	NO.1 CYLINDER	.000	1.000	1.000	.065	1.000	.210	-.066	1.000	-.168	1.000	1.000	.310
2	NO.2 CYLINDER	.001	.998	.980	.075	.979	.214	-.054	.946	-.146	.917	.968	.308
3	NO.3 CYLINDER	.000	.994	.923	.045	.913	.162	-.061	.817	-.146	.730	.861	.206
4	NO.4 CYLINDER	.001	.988	.821	.034	.797	.123	-.049	.625	-.112	.454	.679	.118
5	CAM DRIVE	.001	.979	.714	.038	.678	.095	-.037	.381	-.076	.122	.497	.049
6	NO.5 CYLINDER	.001	.974	.711	.032	.674	.073	-.037	.270	-.075	.023	.491	.005
7	NO.6 CYLINDER	.000	.963	.564	-.014	.509	-.014	-.032	.009	-.049	.346	.255	-.129
8	NO.7 CYLINDER	.001	.949	.374	-.007	.299	-.045	-.017	-.266	-.016	.609	-.011	-.129
9	NO.8 CYLINDER	.001	.931	.212	-.004	.123	-.078	.001	-.541	-.055	.940	.387	.012
10	THRUST BLOCK	.000	.911	.065	-.065	-.037	-.176	-.001	-.758	-.008	.199	.038	-.147
11	FLYWHEEL	.000	.898	.070	-.073	-.053	-.199	.000	-.865	-.007	.253	.037	-.186
12	NO.1 COUPLING	.000	.885	.077	-.079	-.069	-.220	.000	-.965	-.007	.303	.035	-.224
13	NO.2 COUPLING	.000	.535	.158	-.081	-.288	-.232	.005	-.038	-.003	.408	.013	-.301
14	NO.3 COUPLING	.000	.183	.235	-.076	-.500	-.225	.011	-.020	.002	.458	-.009	-.338
15	NO.4 COUPLING	.000	-.168	.306	-.066	-.697	-.199	.015	-.912	.006	-.449	-.031	-.331
16	NO.5 COUPLING	.000	-.520	.370	-.051	-.874	-.157	.020	-.724	.010	-.379	-.051	-.280
17	NO.6 COUPLING	.000	-.870	.424	-.033	-.102	-.023	.014	-.473	.017	-.260	-.069	-.192
18	NO.7 COUPLING	.000	-1.217	.468	-.012	-.148	-.038	.026	-.180	.017	-.107	-.084	-.079
19	PROPELLER	.000	-1.458	.497	-.003	-.230	-.009	.028	-.041	.019	.015	-.094	.011

그림3.2에 추력 베어링의 스프링 상수를 변화시키면서 종진동과 비틀림 진동이 어떻게 변하는가 보이고 있다.

표3.6에서 보는 것처럼 엔진의 예상되는 추력 베어링 강성에서 1절 종진동과 2절 비틀림 진동은 상호간에 강한 영향을 미치기 때문에 모드만으로는 1절 종진동 인지 2절 비틀림 진

이 추진 축계에서는 100(계산치 99) rpm에서 격렬한 11차 종진동이 발생하고 있으며 추력 베어링으로부터 추력 칼라가 분리되는 현상이 발생하고 있다. 이는 프로펠러의 평균 추력보다 종진동에 의한 종방향의 추력이 더 크게되었다는 것을 의미하고 있다.

표3.6의 공진회전수 스펙트럼에서 보면 11차

표3.7 고유진동수의 실측치와 계산치의 비교

모드	실측치 A		에너지법 B		연성법 C	
	cpm	cpm	A/B	cpm	A/C	
1-T	없음	191.68	-	190.87	-	
0-A	985	969.41	1.02	989.60	1.00	
1-A	1064	1103.54	0.96	1055.64	1.01	
2-T	1101	1093.68	1.01	1089.62	1.01	

또한 그림3.2에 추력 베어링의 스프링상수를 변하면서 고유진동수가 어떻게 변하는가 살펴보았으며 2행정 8기통 엔진에서 통상적으로 채택되고 있는 착화순서에 대하여서도 검토하여 보았다. 착화순서는 다음과 같다.

본래의 착화순서: 1-8-3-4-7-2-5-6

착화순서 A: 1-7-3-5-4-6-2-8

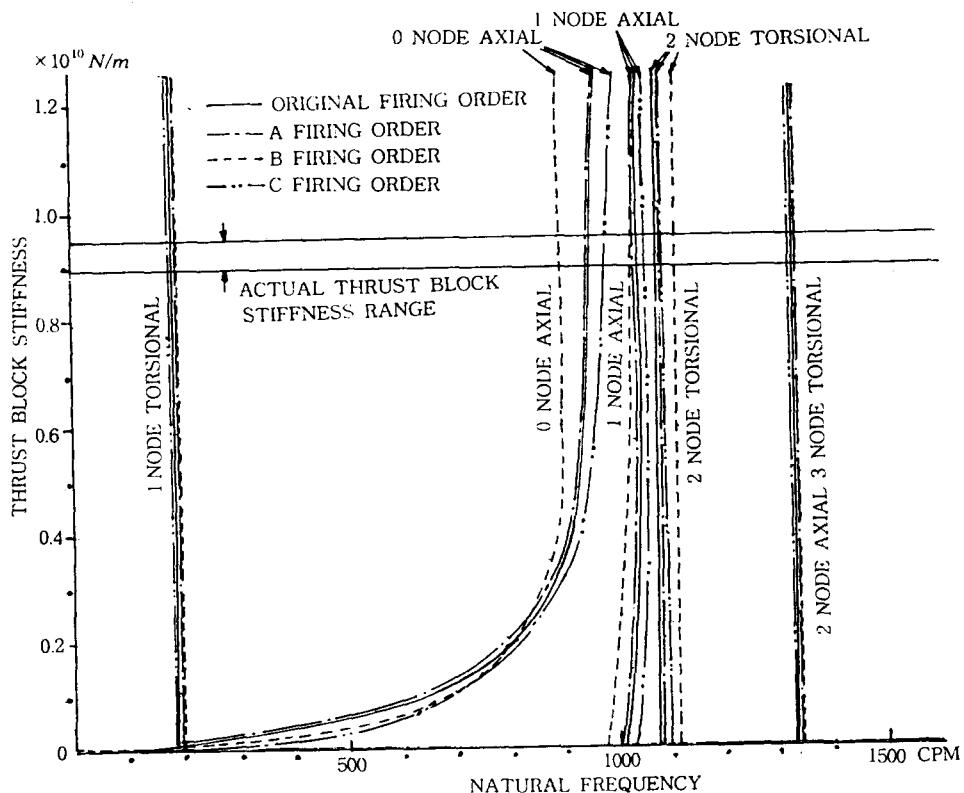


그림3.2 S선축계의 비틀림진동과 종진동을 추력베어링 강성을 변하면서 계산한 결과의 1절 비틀림 진동의 공진 회전수가  $99 \text{ rpm}$ 이고 1절 종진동의 공진 회전수가  $95 \text{ rpm}$ 으로서 양자의 연성을 예상할 수 있다. 더구나 1절종진동에 수반하는 비틀림 진동의 비진폭이 상대적으로 크게 나타나고 있으며 이는 양자의 강한 연성을 암시하고 있다.

표3.7은 고유진동수 실측치와 계산치의 결과를 비교한 표로서 여기에도 에너지법에 의한 결과를 첨부하였다. 표3.7에서 보면 종래의 에너지법에 의한 것보다 상당히 계산정밀도가 좋게 나타나고 있다.

착화순서 B: 1-3-7-5-4-2-6-8

착화순서 C: 1-3-5-7-8-6-4-2

이들 착화순서에 대하여 기준 추력 베어링 강성에 대하여 조건을 같게 하여 고유진동수를

표3.8 착화순서에 따른 고유진동수 변화

모드	착화순서					
	기준	A (cpm)	B (cpm)	C (cpm)		
1-T	191	191	1.00	191	1.00	191
0-A	960	945	0.98	894	0.93	987
1-A	1047	1044	1.00	1040	0.99	1055
2-T	1079	1095	1.00	1118	1.04	1090
						1.01

계산한 것이 표3.8이다.

착화순서A는 차이가 거의 없으나 착화순서B, C는 계산의 오차범위를 넘고 있다.

### 3.3 종진동과 비틀림 진동이 교차하는 경우

표3.9 B선 추진기관의 중요 요목

#### MAIN ENGINE SPECIFICATIONS

ENGINE TYPE	B&W 9-74UTF160
MAX.CONTINUOUS OUTPUT	6700.0 BHP
MAX.CONTINUOUS REVOLUTION	110.5 RPM
CYLINDER BORE	740.0 MM
STROKE	1600.0 MM
NO. OF CYLINDER	9
MEAN INDICATED PRESSURE	6.50 BAR
STROKE CYCLE	2
RECIPROCATING MASS	8950.0 KG
CONNECTIONG RATIO(R/L)	.2500

표3.11 고유진동수의 실측치와 계산치 비교

모드	실측치A	에너지법 B	연성법 C		
	cpm	cpm	A/B	cpm	A/C
1-T	없음	149.60	-	146.16	-
0-A	513	549.47	0.98	509.41	1.01
1-A	765	769.94	1.04	796.85	0.96
2-T	844	827.03	0.99	812.47	1.04

표3.9에 이 경우의 추진기관 중요 요목을 보인다. 또한 표3.10에 연성진동 계산결과를, 표3.11에 고유진동수의 실측치와 계산치를 대비하여 보이고 있다.

표3.10에 의하면 1절 종진동과 2절 비틀림 진동이 실제 추력 베어링 강성으로 추정되는  $(0.19 \sim 0.25) \times 10^{10} N/m$  범위에서 양측 고유진동수가 일치하고 있으며 실측치에 의하면

표3.10 B선 추진축계의 연성진동 계산결과(고유진동수와 고유모드)

#### NATURAL FREQUENCY

MODE NO.	MODE SHAPE	CIR. FRE. RAD/SEC	FREQUENCY HZ	FREQUENCY CPM
1	1 NODE TOR.	15.31	2.44	146.16
2	0 NODE AXI.	53.35	8.49	509.41
3	1 NODE AXI.	83.45	13.28	796.85
4	2 NODE TOR.	85.08	13.54	812.47
5	3 NODE TOR.	137.89	21.95	1316.78
6	3 NODE TOR.	137.89	21.95	1316.78

#### SPECTRUM OF RESONANT ENGINE REVOLUTION

ORDER	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1 NODE TOR.	0	73	48	36	29	24	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0 NODE AXI.	0	0	0	127	101	84	72	63	56	50	46	42	39	36	33	31	29	28	26	25	24	23	22	21
1 NODE AXI.	0	0	0	0	0	132	113	99	88	79	72	66	61	56	53	49	46	44	41	39	37	36	34	33
2 NODE TOR.	0	0	0	0	0	135	116	101	90	81	73	67	62	58	54	50	47	45	42	40	38	36	35	33
3 NODE TOR.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	131	119	109	101	94	87	82	77	73	69	65	62	59	57	54
3 NODE TOR.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	131	119	109	101	94	87	82	77	73	69	65	62	59	57	54

#### COUPLED AXIAL-TORSIONAL VIBRATION MODES

SECT.	MASS NAME	1ST MODE		2ND MODE		3RD MODE		4TH MODE		5TH MODE		6TH MODE	
		AXL.	TOR.	AXL.	TOR.	AXL.	TOR.	AXL.	TOR.	AXL.	TOR.	AXL.	TOR.
1	CYL.NO.1 HALF	-.001	1.000	1.000	.021	1.000	1.107	-.110	1.000	8.506	1.000	-2.539	1.000
2	CYL.NO.1.2 HALF	.000	.998	.986	.031	.992	1.076	-.082	.943	7.752	1.442	-2.231	.685
3	CYL.NO.2.3 HALF	-.001	.994	.930	.028	.845	.920	-.078	.805	4.731	.875	-1.375	.397
4	CYL.NO.3.4 HALF	-.001	.987	.854	.015	.642	.682	-.079	.612	.938	-.310	-.325	.175
5	CYL.NO.4.5 HALF	-.001	.976	.787	.013	.493	.370	-.058	.325	-2.041	-1.252	.523	-.214
6	CYL.NO.5+C.D HALF	.000	.960	.708	.020	.349	.046	-.025	.000	-3.597	-.873	1.051	-.775
7	C.D+N.6 HALF	.000	.943	.703	.015	.340	-.325	-.024	-.338	-3.681	.933	1.076	-.1047
8	CYL.NO.6.7 HALF	-.002	.926	.575	-.026	.074	-.693	-.020	-.606	-5.202	-1.013	1.574	-.1068
9	CYL.NO.7.8 HALF	-.004	.908	.391	-.053	.281	-.986	-.016	-.824	-6.016	-1.165	1.941	-.788
10	CYL.NO.8.9 HALF	-.002	.885	.214	-.044	-.577	-.148	-.007	-.981	-5.756	-2.194	2.219	.065
11	CYL.NO.9 HALF	.000	.860	.102	.000	-.701	-.139	.041	-.1051	-.412	4.541	.164	1.163
12	FLANGE	.000	.852	.101	.000	-.703	-.145	.042	-.1057	-.401	4.740	.159	1.214
13	THRUST BLOCK	.000	.835	.097	.000	-.707	-.157	.042	-.1069	-.377	5.137	.156	1.315
14	FLYWHEEL	.000	.802	.098	.000	-.757	-.179	.046	-.1091	-.367	5.914	.146	1.514
15	NO.1 I.S COUPLING	.000	.779	.099	.000	-.790	-.181	.048	-.1093	-.358	6.264	.142	1.604
16	NO.2 I.S COUPLING	.000	.533	.105	.000	-.103	-.181	.066	-.1098	-.281	9.692	.112	2.481
17	NO.3 I.S COUPLING	.000	.072	.115	.000	-.1524	-.102	.099	-.1033	-.120	14.373	.048	3.680
18	NO.4 I.S COUPLING	.000	-.390	.125	.000	-.1958	-.939	.129	-.884	.048	16.019	-.019	4.101
19	NO.5 I.S COUPLING	.000	-.850	.133	.000	-.2346	-.703	.156	-.665	.213	14.283	-.084	3.657
20	NO.6 I.S COUPLING	.000	-.1.308	.139	.000	-.2.677	-.413	.180	-.392	.364	9.532	-.144	2.440
21	PRO.P.S COUPLING	.000	-.1.763	.144	.000	-.2.944	-.091	.198	-.888	.491	2.768	-.195	.709
22	PROPELLER	.000	-.1.951	.147	.000	-.3.049	.049	.206	-.044	.542	-.406	-.215	-.104

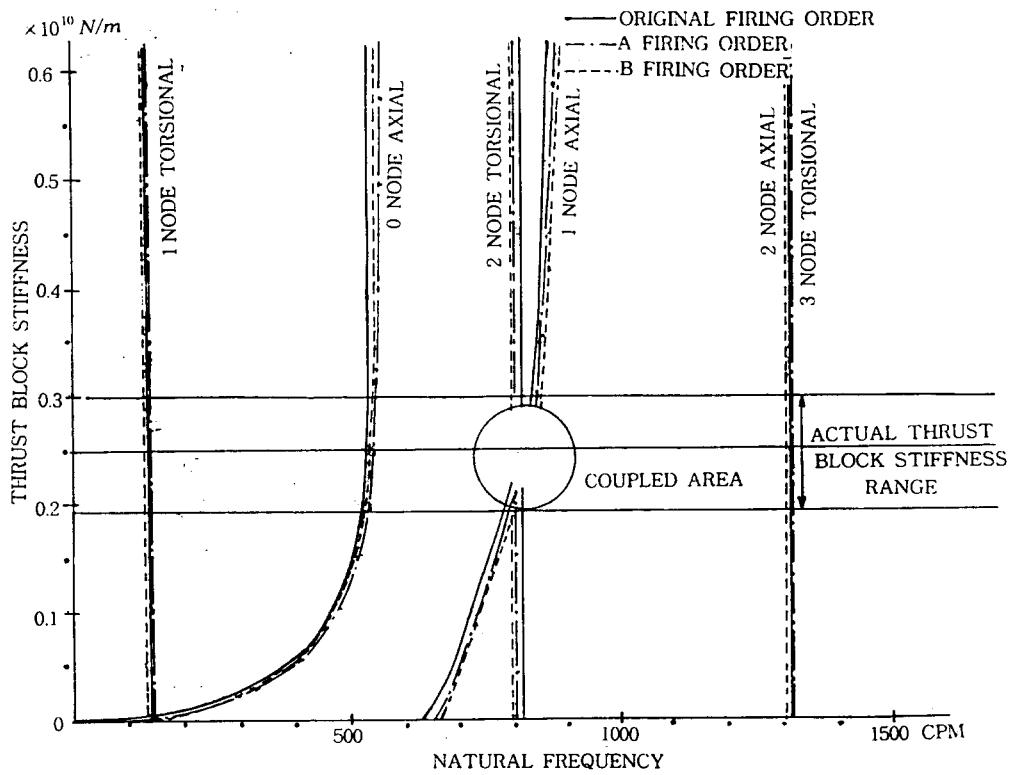


그림3.3 B선축계의 비틀림진동과 종진동을 추력베어링을 변하면서 계산한 결과

주 위험차수인 9차의 공진점 86(계산치 88) rpm 부근에서 1절 종진동이 발생하고 있고 57(계산치 56) rpm 부근에서 0절 종진동이 크게 나타나고 있다. 전자의 경우 근접한 비틀림 진동의 영향을 받고 있는 것으로 추정된다.

표3.10에서 특히 제3의 모드형태는 1절 종진동과 2절 비틀림 진동을 보이고 있는데 비진폭이 종진동과 비틀림 진동 모두 크게 나타나고 있어 특정 모드로 결정하기 어려운 상태이다.

그림3.3은 추력 베어링의 강성을 0으로부터 점차 증강함에 따른 각 진동 모드의 고유진동수를 보이는 그림이며 실제의 추력 베어링 강성으로 추정되는  $(0.19 \sim 0.30) \times 10^{10} N/m$

범위에서 1절 종진동과 2절 비틀림 진동이 교차하고 있어 복잡한 진동형태를 보인다.

또한 표3.12는 착화순서에 따른 고유진동수를 비교한 표이다.

표3.12 착화순서에 따른 고유진동수변화

모드	착화순서				
	기준	A (cpm)	B (cpm)	C (cpm)	D (cpm)
1-T	146	146	1.00	146	1.00
0-A	509	533	0.95	537	0.95
1-A	797	789	1.01	796	1.00
2-T	813	814	1.00	814	1.00

본래의 착화순서: 1-8-3-6-5-4-7-2-9

착화순서 A: 1-6-7-2-5-8-3-4-9

착화순서 B: 1-6-7-3-4-9-2-5-8

B선의 경우 착화순서에 따른 고유진동수의 차이는 크지 않다.

#### 4. 결 론

지금까지 추진추계 연성진동의 고유진동수와 고유모드를 계산하기 위한 진동 방정식의 유도방법과 이를 방정식의 해법을 설명한 다음 종진동과 비틀림 진동이 완전히 분리되는 경

우, 양 진동이 매우 접근하는 경우, 양진동이 교차하는 경우 등 세 가지 경우에 대하여 검토하여 보았다.

그 결과로서 종진동과 비틀림 진동이 접근하는 경우에는 상호간에 강한 영향을 미치며 특히 진동 모드에 미치는 영향이 현저함을 확인할 수 있었다.

또한 양 진동이 완전히 분리되는 경우라도 연성으로 계산하는 것이 보다 정확한 고유진동수와 진동 모드를 구할 수 있으며 특히 종진동은 그러한 영향이 현저함을 확인하였다.

그리고 동일 축계에서도 실린더 착화순서에 따라 계산 오차범위를 초과하는 고유진동수 차이를 보이고 있음이 확인되었다.

따라서 종진동은 비틀림 진동과의 연성상태로 계산하여야 하며 양측 고유진동수가 접근한 경우에는 비틀림 진동도 연성상태로 다루어야함을 알 수 있었으며 착화순서가 달라지면 크랭크 축계 강성을 달리 취급하여야함을 알 수 있었다.

[2] H. Jeon, Theoretical Analysis of Coupled Torsional Axial Forced Vibration of the Marine Diesel Engine Shafting, Vol.32, No.3, J. of Faculty of Engineering, The University of Tokyo, 1974, p. 535-561

[3] 真砂 宏, 本岡 隆雄, 新井 淳一, クランク軸系振動の實船計測結果について, 日本舶用機関學會誌, 第4卷 第2號, 1969

[4] 真砂 宏, 本岡 隆雄, 全孝重, 新井 淳一, クランク軸系振動の實船計測結果について(第2報), 日本舶用機関學會誌, 第5卷 第11號, 1970

[5] Shans Kuo, "Computer Application of Numerical Methods", Addison-Wesley Publishing Co., 1972, p.213-227

[6] H. Maass, H. Klier, "Kräfte, Momente und deren Ausgleich in der Verbrennungskraftmaschine", Springer Verlag, Wien New York, 1981, S.128

## 참고문헌

- [1] K. Tsuda, H.Jeon: Theoretical Analysis of Coupled Torsional-Axial undamped Vibration of Marine Diesel Engine Shafting, Japan Shipbuilding & Marine Eng., Vol.4, No.5, 1969