

부가질량을 갖고 유동유체에 의한 송수관의 동적 안정성에 관한 실험적 검증

김삼일*(광림특장차 주식회사), 류봉조(대전산업대), 정승호, 류두현(한국원자력연구소)

Experimental Verification on Dynamic Stability of a Pipe with Attached Masses Conveying Fluid

S. I. Kim*(Kwang-Lim Co.), B. J. Ryu(Taejon Natl. Univ. of Tech.), S. H. Jung, D. H. Ryu(KAERI)

ABSTRACT

The paper presents both theoretical and experimental study for dynamic instabilities of a vertical cantilevered pipe with two attached lumped masses conveying fluid. The two attached lumped masses can be considered as valves or some mechanical parts in real pipe systems. Eigenvalue behaviors depending on the flow velocity are investigated for the change of positions and magnitudes of an attached lumped mass and a tip mass. In order to verify appropriateness of numerical solutions, experiments were accomplished. Theoretical predictions have a good agreement with experimental ones.

Key Words · Dynamic stability (동적안정성), Pipe conveying fluid(유체에 의한 파이프), Attached masses(부가질량), Experimental verification(실험적 검증)

1. 서론

송수관이나 배관계 기계구조물들의 동적 불안정에 관한 연구는 공학의 여러 분야에서 많은 관심의 대상이 되어져 왔다. 예를들어, 열교환기 튜브들, 유압기계에서의 밸브들이나 다른 구성요소들 등을 들 수 있다. 내부 유동유체에 의한 파이프의 진동에 관한 연구의 시초는 Ashley와 Haviland^[1]에 의해 이루어졌고, Hill과 Swanson^[2]은 내부 유동 유체에 의한 외팔 수평파이프의 안정성에 미치는 부가 집중질량의 효과에 관한 연구를 하였다

Sugiyama 등^[3]은 한 개의 부가질량을 갖는 파이프 내부에 유체가 흐를 때의 파이프의 동적 안정성을 조사하였고, 그후, Sugiyama 등^[4]은 집중질량을 갖고 탄성 스프링에 의해 지지된 외팔 수평 파이프의 동적 안정성을 이론과 실험을 병행하여 연구하였다.

최근 류봉조 등^[5]은 끝단 부가질량을 갖고 내부 유동유체에 의해 운동하는 외팔 수직 파이프의 동적 안정성과 진동제어에 관한 실험적 연구를 수행하였

다. 그러나 위의 연구들의 대부분은 수평 파이프거나 수평파이프에 부가질량이 한 개 부착된 모델에 대한 동적 안정성과 진동연구들이었고, 수직 외팔 파이프 구조물이 다수의 부가질량을 갖는 모델에 대한 수치 및 실험연구는 아직 없는 실정이다.

따라서 본 논문에서는 송수관의 밸브나 부수적인 기계장치들을 복수 부가질량으로 간주하여, 이러한 복수 부가질량을 갖는 외팔수직 파이프의 동적 안정성과 진동현상을 수치해석 및 실험적으로 연구하는데 그 목적이 있다.

2. 이론해석

2.1 수학적 모델 및 지배방정식

Fig. 1은 말단에 집중질량 M 과 임의의 위치에 중간 부가질량 M_1 을 갖고, 내부 유동유체에 의해 운동하는 파이프의 수학적 모델을 나타낸다.

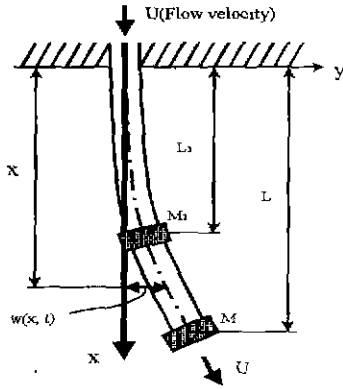


Fig 1 A mathematical model of a vertical cantilevered pipe with two attached masses conveying fluid

Fig. 1의 수학적 모델에 대해 지배방정식을 유도하기 위해 에너지 표현식을 사용하면 다음과 같다.

$$T = \int_0^L \frac{1}{2} m_p \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx + \int_0^L \frac{1}{2} m_f (U^2 + 2U + 2U \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2) dx + \frac{1}{2} M_1 \left(\frac{\partial w(L_1)}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} M \left(\frac{\partial w(L)}{\partial t} \right)^2 \quad (1)$$

$$V = \int_0^L \frac{1}{2} EI \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx + \int_0^L \frac{1}{2} m g (L-x) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} M_1 g \int_0^L (1-H(x-L_1)) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} M g \int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \quad (2)$$

$$\delta W_{i,d} = - \int_0^L E^* I \left(\frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2} \right) \delta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) dx \quad (3)$$

$$\delta W_f = - m_f U \left(\left(\frac{\partial w}{\partial t} \right) + U \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \right) \Big|_{x=L} + m_f U^2 \int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) dx \quad (4)$$

$$\delta W_{ex,d} = - \int_0^L C \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right) \delta w dx \quad (5)$$

식(1)과 (2)에서 m_p 와 m_f 는 각각 파이프와 유체의 단위길이당 질량을 나타내고, m 은 $m_f + m_p$,

E 는 파이프의 탄성계수, I 는 파이프 단면의 2차 모멘트, g 는 중력가속도, $H(x-L_1)$ 는 단위계단 함수를 나타낸다. 식(3)-(5)에서 E^* 는 내부 점성 감쇠계수, C 는 외부 점성감쇠계수를 나타낸다.

식(1)에서 (5)를 확장된 해밀톤 원리

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta V + \delta W) dt = 0 \quad (6)$$

에 대입하고 변분을 정리한후, 계산상의 편의를 위해 다음과 같은 무차원 좌표들과 파라메타들

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{E^*}{EL^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, & \tau &= \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, & \bar{M} &= \frac{MgL^2}{EI} \\ \xi &= \frac{x}{L}, & \alpha &= \frac{M_1}{mL}, & \beta &= \frac{m_f}{m}, & \xi_1 &= \frac{L_1}{L} \\ M^* &= \frac{M}{mL}, & u &= UL \sqrt{\frac{m_f}{EI}}, & \bar{M}_1 &= \frac{M_1 g L^2}{EI} \\ \varphi &= \frac{m g L^3}{EI}, & \nu &= \frac{C L^2}{\sqrt{EI m}} \end{aligned} \quad (7)$$

을 도입하면 다음과 같은 무차원화된 운동 지배방정식과 경계조건식을 얻게된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} + 2\beta^{\frac{1}{2}} u \frac{\partial^2 w}{\partial \tau \partial \xi} + u^2 \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \varphi \left(\frac{\partial w}{\partial \xi} - (1-\xi) \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right) - \bar{M} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + \gamma \frac{\partial^5 w}{\partial \xi^4 \partial \tau} + \nu \frac{\partial w}{\partial \tau} + \alpha \delta (\xi - \xi_1) \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} - \bar{M}_1 (1-H(\xi - \xi_1)) \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{\partial w}{\partial \xi}(0, \tau) = 0, \quad \frac{\partial w(0, \tau)}{\partial \xi} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 w(1, \tau)}{\partial \xi^2} + \gamma \frac{\partial^3 w(1, \tau)}{\partial \xi^2 \partial \tau} = 0 \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 w(1, \tau)}{\partial \xi^3} + \gamma \frac{\partial^4 w(1, \tau)}{\partial \xi^3 \partial \tau} - \bar{M} \frac{\partial w(1, \tau)}{\partial \xi} - M^* \frac{\partial^2 w(1, \tau)}{\partial \xi^2} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

식(7)의 무차원 파라메타들에서 β 는 질량비를 나타내며, u 는 유속 파라메타, φ 는 유체와 파이프에 의한 중력 파라메타, M^* 는 말단 질량비, \bar{M}_1 은 중

간 부가질량의 중력 파라메타, γ 는 내부점성감쇠 파라메타, ν 는 외부점성감쇠 파라메타, \bar{M} 은 말단 질량의 중력 파라메타. α 는 중간 부가질량비, ξ_1 은 무차원 중간 부가질량 위치, τ 는 무차원 시간을 나타낸다.

식(8)의 해 $w(\xi, \tau)$ 를

$$w(\xi, \tau) = e^{\lambda \tau} \phi(\xi) \quad (12)$$

라 가정하고, 외팔보의 경계조건을 만족시키는 고유 함수를 이용하여 행렬형태로 정리하면 다음과 같다.

$$\lambda^2 [A] + \lambda [B] + [C] = 0 \quad (13)$$

식(13)에서 행렬요소들의 성분들은 다음과 같다.

$$a_{ii} = (\phi_i, \phi_j) + M^* \phi_i(1) \phi_j(1) + \alpha \phi_i(\xi_1) \phi_j(\xi_1) \quad (14)$$

$$b_{ij} = 2\beta^{\frac{1}{2}} u(\phi_i, \phi_j') + \gamma(\phi_i, \phi_j^{(5)}) + \nu(\phi_i, \phi_j) \quad (15)$$

$$c_{ij} = u^2(\phi_i, \phi_j'') + \varphi(\phi_i, \phi_j') - \varphi(\phi_i, \phi_j'') + \varphi(\phi_i, \xi, \phi_j'') + (\phi_i, \phi_j^{(4)}) - \bar{M}(\phi_i, \phi_j'') \phi_j'(1) - \bar{M}_1(\phi_i, \phi_j) + \bar{M} \phi_i(1) \quad (16)$$

식(13)의 고유치 변화에 따라 안정성을 판별한다.

3. 수치해석 결과 및 검토

본 연구의 수치해는 Galerkin의 10항 근사해에 의해 계산하였으며, 부가질량이 없는 이전의 연구와 비교한 결과 근사한 일치 결과를 보임으로써 본 논문의 수치해의 타당성을 검토하였다.

Fig. 2에서 Fig. 4는 말단 질량비 M^* 가 $M^*=0.2$ 일 때, 중간 질량의 위치 ξ_1 이 $\xi_1=0.2$ 의 고정된 위치에서 중간질량비 α 값의 변화에 따른 임계유속 값과 고유치 변화를 나타낸 그림들이다.

이 그림을 통해 알 수 있는 것은 중간질량의 크기가 증가될수록 임계 유속값은 점점 증가됨을 알 수 있다. 또한 파이프의 불안정도 2차 모드에 의해 플러터 불안정이 일어남을 알 수 있다.

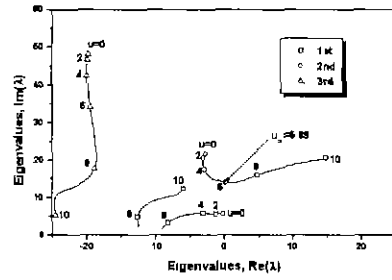


Fig 2 Eigenvalue curves ($M^*=0.2, \alpha=0.2, \xi_1=0.2$)

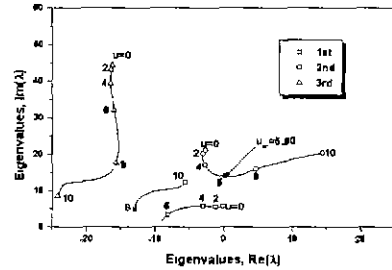


Fig 3 Eigenvalue curves ($M^*=0.2, \alpha=0.4, \xi_1=0.2$)

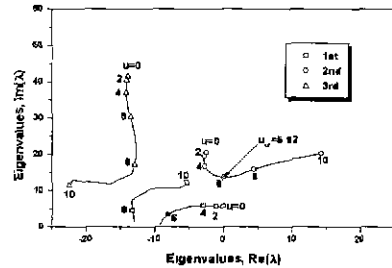
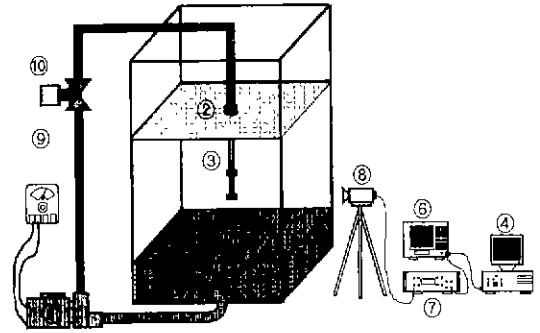


Fig 4 Eigenvalue curves ($M^*=0.2, \alpha=0.6, \xi_1=0.2$)

Table 1은 말단 질량비 M^* 와 중간 부가질량비 α , 중간부가질량의 위치 ξ_1 값의 변화에 따른 임계 유속값을 나타낸 표이다. Table 1을 통해 알 수 있는 것은 먼저 말단 질량비 M^* 가 $M^*=0.2$ 일 때는 고정된 부가질량의 위치 ξ_1 에 있어 부가질량비 α 값의 증가에 따라 임계 유속값이 항상 증가된다는 것이다. 둘째, $M^*=0.4$ 일 때는 부가질량의 위치 ξ_1 이 $\xi_1=0.2$ 보다 작은 위치에서는 α 값의 증가에 따라 임계 유속값이 경미하게 감소됨을 알 수 있다. 한편, 최대 임계 유속값은 $\alpha=1.0, \xi_1=0.6$ 에서

일어난다. 셋째, $M^* = 0.6$ 일때도 $M^* = 0.4$ 인 경우와 유사한 경향을 나타내게 되는데, 즉, $\xi_1 = 0.2$ 에 있어서는 α 값의 증가에 따라 임계 유속값이 감소되지만, $\xi_1 = 0.2$ 보다 큰 위치에서는 α 값의 증가에 따라 임계 유속값이 증가됨을 알 수 있다.

넷째, $M^* = 0.8$ 과 $M^* = 1.0$ 일때는 $\xi_1 = 0.2$ 에서 α 값의 증가에 따라 임계 유속값이 감소되지만, $\xi_1 = 0.4$ 에서는 α 값의 증가에 따라 임계 유속값이 감소했다 다시 증가하고, $\xi_1 = 0.4$ 보다 큰 위치에서는 α 값의 증가에 따라 임계 유속값이 증가됨을 알 수 있다.



- ① Motor pump ⑥ F.F.T analyzer
- ② Fixed condition ⑦ Vibrometer controller
- ③ Silicon pipe ⑧ Laser sensor
- ④ Computer ⑨ Motor pump controller
- ⑤ Water ⑩ Flow meter

Fig. 5 Schematic diagram for experimental setup

Table 1 Dimensionless critical flow velocity.

α	ξ_1	0.2	0.4	0.6	0.8
		0.2	5.89	6.08	6.48
0.2	0.4	5.90	6.49	7.18	6.72
	0.6	5.92	8.23	7.81	7.07
	0.8	5.94	8.38	8.30	7.38
	1.0	5.98	8.39	8.67	7.67
0.4	0.2	5.58	5.61	5.90	6.11
	0.4	5.57	5.71	6.39	6.58
	0.6	5.56	5.90	7.02	7.00
	0.8	5.56	6.23	7.75	7.37
0.6	1.0	5.56	7.09	8.46	7.70
	0.2	5.67	5.64	5.85	6.14
	0.4	5.65	5.66	6.16	6.58
	0.6	5.64	5.73	6.59	7.00
0.8	0.8	5.63	5.87	7.15	7.39
	1.0	5.62	6.08	7.84	7.74
	0.2	5.86	5.81	5.96	6.27
	0.4	5.84	5.79	6.17	6.67
1.0	0.6	5.83	5.81	6.48	7.06
	0.8	5.81	5.88	6.89	7.44
	1.0	5.80	5.99	7.41	7.80
	0.2	6.09	6.02	6.14	6.45
1.0	0.4	6.07	5.98	6.28	6.81
	0.6	6.05	5.97	6.51	7.17
	0.8	6.04	6.00	6.82	7.53
	1.0	6.02	6.06	7.21	7.87

4. 실험

4.1 실험장치

두 개의 부가 집중질량을 갖고 내부 유동유체에 의한 파이프의 동적안정성에 관한 수치해의 타당성 검토를 위해 Fig. 5와 같은 실험장치를 구성하였다

4.2 실험 및 실험결과

본 논문의 수치해석에 따른 임계 유속값의 예측을 실험을 통해 검증하기 위해 파이프의 동적 안정성 실험을 행하였으며, Table 2는 실험에 사용된 파이프, 중간 부가질량, 말단질량의 제원을 나타낸다.

Table 2 Details and properties of the pipe, intermediate mass and tip mass

Pipe	Materials	Silicon rubber
	Total length L	0.545 (m)
	Outer diameter d_o	0.0135 (m)
	Inner diameter d_i	0.0067 (m)
	Young's modulus E	9.72 (MPa)
	Internal damping coefficient E^*	1.723×10^5 (N·sec/m ²)
	Mass per unit length m_p	0.139 (kg/m)
Water	Density	998×10^3 (kg/m ³)
Attached masses	5 Types (A, B, C, D, E)	19(g), 38(g), 57(g) 76(g), 95(g) (Brass)
	Tip masses	5 Types (A, B, C, D, E) 19(g), 38(g), 57(g) 76(g), 95(g) (Brass)

Table 3은 실험에 사용된 말단질량과 부가질량의 질량비, 중간질량의 위치변화에 따른 임계 유속값의 실험치와 수치해석에 근거한 예측치를 나타낸 표이다.

Table 3을 통해 알 수 있는 것은 실험치와 이론치의 비교에 있어, 말단질량의 크기와 중간질량의 크기가 비교적 작은 부분에 있어서는 오차가 작음을 알 수 있고, 말단질량과 중간질량의 크기가 증가함에 따라 오차는 약간 더 증가함을 알 수 있으나, 전반적으로 근사한 결과를 보이고 있다.

Table 3 Comparison experimental results with theoretical ones for critical velocities

M^*	α	ξ_1	Experimental	Numerical	Error
			U_c (m/s)	U_c (m/s)	(%)
0.2	0.2	0.2	7.09	7.03	0.85
	0.2	0.4	7.19	7.26	-0.97
	0.2	0.6	7.80	7.73	0.90
	0.4	0.6	8.46	8.57	-1.30
0.4	0.4	0.8	7.94	7.85	1.13
	0.6	0.4	7.09	7.04	0.71
	0.6	0.6	8.18	8.38	-2.44
0.6	0.6	0.4	7.09	6.84	3.53
	0.6	0.6	7.94	7.87	0.88
	0.8	0.8	8.75	8.82	-0.80
	1.0	0.6	8.89	9.36	-5.29
0.8	0.6	0.6	7.85	7.73	1.53
	0.8	0.8	8.84	8.88	-0.45
	1.0	0.2	7.28	6.92	4.95
	1.0	0.8	9.27	9.31	-0.43
1.0	0.6	0.6	7.89	7.77	1.52
	0.8	0.8	8.84	8.99	-1.70
	1.0	0.2	7.37	7.18	2.58
	1.0	0.8	9.08	9.39	-3.41

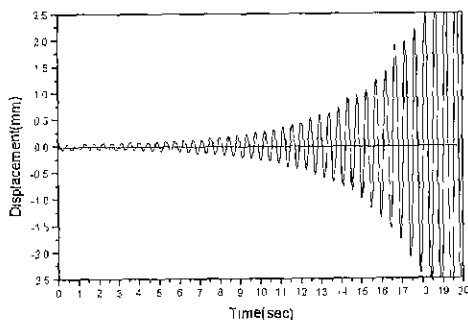


Fig. 6 Displacement curve of the pipe for 20 seconds ($M^* = 0.2, \alpha = 0.4, \xi_1 = 0.2$)

Fig. 6은 M^*, α, ξ_1 의 어떤 특정값에서 얻은 파이프의 실험변위값으로 플러터 불안정을 보여준다.

5. 결론

복수 부가질량을 갖고 내부유동유체에 의한 송수관의 동적안정성에 관한 수치해석 및 실험결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 말단 질량비 M^* 가 $M^* = 0.2$ 일 경우는 고정된 중간 부가질량의 위치 ξ_1 에 대해, 중간 부가질량비 α 값의 증가에 따라 임계 유속값은 항상 증가된다.
- 2) 말단 질량비 M^* 가 $M^* = 0.2$ 보다 클때, 중간 부가질량의 위치 ξ_1 이 $\xi_1 = 0.2$ 인 경우는 α 값의 증가에 따라 임계 유속값은 감소되고, $\xi_1 = 0.4$ 보다 큰 경우는 α 값의 증가와 함께 임계 유속값은 증가된다.
- 3) 말단 질량비 M^* 가 $M^* = 0.2$ 보다 큰 경우라도, $M^* = 0.8$ 과 1.0 에 있어서는 부가집중질량의 위치 ξ_1 이 $\xi_1 = 0.4$ 에 대해서는 α 값의 증가에 따라 임계 유속값이 감소했다가 다시 증가하는 경향을 나타낸다
- 4) 이론적 예측값과 실험값이 근사함을 보였다.

참고문헌

- 1 Ashley, H. and Haviland, G., "Bending Vibrations of a Pipe Line Containing Flowing Fluid", Journal of Applied Mechanics, Vol.17, pp 229-232, 1950.
- 2 Hill, J.L. and Swanson, C.P., "Effects of Lumped Masses on the Stability of Fluid Conveying Tube", Journal of Applied Mechanics, Vol.37, pp.494-497, 1970
- 3 Sugiyama, Y., Kumagai, Y., Kishi, T. and Kawagoe, H., "Studies on Stability of Pipes Conveying Fluid(The Effect of a Lumped Mass and Damping)", Bulletin of JSME, Vol.29, pp.929-934, 1986
- 4 Sugiyama, Y., Kawagoe, T. Kishi and S Nishiyama, "Studies on the Stability of Pipes Conveying Fluid(The Combined Effect of a Spring Support and a Lumped Mass)", JSME International Journal Series 1, Vol 31, pp.20-26, 1988.
- 5 Ryu, B.J, Jung, S.H. and Kang, Y.C., "A Study on the Dynamic Stability and Vibration Control of Cantilevered Pipes Conveying Fluid", Journal of the KSNVC, Vol.8, pp 171-179, 1998.