

불확실 로봇의 개선된 견실 하이브리드 제어

김재홍*(부산대 대학원 지능기계공학과), 한명철(부산대 기계공학과)
하인철(부산대 대학원 지능기계공학과)

An improved robust hybrid control for uncertain robot manipulators

J. H. Kim(Int. Mech. Eng. Dept., PNU), M. C. Han(Mech. Eng. Dept., PNU)
I. C. Ha(Int. Mech. Eng. Dept., PNU)

ABSTRACT

An improved robust hybrid control law is proposed. This law uses the separated bounding function, so uncertainties of each axis does not affect the others. Also, this law uses the separated ϵ , so we can take different ϵ for each axis. This law guarantees the practical stability in sense of Lyapunov. Simulation was performed to validate this law using a four-axis SCARA type robot manipulator.

Key Words : Robot manipulators (로봇 매니플레이터), Bounding function (경계함수), Robust control (견실제어), Hybrid control (혼합제어)

1. 서론

산업로봇이 투입되는 작업을 크게 두 개의 부류로 나눌 수 있다. 첫째는 로봇의 말단장치(end-effector)와 주위 환경(environment)사이에서 접촉이 일어나지 않는 비접촉 작업이고, 둘째는 조립, 가공 등의 복잡하고 진보된 로봇이 필요한 작업으로 로봇과 주위환경 사이에서 접촉이 발생하는 작업이 있다.

접촉작업에서는 말단장치의 이동궤적과 작업물과의 반발력(reaction force)을 적절한 값으로 유지시켜야 하므로, 복잡한 제어문제가 된다. 이를 해결하기 위한 방법 중 하나가 직교좌표계(Cartesian coordinate)에서 위치제어와 힘제어 방향으로 나누어 각각 독립적으로 제어하는 하이브리드 제어(hybrid control)이다.

산업용 로봇 매니플레이터(manipulator)의 제어 알고리즘의 개발에 있어 장애 중의 하나가 실제 로봇 매니플레이터와 주위환경의 정확한 모델링의 어려움이다. 그 시스템 동역학은 예를 들면, 부정확한 파라미터들의 값, 마찰력, 부하(payload)의 변화, 외란 등 여러 종류의 불확실성(uncertainty)을 포함하게 된다. 이러한 불확실 인자들의 가능한 경계치를 이용하여 불확실성을 제어하는 방법이 견실 제어(robust

control)이다.

본 논문에서는 선행연구에서 제안한 견실 하이브리드 제어기(robust hybrid controller)를 수정 보완하여 경계함수(bounding function)와 ϵ 을 분리한 새로운 견실 하이브리드 제어기를 제안한다. 리아프노프(Lyapunov) 안정성 분석을 통하여 전체 시스템의 안정성을 입증하고, SCARA 형태의 4축 로봇에 대하여 시뮬레이션(Simulation) 결과를 보일 것이다.

2. 시스템 운동방정식

일반적으로 주위환경에 접촉하는 m관절 로봇 매니플레이터의 운동방정식은 관절좌표계(joint coordinate)에서 다음과 같다.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + f(q, \dot{q}, t) = \tau(t) - J(q)^T R \quad (1)$$

q : $m \times 1$ 관절 위치벡터

τ : $m \times 1$ 토크벡터

$M(q)$: $m \times m$ 관성행렬

$C(q, \dot{q})\dot{q}$: $m \times 1$ 원심력 및 코리올리시스 힘 벡터

$g(q) : m \times 1$ 중력벡터
 $f(q, \dot{q}, t) : m \times 1$ 불확실 토크벡터
 $R : m \times 1$ 반발력

여기서, $J(q)$ 는 관절좌표계와 직교좌표계 사이의 자코비안(Jacobian)이다.

$$\dot{x} = J\dot{q}, \quad \dot{q} = J^{-1}(\dot{x} - J\dot{q}) \quad (2)$$

여기서, x 는 $n \times 1$ 직교좌표계 벡터이다. 식(2)를 식(1)의 관절좌표계 운동방정식에 대입하면 식(3)과 같은 직교좌표계 운동방정식이 된다.

$$M_x(q)\ddot{x} + C_x(q, \dot{q})\dot{x} + g_x(q) + f_x(q, \dot{q}, t) = \tau_x(t) - R \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
 M_x(q) &= J^{-T}M(q)J^{-1} \\
 C_x(q, \dot{q}) &= J^{-T}(C(q, \dot{q}) - M(q)J^{-1}\dot{J})J^{-1} \\
 g_x(q) &= J^{-T}g(q) \\
 f_x(q, \dot{q}, t) &= J^{-T}f(q, \dot{q}, t) \\
 \tau_x &= J^{-T}\tau
 \end{aligned}$$

식(3)에서 $M_x(q) - 2C_x(q, \dot{q})$ 가 교대대칭인 성질이 있다¹.

3. 제어기 설계 및 안정도 분석

3.1. 제어기 설계

힘과 위치를 동시에 제어하는 경우 직교좌표계에서는 한 축에 힘제어와 위치제어 중 하나만이 고려된다. 복잡성을 피하기 위하여 n 개의 직교좌표축 중 처음 k 개는 위치제어 대상이며 나머지 $n-k$ 개의 좌표축은 힘제어 대상이라고 가정한다.

위치와 힘을 동시에 다루기 위해 다음의 새로운 변수를 도입한다

$$\begin{aligned}
 r_i &= x_i, & i &= 1, \dots, k \\
 r_i &= k_{ei}(x_i - x_{0i}), & i &= k+1, \dots, n
 \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, k_{ei} 는 i 축 변형의 강성(equivalent stiffness)이고, x_{0i} 는 로봇의 말단장치가 주위환경에 접촉되기 직전의 위치를 나타낸다. 즉 힘은 로봇과 주위환경의 변형에 비례한다. 복잡성을 피하기 위해 여기서는 로봇과 주위환경이 접촉한 지점에 좌표계의 원점을 둔다. 즉, $x_{0i} = 0$.

사용상의 편의를 위하여 다음을 정의한다

$$\begin{aligned}
 K_e &\equiv \text{diag}(k_{e1}, k_{e2}, \dots, k_{en}), \\
 &\quad k_{ei} = 1 \text{ for } i = 1, 2, \dots, k \\
 r &\equiv [r_1 \ r_2 \ \dots \ r_n] = K_e x \quad (k_0 = 0) \\
 e &\equiv [e_1 \ e_2 \ \dots \ e_n] = r - r_d, \quad \dot{e} \equiv \dot{r} - \dot{r}_d
 \end{aligned}$$

여기서, K_e 는 양확정상수행렬(positive constant matrix)이고, r_d 는 원하는 위치 및 힘의 궤도를 나타낸다

본 논문에서 제안하는 견실 하이브리드 제어기는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \tau_x &= \widehat{M}_x K_e^{-1}(\ddot{r}_d - S\dot{e}) + \widehat{C}_x K_e^{-1}(\dot{r}_d - S\dot{e}) \\
 &\quad + \widehat{g}_x + \widehat{f}_x + \widehat{R} + K_a \dot{e} \\
 &\quad - K_b K_e^{-1} \dot{e} - K_b K_e^{-1} \dot{e}
 \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, \widehat{M}_x , \widehat{C}_x , \widehat{g}_x , \widehat{f}_x , \widehat{R} 은 불확실성을 포함하는 M_x , C_x , g_x , f_x , R 의 추측값 또는 대표값이고, S , K_a , K_b 는 설계파라미터로서 다음과 같이 정의되는 양확정상수행렬이다.

$$\begin{aligned}
 S &\equiv \text{diag}(s_1, s_2, \dots, s_n) \\
 K_a &\equiv \text{diag}(k_{a1}, k_{a2}, \dots, k_{an}) \\
 K_b &\equiv \text{diag}(k_{b1}, k_{b2}, \dots, k_{bn})
 \end{aligned}$$

견실제어항 p 는 다음과 같이 설계된다.

각 축에 대하여 각각 분리된 다음 함수의 경계함수 $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ 를 구한다.

$$\begin{aligned}
 \phi(x, \dot{x}, t) &= K_e^{-1}[(\widehat{M}_x - M_x)K_e^{-1}(\ddot{r}_d - S\dot{e}) \\
 &\quad + (\widehat{C}_x - C_x)K_e^{-1}(\dot{r}_d - S\dot{e}) \\
 &\quad + \widehat{g}_x - g_x + \widehat{f}_x - f_x + \widehat{R} - R]
 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{cases}
 \rho_1(x, \dot{x}, t) \geq |\phi_1(x, \dot{x}, t)| \\
 \rho_2(x, \dot{x}, t) \geq |\phi_2(x, \dot{x}, t)| \\
 \vdots \\
 \rho_n(x, \dot{x}, t) \geq |\phi_n(x, \dot{x}, t)|
 \end{cases} \quad (7)$$

견실제어항 p 는 다음과 같다.

$$\mu_i \equiv (\dot{e}_i + s_i e_i) \rho_i(x, \dot{x}, t) \quad (8)$$

$$p = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_n]^T$$

$$p_i = \begin{cases} -\frac{\mu_i}{|\mu_i|} \rho_i, & \text{if } |\mu_i| \geq \varepsilon_i \\ -\frac{\mu_i}{\varepsilon_i} \rho_i, & \text{if } |\mu_i| < \varepsilon_i \end{cases} \quad (9)$$

여기서, $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$ 는 양의 상수인 설계파라미터이고, 각 축에 대하여 따로 선정할 수 있다.

3.2 안정도 분석

다음과 같이 리아프노프 함수 후보로 선택한다.

$$\begin{aligned} V(\bar{e}, \dot{e}) &= (\dot{e} + Se)^T K_e^{-1} M_x K_e^{-1} (\dot{e} + Se) \\ &\quad + e^T K_e^{-1} (K_a + SK_b) K_e^{-1} e \quad (10) \\ \bar{e} &= [e^T \ \dot{e}^T]^T = [e_1 \ \dots \ e_n \ \dot{e}_1 \ \dots \ \dot{e}_n]^T \end{aligned}$$

식(10)은 다음 부등식을 만족한다²

$$\begin{aligned} \varphi_1 \|\bar{e}\|^2 &\leq V(\bar{e}, \dot{e}) \leq \varphi_2 \|\bar{e}\|^2 \quad (11) \\ \varphi_1, \varphi_2 &\text{ 양의 상수} \end{aligned}$$

다음은 리아프노프함수 후보인 $V(\bar{e}, \dot{e})$ 의 시간에 대한 미분치가 원점을 중심으로 어떤 볼(ball)의 외부에서는 항상 음임을 보여준다.

$$\begin{aligned} \dot{V}(\bar{e}, \dot{e}) &= 2(\dot{e} + Se)^T K_e^{-1} M_x K_e^{-1} (\ddot{e} + S\dot{e}) \\ &\quad + (\dot{e} + Se)^T K_e^{-1} \dot{M}_x K_e^{-1} (\dot{e} + Se) \quad (12) \\ &\quad + 2e^T K_e^{-1} (K_a + SK_b) K_e^{-1} \dot{e} \end{aligned}$$

식(3)과 식(5)로부터

$$\begin{aligned} M_x \ddot{x} &= M_x K_e^{-1} \ddot{r} \\ &= \tau_x - C_x \dot{x} - g_x - f_x - R \\ &= \hat{M}_x K_e^{-1} (\ddot{r}_d - S\dot{e}) + \hat{C}_x K_e^{-1} (\dot{r}_d - Se) \quad (13) \\ &\quad - C_x K_e^{-1} r + (\hat{g}_x - g_x) + (\hat{f}_x - f_x) \\ &\quad + (\hat{R} - R) + K_e \dot{e} \\ &\quad - K_a K_e^{-1} e - K_b K_e^{-1} \dot{e} \end{aligned}$$

식(13)을 적절히 변형시키면,

$$\begin{aligned} M_x K_e^{-1} \ddot{e} &= (\hat{M}_x - M_x) K_e^{-1} (\ddot{r}_d - Se) \\ &\quad - \hat{M}_x K_e^{-1} S \dot{e} \\ &\quad + (\hat{C}_x - C_x) K_e^{-1} (\dot{r}_d - Se) \quad (14) \\ &\quad - C_x K_e^{-1} (\dot{e} + Se) + (\hat{g}_x - g_x) \\ &\quad + (\hat{f}_x - f_x) + (\hat{R} - R) + K_e \dot{e} \\ &\quad - K_a K_e^{-1} e - K_b K_e^{-1} \dot{e} \end{aligned}$$

식(14)를 식(12)에 대입하면,

$$\begin{aligned} \dot{V}(\bar{e}, \dot{e}) &= 2(\dot{e} + Se)^T (\Phi + \theta) \\ &\quad - 2e^T K_e^{-1} S K_a K_e^{-1} e \quad (15) \\ &\quad - 2\dot{e}^T K_e^{-1} K_b K_e^{-1} \dot{e} \end{aligned}$$

일반성을 잃지 않고 주어진 상태변수에 의해 다음을 가정할 수 있다.

$$\begin{aligned} |\mu_i| &< \epsilon_i, \quad i=1, 2, \dots, l \\ |\mu_i| &\geq \epsilon_i, \quad i=l+1, l+2, \dots, n \quad (16) \end{aligned}$$

식(15)에서

$$\begin{aligned} \dot{V}(\bar{e}, \dot{e}) &= 2 \sum_{i=1}^l (\dot{e}_i + s_i e_i) \phi_i \\ &\quad + \sum_{i=1}^n (\dot{e}_i + s_i e_i) \theta_i \\ &\quad - \sum_{i=1}^n (2s_i k_{a_i} e_i^2 / k_{e_i}^2 + 2k_{b_i} \dot{e}_i^2 / k_{e_i}^2) \\ &\leq 2 \sum_{i=1}^l |\dot{e}_i + s_i e_i| \rho_i \quad (17) \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \frac{2}{\epsilon_i} |\dot{e}_i + s_i e_i|^2 \rho_i^2 \\ &\quad - \sum_{i=l+1}^n 2|\dot{e}_i + s_i e_i| \rho_i \\ &\quad - \sum_{i=1}^n (2s_i k_{a_i} e_i^2 / k_{e_i}^2 + 2k_{b_i} \dot{e}_i^2 / k_{e_i}^2) \\ &\leq 2 \sum_{i=1}^l (|\dot{e}_i + s_i e_i| \rho_i - \frac{1}{\epsilon_i} |\dot{e}_i + s_i e_i|^2 \rho_i^2) \\ &\quad - k_0 \sum_{i=1}^n (e_i^2 + \dot{e}_i^2) \\ &= l \frac{\epsilon_0}{2} - k_0 \|\bar{e}\|^2 \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned} \epsilon_0 &= \max\{\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n\} \quad (18) \\ k_0 &= \min\{2s_i k_{a_i} / k_{e_i}^2, 2k_{b_i} / k_{e_i}^2\} \end{aligned}$$

그러므로, $\|\bar{e}\| > \sqrt{l\epsilon_0/2k_0}$ 일 때, 리아프노프함수 후보 $V(\bar{e}, \dot{e})$ 의 시간에 대한 미분치는 항상 음이다. 식(11)과 식(17)에 의하여 불확실 로봇시스템의 대역적으로 실용적 안정성(practical stability)이 보장된다²³.

4. 시뮬레이션

SCARA 형태의 4축 로봇에 대하여 제안된 전일 하이브리드 제어기 성능을 살펴본다.

1,2축의 질량 m 과 마찰력, 외란 등을 포함하는 불확실 토크벡터 f 에 20%의 불확실성이 있고, 나머지 축은 불확실성이 없다고 가정한다.

x,y축은 위치제어로 기준계적은 (0.3,0.1) [m]에서 (0.4,0.2) [m]로 이동하는 시변 직선궤적이고, z축은 힘제어로 기준힘은 10 [N]이다

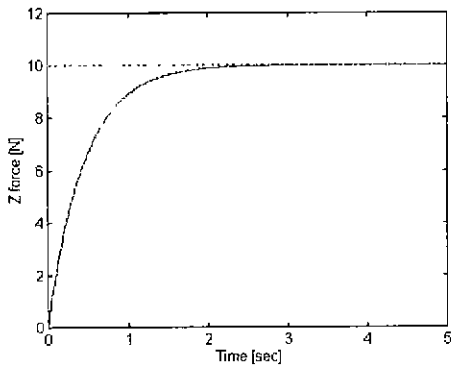
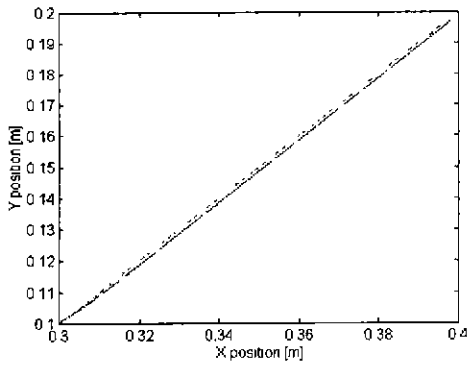


Fig. 1 기존 제어기 ($\epsilon = 1000$)
(.....기준궤적, —— 추종궤적)

Fig. 1 은 선행연구¹에 사용된 제어기로 시뮬레이션 한 결과이다. 이 제어기에서는 x,y,z축의 불확실성의 경계함수가 하나의 ρ 값으로 정해지므로, x,y축의 불확실성이 z축에도 영향을 준다. ρ 값이 커짐에 따라 μ_3 가 커지고 이에 따른 z축의 채터링을 없애기 위해서는 ϵ 을 크게 할 수밖에 없다. ϵ 을 작게 하면 위치궤적에서 더 좋은 성능을 발휘할 수 있지만, ϵ 이 하나이므로 이 경우 z축에서 문제가 된다.

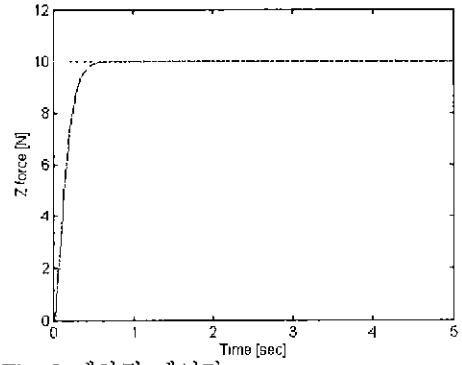
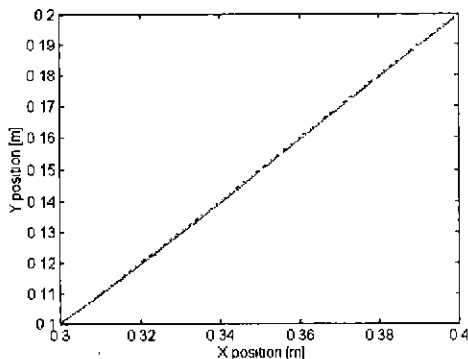


Fig. 2 제안된 제어기
($\epsilon_1 = 0.01, \epsilon_2 = 0.01, \epsilon_3 = 0.1$)

Fig 2 는 본 논문에서 제안한 제어기로 시뮬레이션 한 결과이다. 이 제어기에서는 x,y,z축의 불확실성의 경계함수가 ρ_1, ρ_2, ρ_3 로 분리되므로, x,y축의 불확실성이 z축에 영향을 주지 않는다. μ_3 가 커지지 않기 때문에 z축의 채터링을 고려하지 않아도 되며 더 작은 ϵ 을 사용할 수 있다.

또한, ϵ 을 분리 할 수 있기 때문에 z축의 ϵ_3 와 관계없이 x,y축의 ϵ_1, ϵ_2 를 각각 0.01로 설정함으로써 Fig.1 보다 좋은 성능을 나타내고 있다.

5. 결론

본 논문에서는 선행연구에서 제안한 건설 하이브리드 제어기를 수정 보완하여 경계함수와 ϵ 을 분리한 새로운 건설 하이브리드 제어기를 제안하고, 안정성을 보장함을 보였다.

제안된 제어기는 경계함수 ρ 를 각 축별로 분리하여 불확실성이 서로 다른 축에 영향을 주지 않게 하였으며, ϵ 역시 각 축별로 분리하여, 서로 다른 ϵ 을 선택할 수 있도록 하였다.

참고문헌

1. 한명철, "Robust hybrid control for uncertain robot manipulators," KACC, pp 418-421, 1995.
2. M. C. Han and Y. H. Chen, "Polynomial robust control design for uncertain systems", Automatica., Vol 28, No. 4, pp. 809-814, 1992
3. M. J. Corless and G. Leitmann. "Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundness for uncertain dynamic systems", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-26, No. 5, pp. 1139-1144, 1981