

등속 운동을 하는 육면형 병렬기구의 오차 해석

임승룡*(고려대 대학원 기계공학과), 최우천, 송재복, 홍대희(고려대학교 기계공학과)

Error Analysis for a Cubic Parallel Device Moving at Uniform Velocity

S. R. Lim(Graduate School, Korea Univ.), W. C. Choi, J.-B. Song, D. Hong(Korea Univ.)

ABSTRACT

An error analysis is very important for a precision machine tool to estimate its performance. This study proposes a new parallel device, a cubic parallel manipulator. Errors of the proposed cubic parallel manipulator include universal joint errors, errors occurring due to changes in the force directions in the links, and actuation errors. An error analysis is performed for the manipulator platform moving at uniform velocity. The analysis shows how the position and orientation of the platform influences the directional link forces that change the errors in the manipulator. The analysis shows that the method can be used in predicting the accuracy of parallel devices.

Key Words . Cubic Parallel Device(육면형 병렬기구), Link(링크), Error Source(오차요소), Position Error(위치오차), Orientation Error(방위오차), Universal Joint(유니버설 조인트)

1. 서론

지금까지 산업 현장에서 사용되는 공작기계는 주로 직렬형 구조를 이용한 로봇이었다. 직렬형 구조는 각각의 링크와 조인트의 연결이 연속적으로 이루어져, 말단부까지 운동을 전달하는 동안 오차가 누적되어 고정밀을 구현하기 어렵다. 한편, 병렬형 구조는 플랫폼과 베이스가 2개 이상의 직렬형 부속 관절에 의해 연결되어 폐회로를 형성하며, 서로의 운동을 구속하는 형태로 이루어진다. 개회로 형태의 직렬 기구는 작업 영역이 크고 동작의 유연성이 요구되는 일에 사용되나, 관성력, 원심력, 중력의 영향이 크며, 관절마다 구동오차가 누적되어 말단부의 위치오차가 비교적 크게 발생한다. 이에 비해 폐회로 기구인 병렬 기구는 동작의 유연성이나 작업 영역은 작으나, 여러 개의 링크로 연결되어 있어서 말단부의 운동이 여러 개의 관절들의 구속방정식을 만족해야 하므로 각 조인트에서의 오차가 한 방향으로 누적되지 않아 말단부의 오차가 작다. 일반적인 형태의 병렬형 기구에 대해서는 Masory 등⁽¹⁾이 가공오차, 설치오차, 링크의 유격등을 고려하여 공칭오차 모델을 제시하였고, 이후 Ehmman 등⁽²⁾은 기구학식의 미분값에 의해 오차를 분석하였다. Wang 등⁽³⁾은 1 자유도를 갖는 링크 요

소에 대한 모델링을 실시하였고, 볼 조인트의 오차를 D-H 변환을 이용해 수학적으로 유도하였다. Satori 등⁽⁴⁾은 기하학적 오차 측정 방법과 오차에 대한 정보의 일반화에 대해 연구하였다. Arai 등⁽⁵⁾은 조인트 변위 오차와 말단부의 정밀도에 관한 모델을 제시하고 순기구학과 역기구학을 적용하여 말단부의 타원체 형상의 오차 분포를 유도하였다.

본 연구는 육면형 병렬기구의 오차를 유니버설 조인트 오차와 링크 길이 방향 오차로 구분하고, 병렬 기구의 말단부가 등속 직선 운동을 하는 동안 각 링크의 힘이 오차의 방향에 미치는 영향을 고려하여, 플랫폼의 위치 오차와 방위 오차를 예측할 수 있게 하였다.

2. 구조와 오차 모델

2.1 구조

Fig. 1에서처럼 본 연구에 사용된 병렬기구는 3 개의 링크가 z 축 방향으로 플랫폼을 지지하고 있고, 2 개의 링크가 x 축 방향으로, 1 개의 링크가 y 축 방향으로 연결되어 있다. 링크는 볼스크루와 너트로 이루어져 있고, 양끝에 유니버설 조인트가 연결되어 있다. 링크의 길이는 모터로 볼스크루를 회전시켜 너트를 직선 운동시킴으로써 변화된다.

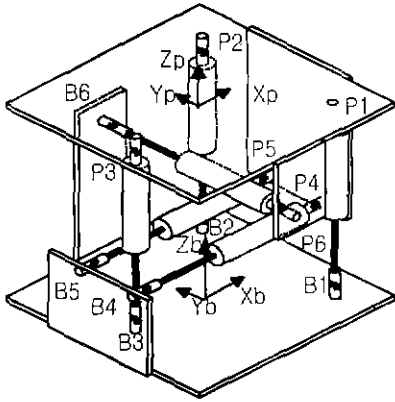


Fig. 1 Schematic of a proposed cubic parallel manipulator.

2.2 오차 모델

육면형 병렬기구의 기하학적 변수를 그림으로 표시하면 Fig. 2 와 같다. 각각의 링크는 플랫폼과 연결된 부분에 유니버설 조인트, 링크부에 선형 구동 조인트, 베이스와 연결된 부분에 유니버설 조인트로 연결되어 있다. 베이스 좌표계 (x, y, z) 는 베이스의 중심부에 원점이 있고, 플랫폼 좌표계 (x_h, y_h, z_h) 는 플랫폼의 중심부에 원점이 있다. p_i^h 는 플랫폼의 원점으로부터 i 번째 링크의 플랫폼 측 유니버설 조인트의 중심까지의 위치 벡터이다. R 을 베이스 좌표계에 기준한 플랫폼의 중심을 표현한 회전 행렬이라 하면, p_i^h 를 베이스 좌표계로 표현할 수 있다.

$$S_i = R p_i^h \quad (1)$$

또한, 기구의 기하학적 형태로부터 링크의 길이 벡터인 w_i 는 다음과 같이 표현된다.

$$w_i = p_h + S_i - p_{b_i} \quad (2)$$

여기서 p_h 는 베이스 좌표계에 기준한 플랫폼 중심의 위치 벡터이고, p_{b_i} 는 베이스 좌표계에 기준한 i 번째 링크 끝 단에 위치한 베이스측 유니버설 조인트의 중심까지의 위치 벡터이다. 링크의 길이 벡터인 w_i 는 링크 길이 l_i 와 링크 길이 방향의 단위 벡터인 z_i 로 이루어진다.

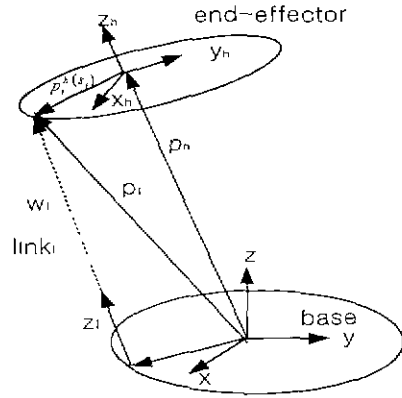


Fig. 2 Kinematic parameters of one leg of the parallel manipulator

$$w_i = l_i z_i \quad (3)$$

여기서 식(1)과 식(2)를 식(3)에 대입하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$l_i z_i = p_h + R p_i^h - p_{b_i} \quad (4)$$

식(4)의 양변을 미분하면 다음과 같다.

$$\delta l_i z_i + l_i \delta z_i = \delta p_h + \delta R p_i^h + R \delta p_i^h - \delta p_{b_i} \quad (5)$$

한편 δR 은 다음과 같이 표현된다.⁽⁵⁾

$$\delta R = R_{\delta\Omega} R \quad (6)$$

식(6)을 식(5)에 대입하여 δl_i 에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$\delta l_i = J_p \delta x + J_s \delta p \quad (7)$$

여기서, $J_p = \begin{bmatrix} z_i^T & (s_i \times z_i)^T \end{bmatrix}$, $\delta x = \begin{bmatrix} \delta p_h \\ \delta \Omega \end{bmatrix}$.

$$J_s = \begin{bmatrix} z_i^T R & -z_i^T \end{bmatrix}, \delta p = \begin{bmatrix} \delta p_i^h \\ \delta p_{b_i} \end{bmatrix}$$

(7)를 δx 에 대해 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\delta x = J_p^{-1} \delta l_i - J_p^{-1} J_s \delta p \quad (8)$$

유니버설 조인트가 베이스와 플랫폼에 설치되면 식(8)에서 Op_{b_i} 와 Op_i^h 를 제외한 다른 오차들은 고정되고 측정 가능하다. 유니버설 조인트에는 두

개의 축이 있고, 이 축은 홀에 조립되어 있다. 축과 홀이 상대운동을 하므로, 이들 사이에는 간극이 존재한다 이 간극으로 인해 유니버설 조인트 중심은 이상적인 위치에서 벗어나게 되고, 이 오차가 플랫폼의 오차에 영향을 준다. Fig. 3 과 같이 유니버설 조인트 내부의 축의 운동을 제한하는 간극 때문에 즉, 조인트 중심은 구의 내부의 임의의 위치에 놓이게 된다 베이스에 연결된 유니버설 조인트에서의 구의 반경을 C_b 라 둔다 한편, 작용하는 모든 힘의 결과로 플랫폼의 원점, 즉 엔드 이펙터가 운동을 할 경우 시스템에 작용하는 힘들에 의한 식은 다음과 같다

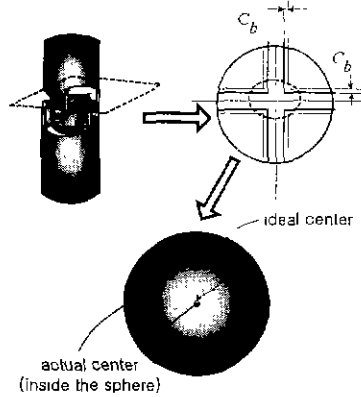


Fig. 3 Clearance of a U-joint and position error of the joint center.

$$\sum_{i=1}^6 {}^p F_i + {}^p F_G + {}^p F_C = m\ddot{x} \quad (9)$$

여기서 $\sum_{i=1}^6 {}^p F_i$ 는 각 링크에 작용하는 선형 힘

${}^p F_G$: 플랫폼의 자중

${}^p F_C$: 절삭력

$m\ddot{x}$: 시스템의 관성력

한편 식(9)를 정리하면 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^6 {}^p F_i = {}^p F_G + {}^p F_C - m\ddot{x} = F_{total} = J\tau \quad (10)$$

이때 F_{total} 는 엔드 이펙터에 발생하는 힘이고, τ_i 는 각 구동기에 가해지는 선형힘이다. f, m 은 각각 엔드 이펙터에서 발생하는 힘과 모멘트이다. z_i 를 링크의 길이 방향 단위 벡터라고 하고, s_i 를 플랫폼 좌표계의 원점에서 플랫폼에 부착된 유니버설 조인트의 중심까지의 위치 벡터이다. 여기서 $\tau = [\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6]$ 이고, 구동력과 엔드이펙터의 관계를 나타내는 자코비안 행렬은 다음과 같다.

$$J = \begin{bmatrix} z_1 & z_2 \\ s_1 \times z_1 & \dots & s_6 \times z_6 \end{bmatrix} \quad (11)$$

또한 식(10)는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\tau_i = J^{-1} F_{total} \quad (12)$$

플랫폼에서 운동을 하는 각 링크가 받는 힘은 식 (12)에서 구할 수 있고, 이 경우 힘의 방향에 의해 조인트의 변동 오차를 제한하는 구속 식으로 표현된다. C_{bU_i} 를 베이스측 유니버설 조인트의 운동 오차 벡터, C_{pU_i} 를 플랫폼측 유니버설 조인트의 운동 오차 벡터라 하면 τ_i 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

① τ_i 의 부호가 (+)이면 인장 응력이 발생하므로

$$C_{bU_i} = (+)C_b z_i = \delta p_{b_i}, \quad C_{pU_i} = (-)C_b z_i = \delta p_{p_i} \quad (13)$$

② τ_i 의 부호가 (-)이면 압축 응력이 발생하므로

$$C_{bU_i} = (-)C_b z_i = \delta p_{b_i}, \quad C_{pU_i} = (+)C_b z_i = \delta p_{p_i} \quad (14)$$

식(13)와 (14)에서 δp 가 결정되고, δl_i 는 볼스크루 선정시 제품의 등급에 의해 결정된다. 이로써 식(8)에 의해 플랫폼 엔드이펙터의 위치 오차와 방위 오차를 구할 수 있다.

3. Case Study

제안된 식을 MATHEMATICA 를 사용하여 Fig. 1 의 형상을 가진 육면형 병렬 기구에 관해 모의 실험을 하였다. 모의 실험에 사용된 기구의 크기, 공차, 작용 힘은 Table 1, 2 와 같다.

Table 1 Kinematic values of Cubic Parallel Mechanism

플랫폼의 자중	47.068N
유니버설 조인트 공차	10 μ m
볼스크루 백래쉬 공차	0 μ m

Table 2 Coordinates of the joint centers

중심점	좌표	중심점	좌표
B1	(b, -a, 0)	P1	(b, -a, 0)
B2	(b, a, 0)	P2	(b, a, 0)
B3	(-b, 0, 0)	P3	(-b, 0, 0)
B4	(-c, -e, zz1)	P4	(-c, -e, -d)
B5	(-c, e, zz2)	P5	(-c, e, -d)
B6	(0, f, -zz3)	P6	(0, f, -g)

a=0.16m, b=0.14m, c=0.195m, d=0.270m, e=0.055m,

f=0.205m, g=0.130m, C_b=0.00001m, zz1=0.130m, zz3=0.280m

플랫폼이 $z=410\text{mm}$ 인 평면 상에서 x 축 방향으로 -10cm 에서 10cm 까지 등속 직선 운동을 할 경우, 각 링크에 작용하는 힘은 Fig. 4 와 같다 그리고 이때 발생하는 각 링크에 발생하는 오차성분 벡터를 이용하여 플랫폼의 위치 오차와 방위 오차를 계산할 수 있고, 그 결과는 Fig. 5 와 같다 이 운동을 하는 동안 링크 4 와 5 에서는 $x=0$ 에서 힘의 방향이 바뀌는 것으로 나타났다 이로 인해 x 축 방향 오차의 값이 크게 변화하는 것을 볼 수 있고, y 와 z 를 고정시키고 직선 운동을 하더라도, 실제로는 dy 와 dz 값이 구간에 따라 변화함을 볼 수 있다. 이것은 유니버설 조인트의 간극 오차가 매 순간 순간마다 각 링크에 작용하는 힘의 방향에 따라 변화하기 때문이다

4. 결론

본 연구는 일반적인 병렬기구와는 다소 다른 육면 병렬기구에서 유니버설 조인트에서의 간극 오차와 백래쉬 오차가 플랫폼이 직선 등속 운동을 할 경우 플랫폼의 위치와 방위 오차에 미치는 영향을 알아 보았다. 위치오차는 플랫폼에 설치된 유니버설 조인트의 간극 운동오차와 선형 구동기의 백래쉬 오차와 작용하는 힘에 의해 결정되며, 링크에 작용하는 힘의 방향은 오차의 크기 변화에 영향을 준다는 것을 알 수 있었다. 또한 이러한 오차 요소들이 주어졌을 경우 엔드 이펙터의 궤적에 따라 위치 오차와 방위 오차를 예측이 가능하다.

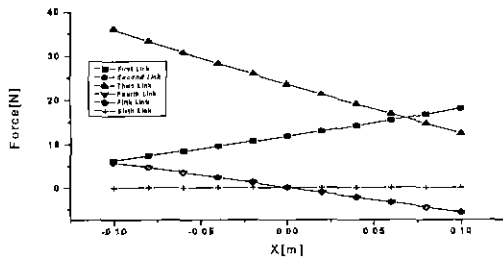


Fig. 4 Actuating Forces. ($\ddot{x} = 0 \text{ m/s}^2$)

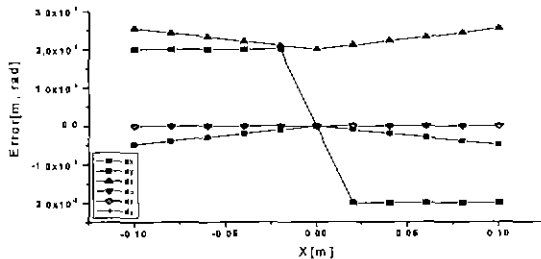


Fig. 5 Position Error and Orientation Error of the End Effector

후기

본 연구는 한국과학기술원 특정기초(과제번호:1999-1-304-003-3)에 의해 지원을 받아 이루어졌으며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다

참고문헌

1. O Masory, J. Wang, "On the Accuracy of a Stewart Platform - Part 1 The Effect of Manufacturing Tolerances," IEEE Conference on Robotics and Automation, Vol. 1, pp. 114-120, 1993
2. K. F. Ehmann, A. J. Patel, "Volumetric Error Analysis of a Stewart Platform-Based Machine Tool," Annals of the CIRP, Vol. 46, pp. 287-290, 1997
3. S. M. Wang, K. F. Ehmann, "Error Model and Accuracy Analysis of A Six-DOF Stewart Platform," Manufacturing Science and Engineering, Vol. 2, pp. 519-530, 1995.
4. S. Satori, G. X. Zhang, "Geometric Error Measurement and Compensation of Machines," Annals of the CIRP, Vol. 44, pp. 599-609, 1995.
5. T. Rooiponen and T. Arai, "Accuracy Analysis of a Modified Stewart Platform," IEEE Conference on Robotics and Automation, Vol. 1, pp. 521-525, 1995