

# NEURAL NETWORK을 이용한 병렬매니플레이터의 순기구학 해석

이제섭\*(충남대 대학원 기계설계공), 최병오(한국기계연구원), 조택동(충남대 기계설계공)

## Forward Kinematics Analysis of a Parallel Manipulator Using Neural Network

J. S. Lee(Mech. Design Eng. Dept., CNU), B. O. Choi(KIMM), T. D. Cho(Mech. Design Eng. Dept., CNU)

### ABSTRACT

In this paper, the kinematics of the new type of parallel manipulator is studied, and neural network is applied to solve the forward kinematics problem. The parallel manipulator, called a Stewart platform, has an easy and unique solution about the inverse kinematics. however the forward kinematics is difficult to get the solution because of the lack of an efficient algorithm due to its highly nonlinearity. This paper proposes the neural network scheme as an alternative Newton-Raphson method. The neural network is found to improve its accuracy by adjusting the offset of the result obtained.

**Key Words** : Parallel manipulator(병렬 매니플레이터), Forward kinematics(순기구학), Neural Network(신경망), Back-propagation(역전파), Offset(오차)

### 1. 서론

산업에서 쓰이는 로봇의 대다수는 기계 베이스로부터 공구까지가 직렬구조로 되어있어 넓은 작업 공간을 확보할 수 있고 단순하여 널리 사용되고 있다. 그러나, 관절과 링크가 반복적으로 연결되어 낮은 강성과 그로 인한 로봇플단에서 오차가 누적되어 나타난다. 또한 고강성을 위한 중량의 증가로 관성이 증가하여 이송속도에 문제가 발생한다.

스튜어트 플랫폼으로 대표되는 병렬 매니플레이터는 플랫폼과 베이스가 2개 이상의 직렬형 관절에 의해 병렬로 연결되는 폐회로를 형성하므로 각 액추에이터의 구동오차가 로봇플단에서 평균화된 개념으로 나타나 정밀도가 우수하며 외력이 복수개의 액추에이터에 분산되어 강성이 뛰어나 고속, 고하중이 요구되는 작업에 적합하다. 그러나, 병렬 매니플레이터는 움직이는 플랫폼의 위치로부터 조인트의 변위를 결정하는 역기구학은 쉽고 단일(unique)한 해가 존재하나 조인트의 변위나 다리(linkage)의 길이로써 움직이는 플랫폼의 변위를 결정하는 순기구학은 비선형 다변수 다항식으로 표현되어 역기구학보다 어렵고 닫힌 해(Closed-form solution)를 구

하기가 용이하지 않다. 그래서 순기구학의 해석은 일반적으로 수치해석적인 방법인 Newton-Raphson Iteration기법이 사용되나 초기값에 의존해 시간이 많이 소요되고 국소치에 수렴하거나 발산하게 된다. 이에 순기구학의 해석을 위해 역분의 센서를 이용하는 방법<sup>[1]</sup>, 확장 칼만 필터에 의한 순기구학 추정기에 의한 방법<sup>[2]</sup>, Newton Raphson Iteration기법의 초기치를 유전자 알고리즘으로 구하는 등<sup>[3]</sup> 여러 가지 방법이 제안되고 있다.

본 연구에서는 position구동은 병렬, orientation 구동은 직렬이 담당하는 복합 매니플레이터에 대해 병렬부의 기구학 해석을 수행하고<sup>[4]</sup> 얻어진 순기구학의 비선형 다변수 다항식에 대해 Neural Network을 적용하여 실시간으로 단일 해를 구하고 구해진 해를 역기구학과 feedback을 통해 offset를 구해 정밀도를 향상시키고자 한다.

### 2. 기구학 해석

그림 1은 병렬 매니플레이터의 형태를 간단하게 도식화한 것이다. 중앙축이 있는 병렬부에 대한 기구학은 구동 조인트와 중앙축 조인트, 그리고 작업 플단간의 관계에 대한 기구학 해석으로 나누어진다.

## 2.1 역기구학 해석

역기구학은 플랫폼의 위치로부터 직렬부인 중앙축의 조인트 ( $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ )를 해석적인 방법으로 구한 후 병렬부의 구동조인트 ( $\theta_{13}, \theta_{23}, \theta_{33}$ )를 구하면 역기구학은 마무리된다. 확장웍셋이 추가된 유니버설 조인트를 사용하였고 플랫폼의 위치와 중앙축의 좌표는 다음 식으로 표현된다.

$$(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = \text{inverse\_kin.}(T_{px}, T_{py}, T_{pz}) \quad (1)$$

$$\theta_1 = \tan^{-1}(T_{pz}, -T_{py}) \quad (2)$$

$$\theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{T_{pz}}{\cos \theta_1} - cp, T_{px}\right) \quad (3)$$

$$\theta_3 = \left(\frac{T_{pz}}{\cos \theta_1} - cp\right) / \cos \theta_2 \quad (4)$$

여기서  $T_p$ 는 작업 끝단의 좌표,  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 는 중앙축의 조인트 변위, 그리고  $cp$ 는 유니버설 조인트의 확장웍셋을 의미한다. 위 식은 중앙축과 작업 끝단 간의 관계에 대한 역기구학 식으로 구동 조인트와 중앙축간의 역기구학은 순기구학 식의 유도에서 함께 구해지며 구해진 중앙축의 조인트 변위와 순기구학 해석에서 유도된 식을 이용하면 역기구학은 쉽게 해결된다.

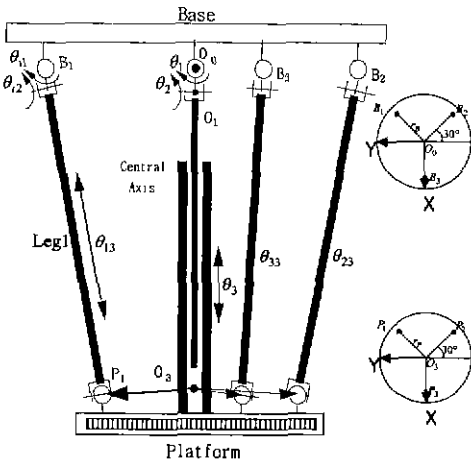


Fig. 1 3-DOF parallel manipulator

## 2.2 순기구학 해석

구동조인트 ( $\theta_{13}, \theta_{23}, \theta_{33}$ ) 변위로 작업 끝단의 좌표를 구하는 것으로 다음 순으로 해석된다.

$$(\theta_{13}, \theta_{23}, \theta_{33}) \xrightarrow{\text{step2}} (\theta_1, \theta_2, \theta_3) \xrightarrow{\text{step1}} (T_{px}, T_{py}, T_{pz})$$

### step 1

중앙축과 작업 끝단간은 직렬 구조이기에 해석

적으로 구한다. 작업 끝단을 중앙축의 조인트변수로 나타내면 다음과 같다.

$$\vec{T}_p = {}^0O_0O_3 + {}^0R_3\vec{P} \quad (5)$$

$${}^0O_0O_3 = \{\theta_3 \sin \theta_2, -\sin \theta_1 (cp + \theta_3 \cos \theta_2), \cos \theta_1 (cp + \theta_3 \cos \theta_2)\} \quad (6)$$

여기서  $\vec{P}$ 는  $\{O_3\}$ 좌표계에서 본 작업 끝단의 좌표이다.  ${}^0O_0O_3$ 는 식(6)과 같이 중앙축의 조인트 변수로 나타낼 수 있다.  ${}^0R_3$ 는 x축에  $\theta_1$ , y축에  $\theta_2$  회전하는 회전행렬이며 각 회전각은 Euler각이다.

### step 2

구동조인트로 중앙축의 조인트를 구하는 것으로 병렬기구의 페루프 관계에서 구동조인트  $\theta_{B_i}$ 를 포함하는 링크 트레인  ${}^0B_iP_i (i=1, 2, 3)$ 는 식(7)과 같이 표현되고  $i$ -link의 조인트 변수로 나타내면 식(8)과 같다.

$${}^0B_iP_i = {}^0O_0O_3 - {}^0O_0B_i + {}^0R_3 {}^3O_3P_i \quad (7)$$

$${}^0B_iP_i = \{\theta_{B_i} S\theta_{B_i}, -(cp + \theta_{B_i} C\theta_{B_i}) S\theta_{B_i}, C\theta_{B_i} (cp + \theta_{B_i} C\theta_{B_i})\} \quad (8)$$

여기서, 식(7)과 식(8)을 풀기 위해 다음과 같은 변수를 정의한다.

$$\begin{aligned} ss_i &= (cp + cb_i) S\theta_{B_i} & cc_i &= (cp + cb_i) C\theta_{B_i} \\ cb_i &= \theta_{B_i} C\theta_{B_i} & sb_i &= \theta_{B_i} S\theta_{B_i} \end{aligned} \quad (9)$$

정의한 변수들은 정의에 의해 식(10),(11)과 같은 관계를 가지며

$$(cp + cb_i)^2 = ss_i^2 + cc_i^2 \quad (10)$$

$$cc_i^2 + sb_i^2 = \theta_{B_i}^2 \quad (11)$$

식(7),(8),(9),(10),(11)에 의해 다음과 같은 순기구학을 표현하는 비선형 연립 다항식이 유도된다.

$$\begin{aligned} & cpr_p S\theta_2 + r_p \theta_3 S\theta_2 + 2cp\theta_3 C\theta_2 + r_p^2 + \theta_3^2 + 2cp^2 \\ & - \frac{3}{2} r_p r_B C\theta_1 + r_B^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} r_p r_B S\theta_1 S\theta_2 + \sqrt{3} cpr_B S\theta_1 \\ & + \sqrt{3} r_B \theta_3 S\theta_1 C\theta_2 - \frac{1}{2} r_p r_B C\theta_2 - cp \sqrt{4cpr_p S\theta_2 + 4r_p^2} \\ & \frac{+ 8cp\theta_3 C\theta_2 - 6r_p r_B C\theta_1 - r_p^2 C^2 \theta_2 + 4\theta_3 r_p S\theta_2 C\theta_2}{+ 3r_B^2 + 4cp^2 + 2r_p S\theta_1 S\theta_2 \sqrt{3} r_B + 4\sqrt{3} r_B \theta_3 S\theta_1 C\theta_2} \\ & + 4cp \sqrt{3} r_B S\theta_1 + 4\theta_3^2 C^2 \theta_2 - \theta_{13}^2 = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
& cpr_P S\theta_2 + r_B \theta_3 S\theta_2 + 2cp\theta_3 C\theta_2 + r_P^2 + \theta_3^2 + 2cp^2 \\
& - \frac{3}{2} r_{PrB} C\theta_1 + r_B^2 - \frac{1}{2} r_{PrB} C\theta_2 - \frac{\sqrt{3}}{2} r_{PrB} S\theta_1 S\theta_2 \\
& - \sqrt{3} r_B \theta_3 S\theta_1 C\theta_2 - \sqrt{3} cpr_B S\theta_1 - cp\sqrt{4r_P^2 + 4cp^2} \\
& \frac{4cpr_P S\theta_2 + 8cp\theta_3 C\theta_2 - 6r_{PrB} C\theta_1 - r_P^2 C^2\theta_2 + 3r_B^2}{+ 4r_P \theta_3 S\theta_2 C\theta_2 - 2\sqrt{3} r_{PrB} S\theta_1 S\theta_2 - 4\sqrt{3} r_B \theta_3 S\theta_1 C\theta_2} \\
& - 4\sqrt{3} cpr_B S\theta_1 + 4\theta_3^2 C^2\theta_2 - \theta_{23}^2 = 0 \quad (13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -2cpr_P S\theta_2 - 2r_{PrB} C\theta_2 - 2r_B \theta_3 S\theta_2 + 2cp\theta_3 S\theta_2 + r_P^2 \\
& + 2cp\theta_3 C\theta_2 + \theta_3^2 + 2cp^2 + r_B^2 - 2cp\sqrt{cp^2 + r_P^2} \\
& - 2cpr_P S\theta_2 + 2cp\theta_3 C\theta_2 - r_P^2 C^2\theta_2 - 2r_P \theta_3 S\theta_2 C\theta_2 \\
& + \theta_3^2 C^2\theta_2 - \theta_{33}^2 = 0 \quad (14)
\end{aligned}$$

식(12), (13), (14)은 구동 조인트 ( $\theta_{13}, \theta_{23}, \theta_{33}$ )와 중앙축 조인트 ( $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ )간의 순기구학 및 역기구학 연립 비선형 방정식이다. 위 식에서 중앙축 조인트 ( $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ )로 구동 조인트 ( $\theta_{13}, \theta_{23}, \theta_{33}$ )를 구하는 역기구학은 쉽게 해를 구할 수 있다. 그러나, 구동 조인트로 중앙축의 조인트를 구하는 순기구학은 3차 연립 비선형 방정식이 된다.

### 3. Neural Network을 이용한 순기구학 해석

병렬기구의 순기구학은 앞의 식과 같이 비선형 연립 방정식으로 표현이 되며 이는 주로 수치해석기법에 의존해 해를 구한다. 그러나 수치해석기법의 문제점으로 인해 여기서는 비선형 방정식에 N·N을 적용하여<sup>[5]</sup> 실시간으로 신뢰성 있는 유일한 해를 얻고 해의 정확도를 향상시키기 위해 훈련된 출력을 역기구학과 feedback을 통해 보다 정밀한 새로운 출력을 만드는 것을 제안하며 흐름도는 그림 2와 같다.

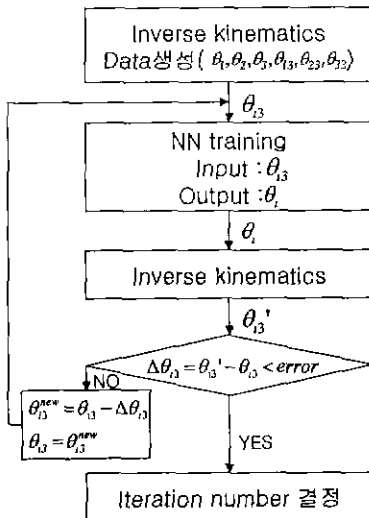


Fig 2. Flow chart

### 3.1 신경망의 구조

그림 3과 같이 입력층은 3개의 구동 조인트 변수  $\theta_{13}, \theta_{23}, \theta_{33}$ 로 이루어지며 출력층도 중앙축 조인트 변수  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 로 구성된다. 은닉층은 각각 1개와 2개로 나누어 최적의 구조를 찾으려 하였고 각 층의 활성화함수로는 시그모이드(sigmoid)함수를 사용하였다.

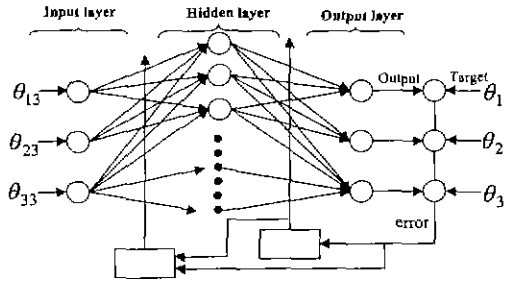


Fig. 3 The structure of the NN with BP

각 층은 세포(neuron)가 갖는 입력과 가중치 백터를 곱해서 더한 결과를 하나의 활성화함수에 적용하는 방식으로 계산되는 처리요소로 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned}
y &= f(net) \quad , \quad net = \sum_{i=1}^n x_i w_i + b_k \\
f(x) &= \frac{1}{1 + e^{(-\beta x)}} \quad (15)
\end{aligned}$$

여기서  $y$ 는 세포(neuron) 출력,  $f$ 는 활성화함수,  $b_k$ 는 임계값(bias),  $\beta$ 는 1이다.

### 3.2 훈련데이터 생성

병렬 기구의 작업공간을 고려하여 작업끝단의 좌표를 랜덤하게 생성하여 이를 역기구학을 통해 중앙축의 조인트 변수를 구한 후 구동 조인트 변수를 구하였다. 중앙축의 조인트변수 ( $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ )를 신경망의 출력, 구동 조인트변수 ( $\theta_{13}, \theta_{23}, \theta_{33}$ )를 신경망의 입력으로 하고 1000개의 훈련 패턴을 사용하였고 입력과 출력을 0~1 사이로 정규화(normalizing)하였다.

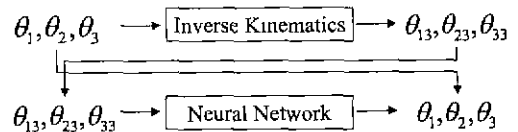


Fig. 4 Generation of training data

### 3.3 신경망의 학습

신경망의 학습은 원하는 출력을 얻기 위해 가중치들을 변화시키는 것이며 가장 일반적인 오차 역전파 알고리즘(back-propagation algorithm)을 사용하였다. BP는 다층 퍼셉트론에 관련된 가중치 및 입력값에 관한 해를 반복적으로 구하는 일반적인 방법임과 동시에 목적함수의 최소화를 위해 고안된 최적화 기법으로 목적함수는 다음과 같이 정의되는 오차 제곱합을 사용하였고 학습의 만족 조건으로는 오차 제곱합이 0.005로 하였다.

$$e = \sum \sum t - f^2 \quad (16)$$

여기서,  $t$ 는 목표 출력이고  $f$ 는 NN의 출력이다

BP학습의 성능을 향상시키기 위해 고정된 학습률에 모멘트 항을 추가하였고 다른 방법으론 학습의 정도에 따라 학습률을 자체적으로 변화시키는, 즉 적응성을 갖도록 가변적인 학습률을 사용하였다

### 3.4 학습결과

최적의 NN구조는 1개의 은닉층을 갖고 고정된 학습률에 모멘트 항을 추가한 구조로, 가변적인 학습률이 사용될 경우 학습이 잘 수행되지 못하면 학습률이 0이 되고, 2개의 은닉층을 사용하는 경우 진동현상이 일어났다.

Table 1 Structure of NN

Patterns num.	1000
Learning rate	0.7
momentum	0.8
Neuron num.	41
Hidden layer	1
Decision fun.	Sigmoid
Error	0.02106

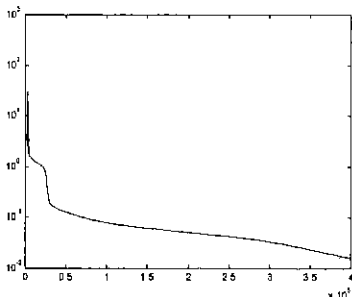


Fig. 5 Total error of NN output

### 4. 신경망의 개선

제한한 구조의 신경망은 오차가 원하는 수준에 도달하지 못하였다. 신경망이 direct mapping function이라고 가정하면 신경망 출력은 입력값의 offset를 알기 위해 되먹임(feedback) 할 수 있고 이 offset에 의해 입력값을 조절하여 NN출력을 원하는 수준으로 만들 수 있다. 그림 6과 같이 훈련된 신경망에 역기구학과 출력의 iteration으로 오차를 줄인다.

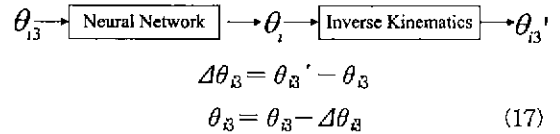


Fig. 6 Block diagram of improvement of NN

학습된 결과에 8번의 iteration을 수행한 결과, iteration횟수가 증가할수록 오차는 감소하고 계산시간은 Pentium 400MHz PC일 경우 대략 20ms였고 원하는 수준의 오차는 4번의 iteration으로 얻을 수 있었다. 랜덤하게 1000개의 시험 데이터를 생성하여 4번의 iteration을 수행한 결과는 그림 8과 같다.

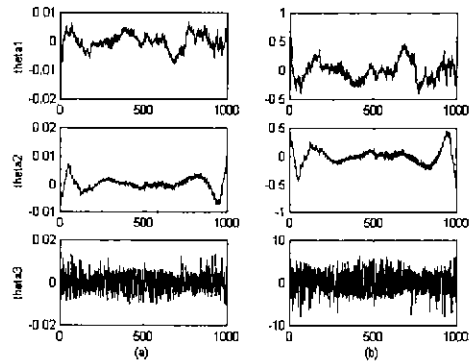


Fig. 7 NN output (a) normalizing (b) real scale

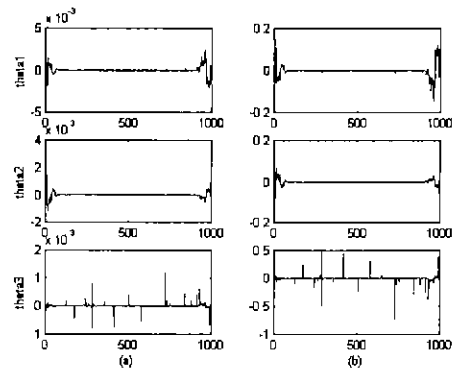


Fig. 8 Four iteration

## 5. 결론

중앙축이 추가된 병렬 매니플레이터에 대해 기구학 해석 및 순기구학 해석을 수행하였다. 비선형 연립 방정식의 순기구학 해를 구하기 위해 역전과 알고리즘의 신경망을 사용하였고 feedback과 역기구학으로 원하는 출력을 구하였다. 4번의 iteration은 시간 소모가 적어 실시간 적용이 가능하다. 결론적으로 신경망을 이용해 순기구학의 해를 구할 수 있고 offset을 찾아 허용오차를 만족시킬 수 있으며 만족하는 최적의 신경망 구조를 찾는 시간을 줄일 수 있다. 향후 과제로는 더 정확한 해를 구하기 위해 신경망의 구조를 찾아야 하며 Newton-Raphson기법의 초기치를 구하는데 신경망을 이용하는 것이다.

## 참고문헌

1. Ka C. Cheok, James L. Overholt, and Ronald R. Back, "Exact Method for Determining the Kinematics of a Stewart Platform Using Additional Displacement Sensors", 93 Journal of Robotics System, Vol. 10, number 5, pp. 689-707, 1993
2. 강지윤, 김동환, 이교일, "6자유도 운동재현기베드의 순기구학 추정기 설계", 한국정밀공학회 96년 춘계학술대회논문집, pp.483-487, 1996
3. 박민규, 이민철, 고석조, "유전 알고리즘을 이용한 6자유도 병렬형 매니플레이터의 순기구학 해석", KACC, Proceedings of the 12, pp.1624-1627, 1997
4. M. K. Lee, K. W. Park, B. O. Choi, "Kinematic and Dynamic Models of Hybrid Robot Manipulator for Propeller Grinding", Journal of Robotics Systems 16(3), pp.137-150, 1999
5. R. Boudreau, S. Darenfen, and C. Gosselin, "On the Computation of Direct Kinematics of Parallel Manipulators Using Polynomial Network", IEEE Transaction on System, Man, and Cybernetics, part A, Vol.28, No. 2, pp.213-220, 1998