

각 접촉 볼 베어링으로 지지된 회전 축 계의 동적 해석 및 실험

강규웅*, 강중옥(금오공대 대학원), 홍성욱(금오공대)

Dynamic analysis and experiment for shaft systems supported by angular contact ball bearings

Gyu-Woong Kang*, Joong-Ok Kang (Graduate School, KNUT), Seong-Wook Hong (KNUT)

ABSTRACT

This paper presents the dynamic analysis and experiment for a shaft system supported by angular contact ball bearings. Among others, the dynamic characteristics of bearings are significantly affected by axial preload and radial load applied. This paper rigorously analyzes the dynamic characteristics of a shaft system with angular contact ball bearings subject to axial preload so as to result in eigenvalues as well as bearing stiffness characteristics. Experiments are also performed to identify natural frequencies and stiffness characteristics of bearings implemented. Comparison is made on the theoretical and experimental results.

Key Words : Angular Contact Ball Bearing (각 접촉 볼 베어링), Spindle (스핀들), Finite Element Method (유한 요소법), Axial Load (축 방향 하중)

1. 서론

각 접촉 볼베어링은 원리적으로 반경 방향과 축 방향 하중을 모두 지지할 수 있으므로 이와 같은 하중 조건이 문제가 되는 공작기계의 스피들 등에 많이 사용되고 있다. 각 접촉 볼 베어링은 설치 방법이나 설치된 상태에 따라 동특성이 크게 달라지는 것으로 알려져 있다. 즉, 축 방향 예압, 회전 속도, 외부 하중, 온도 등과 같은 여러 요소들에 의해 영향을 받는다. 특히, 베어링에 어느 정도의 예압을 가하여 사용하는 것이 일반적이다. 그러나 예압량의 선택은 그 기준이 명확하지도 않으며 시스템에 따라 달라질 수밖에 없다. 한편, 많은 연구에서 유한 요소법을 사용하여 스피들 베어링계의 동적 해석 시도하였지만, 대체로 베어링의 특성이 주어 진 경우이거나 모든 특성이 미리 알려져 있는 것으로 가정하여 동특성을 해석하여 수행하여왔다 [1-3]. 그러나 최근에는 축-베어링계의 복합적인 양상을 고려한 일반적인 해법이 제안되고 있다[4]. 본 연구에서는 참고문헌[4]에서 얻어진 모델을 바탕으

로 축-베어링에 가해지는 예압의 변화에 따른 베어링 강성과 동특성 변화를 시뮬레이션을 분석하였다. 또한 실제 시스템에서 실험을 통해 고유진동수와 베어링 강성 계수값을 구하였으며 그 결과를 계산결과와 비교하였다. 실험을 통해 제안된 이론 해석 결과가 실제의 경우에 잘 적용될 수 있음을 확인하였다.

2. 이론적 배경

2.1 모델링

본 논문에서 [4]에서 얻어진 베어링모델과 [5]에서 제안된 회전 축 유한 요소 모델을 모델링에 적용하였다. Fig. 1은 각 접촉 볼베어링(angular contact ball bearing)의 특성에 대한 개념적인 모델을 보여 주고 있다. 베어링의 강성 행렬을 계산하는 과정은 참고문헌[4]에 잘 정리되어있다. 볼베어링의 강성 행렬은 다음 식으로부터 얻어 질 수 있다.

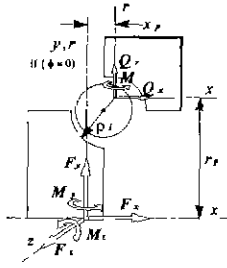


Figure 1 Schematic diagram of angular contact ball bearing

$$K^b = \left[\frac{\partial \{F\}}{\partial \{\delta\}} \right]^T = - \sum_{j=1}^n [R\phi]_j^T \frac{\partial \{Q_j\}}{\partial \{u\}} [R\phi]_j \quad (1)$$

여기서 n 은 볼의 수이며 베어링 홈(groove) 중심의 변위 벡터와 내륜의 변위 벡터는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\{u\} = [u_r, u_x, \theta]^T,$$

$$\{\delta\} = [\delta_y, \delta_z, \delta_x, \gamma_y, \gamma_z]^T = [R\phi]^T \{u\}$$

그리고 각각에 대응하는 하중벡터는 아래와 같다.

$$\{Q\} = [Q_r, Q_x, M]^T,$$

$$\{F\} = [F_y, F_z, F_x, M_y, M_z]^T = [R\phi]^T \{Q\}$$

구부 좌표계에서 전역 좌표계로의 변환 행렬은 다음과 같다.

$$[R\phi] = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 & -x_p \sin \phi & x_p \cos \phi \\ 0 & 0 & 1 & r_p \sin \phi & -r_p \cos \phi \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$

축 방향에 관련된 강성계수를 무시하면 각 접촉 볼 베어링은 다음과 같이 10개의 스프링요소로 모델링 될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} k_{yy}^b & k_{y\theta_y}^b & k_{y\theta_z}^b & k_{y\theta_y}^b \\ k_{y\theta_y}^b & k_{\theta_y\theta_y}^b & k_{\theta_y\theta_z}^b & k_{\theta_y\theta_y}^b \\ k_{y\theta_z}^b & k_{\theta_y\theta_z}^b & k_{\theta_z\theta_z}^b & k_{\theta_z\theta_y}^b \\ k_{y\theta_y}^b & k_{\theta_z\theta_y}^b & k_{\theta_z\theta_z}^b & k_{\theta_z\theta_y}^b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y^b \\ z^b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_y^b \\ f_z^b \end{Bmatrix} \quad (2)$$

여기서 첨자 b 는 베어링을 나타내며, k_{ij}^b 는 j 방

향으로의 운동으로 인해 발생하는 i 방향의 강성을 나타낸다. y^b, z^b 는 변위와 각변위를 포함한 2 차원 베어링 변위 벡터이다. f_y^b 와 f_z^b 는 각각 XY와 XZ 평면에 관계되는 2차원 베어링 가진력 벡터이다.

참고문헌[5]의 유한 요소 행렬을 대상 회전 축계에 적용하여 축을 모델링하고 앞에서 기술한 과정을 이용하여 구해진 베어링 강성계수를 이용하면 일반적인 회전 축-베어링 계의 유한 요소 운동 방정식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$M_o \ddot{q} + (C_o + \Omega G_o) \dot{q} + (K_o + K_b) q = f \quad (3)$$

여기서 전역 좌표 벡터 q 와 하중 벡터 f 는 다음과 같이 표현된다.

$$q = \begin{Bmatrix} y \\ z \end{Bmatrix}, \quad f = \begin{Bmatrix} f_y \\ f_z \end{Bmatrix}$$

2.2 고유치 문제

식 (3)을 상태 방정식의 형태로 다시 쓰면

$$A\dot{Q} + BQ = F \quad (4)$$

여기서

$$A = \begin{bmatrix} 0 & M_o \\ M_o & C_o + \Omega G_o \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -M_o & 0 \\ 0 & K_o + K_b \end{bmatrix}$$

식 (4)에 대한 고유치 문제와 그 수반문제(adjoint problem)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{\lambda_i A + B\} R_i = 0 \quad (5)$$

$$\{\lambda_i A^T + B^T\} L_i = 0 \quad (6)$$

여기서 λ_i, R_i, L_i 는 각각 i 번째 고유치와 그에 대응하는 우측, 좌측 고유벡터이다.

2.3 베어링 강성 계수 규명[6]

본 연구에서는 베어링 강성 계수를 규명하기 위해 결합된 상태에서의 규명 방법으로 활용되고 있는 모드 매개 변수를 이용한 직접 규명 방법을 적용하였다. 이 방법은 실험을 통해 모드 벡터를 구

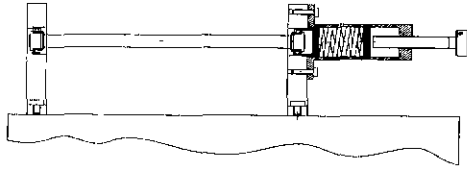


Figure 2 Experimental system with axial load setting device

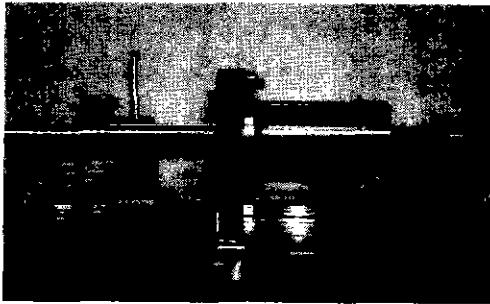


Figure 3 Photo: axial load setting device

하고 시스템에 모델로부터 측정 좌표만으로 표현되는 압축된 모델을 구하여 미지 변수와 측정된 모드 벡터 간의 관계를 도출하여 미지 변수를 규명하는 방법이다.

본 연구에서는 매개 변수 직접 규명법에 있어서 모델 압축 과정에서 발생할 수 있는 오차의 영향을 없앨 수 있는 방안[6]을 이용하여 결합부의 동적 특성을 규명하였다. 즉, 매개 변수 규명에 필요하나 측정이 불가능한 응답을 간접적으로 계산하는 방법을 도입하여 근사화에 따른 오차를 최소화함으로써 그 신뢰도를 높였다.

3. 시스템 해석 및 실험

베어링의 동특성은 축 방향예압의 적용에 의해 크게 변화하는 것으로 파악되고 있다. 그러나 예압에 의한 동특성의 변화를 미리 예측하는 것은 쉽지 않다. 본 절에서는 Fig. 2와 같은 단순 회전 축-베어링 계에 대해 앞 절에서 기술한 유한 요소 모델을 이용한 계산과 실험을 통해 얻은 값을 비교하여 축-베어링 모델의 적합성을 검증하고자 한다. Table 1에는 대상 시스템에 사용된 베어링에 관한 세부 사항을 정리하였다. 회전 축은 길이가 80cm, 직경이 2.5cm로서 양쪽 각각 1개씩의 베어링으로 지지되어있으며, 오른쪽 하우징에는 Fig. 3과 같이 외륜에 예압을 가할 수 있는 장치를 장착하였다.

Table 1 Specification of the bearing

Property	Data
Young's modulus	210 GPa
Density	7800 kg/m ³
Poisson ratio	0.3
Bearing type	7006C

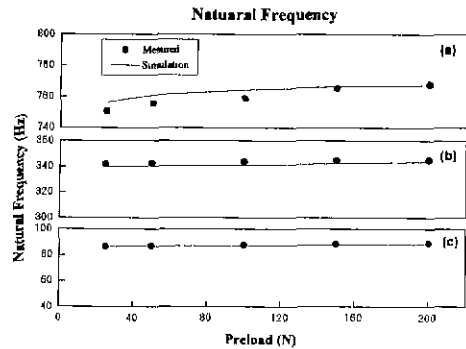


Figure 4 Comparison of first three natural frequencies from theory and experiment: (a) First, (b) Second, (c) Third

시뮬레이션과 실험에서 모두 축 방향 예압을 변화시키면서 고유 진동수의 변화를 관찰하였다. 실제적으로 축의 자중을 고려하여 베어링위치에 15N의 반경 방향 하중이 동시에 가해지는 것으로 가정하였다. 하중 조건을 변화시켜가면서 시뮬레이션과 실험을 통해 얻은 고유진동수를 Fig. 4에서 비교하였다. 실험과 이론에 의해 얻어지는 고유진동수의 차이가 200N 하중 조건에서의 3차 모드를 제외하고는 1%미만이었다. 또한 Fig. 5는 100N의 예압이 가해질 때 실험을 통해 얻은 고유모드의 형상과 시뮬레이션을 통해 얻은 3번째까지의 고유모드의 형상을 보여주고 있는데 두 결과가 서로 잘 일치함을 보여주고 있다. 한편 앞 절에서 제안된 베어링 강성 계수 규명 방법을 이용하여 예압이 가해질 때의 베어링 강성 계수를 실험적으로 결정하였다. 베어링 강성 계수의 규명에는 감도가 가장 우수한 3차 모드를 주로 활용하였으며 수평 수직 방향 진동의 복합적인 효과를 고려하여 수평과 수직 가진 및 측정을 모두 실시하여 얻었다. 1,2차 모드에 의해 베어링 특성을 규명한 경우에는 강성계수가 전체적으로 낮게 평가되는 특성을 보였으며 측정 오차에 매우 민감한 것으로 파악되었다. Table 2에서는 모델

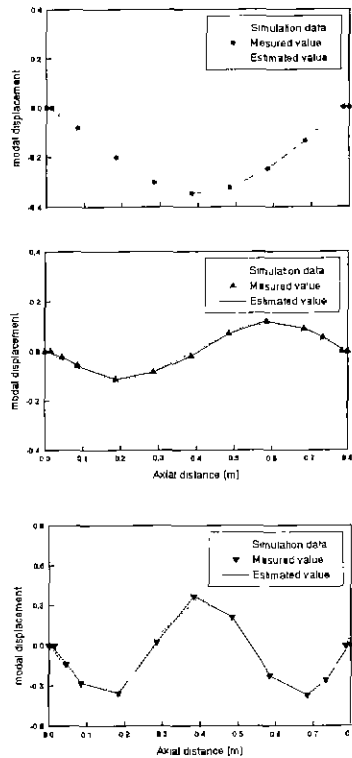


Figure 5 Mode shapes from the FEM and experiment
(a) First (b) Second (c) Third

Table 2 Comparison of the bearing stiffnesses from the simulation and experiment

Axial Force (N)	Bearing Number	Simulation (N/M)		
		K _{yy}	K _{yz}	K _{zz}
25	1	0.63603E8	-1.3406E-05	0.64076E8
	2	0.63556E8	-1.8119E-05	0.64060E8
100	1	1.0005E8	-2.7940E-08	1.0009E8
	2	1.0004E8	-1.8626E-08	1.0009E8
200	1	1.2304E8	-3.5390E-07	1.2306E8
	2	1.2304E8	-6.6124E-07	1.2306E8
Axial Force (N)	Bearing Number	Experiment (N/M)		
		K _{yy}	K _{yz}	K _{zz}
25	1	0.781157E8	0.2382E8	0.573492E8
	2	0.723205E8	-0.5634E8	0.433769E8
100	1	1.011982E8	-0.882996E8	0.816853E8
	2	0.918272E8	0.196962E7	0.849700E8
200	1	0.849457E8	-0.894218E8	1.333346E8
	2	1.184956E8	-1.132685E8	1.147253E8

로부터 얻은 베어링의 강성과 측정된 고유벡터를 이용하여 구한 베어링 강성을 비교하고 있다. 두 베어링 모두에서 직접 성분 (K_{yy}, K_{zz})이 비교적 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 그러나 커플링 계수 (K_{yz})는 이론적으로는 거의 없으나 실험적으로는 비교적 큰 계수가 얻어지고 있다. 이는 커플링 강성 계수가 측정될 상태 등에 크게 의존하기 때문인 것으로 풀이된다.

4. 결론

본 연구에서는 회전 축-베어링 계에서 예압의 적용에 의해 변화하는 동특성을 해석하여 베어링 강성 계수 및 고유진동수를 계산하였으며 실험을 통해 그 적합성을 확인하였다. 제안된 모델로부터 얻어지는 베어링의 강성 계수 및 시스템의 고유진동수, 고유모드 등이 실제의 값과 잘 일치하므로 제안된 모델을 실제적인 시스템에서의 베어링의 특성 예측 및 시스템 동특성 분석에 활용할 수 있을 것으로 기대된다.

참고문헌

- [1] Reddy, W.R. and Sharan, A.M., 1987, The finite element modeled design of lathe spindles: the static and dynamic analyses, *Trans. ASME, Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, Vol.109, pp.417-415.
- [2] Al-Shareef, K.J.H. and Brandon, J.A., 1990, On the effects of the variations in the design parameters on the dynamic performance of machine tools spindle bearing systems, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol.30, No.3, pp.432-445.
- [3] Wang, W.R. and Chang, C.N., 1994, Dynamic analysis and design of a machine tool spindle bearing system, *Trans. ASME, Journal of Vibration and Acoustics*, Vol.116, pp.280-285.
- [4] Jorgensen, B.R., 1997, Dynamic analysis of spindle bearing systems, *Ph.D Thesis, Purdue University, USA*.
- [5] Lee, C.W. and Hong, S.W., 1990, Asynchronous harmonic response analysis of rotor-bearing systems, *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol.5, No.2, pp.51-65.
- [6] Shamane, D.M., Hong, S.W., and Shin, Y.C., 2000, An in-situ modal based method for structural dynamic joint parameter identification, *Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 214, No.5, 641-653.