

## 치수공차표의 자동생성 알고리즘

정종인\*, 김광수, 최후곤

성균관대학교 시스템경영공학부

## An Algorithm for Automatic Generation of a Dimension and Tolerance Chart

J. I. Jung\*, K. S. Kim, H. G. Choi

School of Systems Management Engineering, Sung Kyun Kwan University

### ABSTRACT

A dimensioning system in a manufacturing process is often complex, especially when a lot of operations are involved in the process. Determination of operational dimensions and tolerances becomes even more complicated if there exist inconsistencies between operational and design references. Dimension and tolerance charts have traditionally been used to establish the relationships among operational dimensions in machining. This chart furnishes a record of the relationships in an easy-to-grasp form, proves that sufficient stock for a cut is available even under adverse conditions, and also proves that separate operations, when taken together, will harmonize as desired. In this paper, various existing roles of the chart have been extended to an operational routing sheet by generating it automatically, providing machining conditions, and verifying operational tolerances.

Keywords: operational dimensions, dimension and tolerance chart

### 1. 서론

공정설계자는 설계 도면을 만족하는 가공치수와 공차 정보를 치수/공차표로 만들어 제조담당자에게 제공함으로써 제품의 가공을 가능하게 한다. 공차표는 각 공정에 대한 공차의 결과를 표현하는 수단이 된다. 이러한 공차표의 필수 요소들은 가공공차(deviation), 가공치수(working dimension), 가공여유(allowance), 가공여유 공차(variation of allowance)등이 있다. 가공여유 공차를 계산하기 위한 방법은 크게 두 가지 분류로 나누어진다[7]. 첫번째는 치수체인(dimension chain)으로서 Wade[9]에 의해 추적 방법론(method of traces)이 체계화되었다. 이 방법은 공차표를 만드는데 작게는 1-4시간 많게는 1-2일 소요되며 계산이 복잡하다[7]. 두 번째로는 이러한 공차표의 자동생성을 위하여 치수트리(dimension tree)를 구조를 이용하는 것이다. Tang과 Davies[11]는 치수체인을 행렬-트리법

(matrix-tree technique)으로 표현하였다. 하지만 전체적인 과정이 매우 복잡하였으며 자동생성 프로그램화하지 못하였다. Irani, et al.[10]은 그래프 이론 기법을 이용하여 표현하였으며 각 면을 숫자로 표시하고 공정은 화살표로 나타내었다. 면에 대하여 절삭횟수에 상관없이 같은 숫자로 표현하였기 때문에 트리는 주기를 가지게 된다. Whyberw, et al.[8]은 뿌리-트리 기법(root tree technique)으로 표현하였다. Irani, et al.의 연구와 다른 점은 각 면에 대하여 절삭횟수를 고려하여 면의 숫자를 부여하기 때문에 주기를 가지지 않는다. 하지만 모든 고리는 최상위 단위까지 조사를 하여야 한다. Ping[3][4]는 치수트리를 세가지로 분류하고 여기에는 도면 치수트리, 가공치수트리, 가공여유트리로 나타내었다.

공차표의 검증 단계는 두가지 과정이 있다. 첫 번째는 최종 공차에 대한 검증이며 두 번째는 각 공정의 가공여유에 대한 검증이다. Li와 Zhang[6]은 도면공차와 가공여유의 검증에 대하여 설명하였다. 그러나 이 방법은 가공공차 들을 수정하

여도 다시 문제가 발생하면 결국 사용자가 수정하게 하기 때문에 완전히 자동 생성된 알고리즘이라고 볼 수 없으며 또한 경험에 의존하기 때문에 공차의 정확성에 문제가 있다. Britton과 Whybrew[7]는 최종공차의 검증에 대해서는 도면 설계자가 요구하는 도면 공차에 대해서 최종가공이 이루어지는 경우에 대해서만 고려하고 있으며, 가공여유 공차의 절대값이 가공여유보다 큰 경우에 대해서는 가공여유를 가공여유 공차 만큼 증가시킨다. 가공여유의 수정에 대한 문제는 각 공정이 가공할 수 있는 최대 가공여유를 고려하지 않고 수정하기 때문에 문제가 따른다. Wang[2]은 가공여유공차의 절대값이 가공여유보다 큰 경우에 대해서 수정방법을 가공여유의 증가, 구성연결과 관련된 공차의 수정, 가공 순서 변경의 세가지로 나누어 설명하고 있다.

본 연구에서는 치수/공차표의 가공치수와 공차, 가공여유, 가공여유 공차가 결정되고 난 후, 공차표의 값을 검증해주는 알고리즘을 개발하고 있다. 기존의 연구들은 검증을 위한 알고리즘이 크게 중시되지 않아 정확하지 않은 값이 계산되어 사용자가 다시 수정해야하는 불편함이 있었다. 이러한 불편함을 해소하고 기존 치수/공차표에서는 부족한 가공정보를 보여준다.

## 2. 치수/공차표 시스템

치수/공차표 시스템은 2차원 도면의 치수정보와 공차정보, 표면조도, 외경 등의 정보와 공정별 공차정보(IT), 가공여유정보, 공차에 대한 표면조도 정보를 필요로 한다. 공정 설계자는 도면정보를 이용하여 각 공정과 공정별 가공 시작면(locating surface), 절삭면(machined surface), 내부가공(internal), 외부가공(external)을 결정한다. 아울러 트리 기법을 이용하여 가공여유 공차와 최종공차의 구성연결(component link)를 결정한다. 검증은 최종공차가 도면공차를 위반하는 경우와 각 공정의 가공여유 하한 공차의 절대값이 가공여유보다 큰 경우, 가공여유 상한과 가공공차의 절대값의 합이 가공여유보다 큰 경우에 대하여 수정한다. 가공여유가 결정이 되면 각 공정의 가공치수를 결정하고 치수/공차표에 작업지시서 기능인 절삭속도(cutting speed), 이송속도(feed), 표면조도(surface finish), 기준면(reference)등을 추가한 작업지시서(operational routing sheet)를 만든다.

위 순서의 흐름도는 Fig. 1과 같다.

## 2.1 가공여유 할당

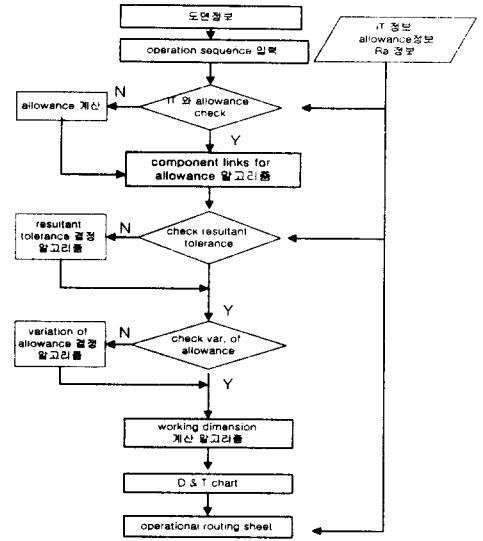


Fig. 1. Flow chart for generating a dimension and tolerance chart

가공여유는 Wang[2]이 제시한 가공방법을 가공여유 할당표에 의해 할당되며 해당 가공에 대하여 가공 여유가 표에 존재하지 않을 때에는 재질의 경도와 표면조도에 의하여 결정되는 식(1)을 이용한다[1].

$$d_f = \frac{32R_a}{BHN0.8} \quad (1)$$

$d_f$  : 절삭깊이(=가공여유)

$R_a$  : 표면조도

$BHN$ (Brinell hardness) : 재질의경도

## 2.2 치수/공차표의 트리기법

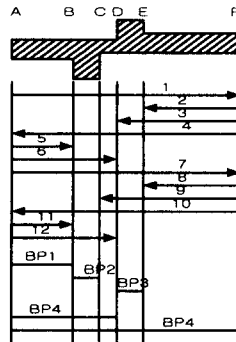


Fig. 2. 치수/공차표 가공예제

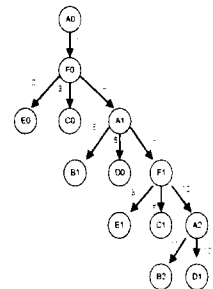


Fig. 3. 가공 트리

Fig. 2의 가공의 트리구조는 Fig. 3과 같다.  
 Fig. 3의 가공트리로부터 가공여유 공차의 구성 연결을 구하기 위한 알고리즘은 다음과 같다.

- Step 1) 가공트리에서 공정가지를 순차적으로 선택한다. (선택된 가공번호는 감소 구성연결(decreasing link)이 된다.)
- Step 2) 선택된 공정가지와 연결된 자식노드(절삭면)가 최초가공이면 구성연결이 존재하지 않으므로 종료한다.
- Step 3) 1. 최초가공이 아니면 선택된 공정가지와 연결된, 부모노드(절삭면)의 자식노드 중에서 직전 가공면을 찾는다. (선택된 가공은 증가 구성연결(increasing link)이 된다.)  
 2. 1에서 직전 가공면이 없으면 선택된 공정가지와 연결된, 부모노드의 상위노드로 이동한다.(선택된 가공번호는 감소 구성연결(decreasing link)이 된다.)
- Step 4) Step 3의 1,2를 Step 1에 의해 반복하여 선택된 공정의 하위 단계의 직전가공면을 찾은 후의 가공번호 저장한다.
- Step 5) 트리의 최하위 단계가 이면 가공 구성연결 개수를 저장하고 그렇지 않으면 Step 1로 이동한다.
- Step 6) 가공 순서별 가공 개수를 조사한다.  
 1. 만약 개수가 2개이고 가공이 외부가공 일 경우는 선 가공이 증가 구성 연결이며 후 가공이 감소 구성 연결이 된다.  
 2. 만약 개수가 두 개이고 가공이 내부가공 일 경우는 후 가공이 증가 구성 연결이며 선 가공이 감소 연결이 된다.  
 3. 세 개 이상이면 증가 구성연결과 감소 구성연결은 가공방향에 의해 결정된다.  
 3-1 만약 모두 한 방향 가공이면 처음 찾은 구성연결의 증가 구성연결과 감소 구성연결은 그대로 이다.  
 3-2 만약 모두 한 방향가공이 아니면 Table 1을 따른다.

Table 1. 구성 연결 부호 결정표

	가공시작면	절삭면	구성연결	
			증가구성연결	감소구성연결
외부	왼쪽	오른쪽	증가구성연결	감소구성연결
가공		왼쪽	감소구성연결	증가구성연결
내부	외부가공이		증가 구성연결이면	감소 구성연결
가공	외부가공이		감소 구성연결이면	증가 구성연결

위의 알고리즘을 이용하여 8번 가공의 구성연결을 구하면 다음과 같다.(E1 -> E0)

순서1 : (-)8(-)7(-)4(+2)

순서2 : (-)(-8(+)(-))7(-)(-)4(-)(+2)

=>8,4/7,2 로서 8, 4번 공정은 증가 구성연결이며 7, 2번 공정은 감소 구성연결이다.

### 2.3. 검증

#### 2.3.1 가공공차와 도면 공차 검증

최종공차(resultant tolerance)의 검증을 위하여 먼저 최종공차의 구성 연결공차를 결정하여야 한다. 앞에서 설명한 트리기법을 이용한 증가 구성연결과 감소 구성연결을 구하면 결과는 Table 2와 같다.

Table 2. 도면 치수와 공차

	치수	공차	구성 연결(증가/감소)
BP1	10	+0.1	11
BP2	8	-0.3	9/10,11
BP3	6	-0.3	8/10,12
BP4	20	-0.05	12
BP5	50	-0.1	10

Table 2에 대해서 구성연결이 단일 구성인 경우는 가공 공차값을 도면 공차와 같게 한다. 예를 들면 11번 가공의 경우 가공공차의 상한은 +0.1 이고 하한은 0 이다. 그리고 BP2와 BP3에 대해서 공차를 구하면 아래와 같다.

BP2

상한 :  $0 - (-0.1 + 0) = + 0.1$

하한 :  $-0.2 - (0 + 0.1) = -0.3$

BP3

상한 :  $0 - (-0.05 + -0.1) = + 0.15$

하한 :  $-0.2 - (0 + 0) = -0.2$

BP2와 BP3에서 가공공차의 상한, 하한이 도면 공차에 위배하는 경우가 생긴다. 위의 경우를 해결하기 위하여 LP 모델링을 개발하였다. 목적함수는 공차를 가능한 크게 주어 가공비용을 절감하도록 공차를 느슨하게 하고자 한다.

Max  $\sum Ti$  (2)

s.t

$Ti = Tui - Thi$

$BPij \leq \sum Tli - \sum Tui < \sum Tui - \sum Thi \leq BPuj$

$Ti Min \leq Thi < Tui \leq Ti Max$

$$\forall T_i \geq 0$$

$T_i$ : 위배된 도면공차의 연결공차

(예:도면공차 BP2에 대해서는  $i = 10, 9, 11$ )

$BP_{uj}$ : 위배된 도면공차들의 상한경계값(upper bound)

$$(j = 2, 3)$$

$BP_{lj}$ : 위배된 도면공차들의 하한경계값(lower bound)

$T_i \text{ Max}$ :  $T_i$ 의 상한경계값(upper bound)

$T_i \text{ Min}$ :  $T_i$ 의 하한경계값(lower bound)

$T_{ui}$ :  $T_i$ 의 상한값(upper value)

$T_{li}$ :  $T_i$ 의 하한값(lower value)

식 (2)을 이용하여  $T_8$ 과  $T_9$ 를 구하면 아래와 같다.

$$T_8 \text{은 상한} = 0.1 \text{ 하한} = -0.2$$

$$T_9 \text{은 상한} = 0.15, \text{ 하한} = -0.3$$

이 되며 BP2의 상, 하한은

$$\text{상한: } -0.1 - (-0.1 + 0) = 0$$

$$\text{하한: } -0.2 - (0 + 0.1) = -0.3 \text{ 이 된다.}$$

Table 3. 치수/공차표의 구성 예

가공 번호	가공 공차	가공 여유	가공 여유 공차	구성연결 (증가/감소)
1	-0.7	Solid		
2	-0.52	Solid		
3	-0.57	Solid		
4	-0.7	2.5	+0.7 -0.7	1/4
5	+0.35	Solid		
6	-0.46	Solid		
7	-0.18	0.7	+0.18 -0.7	4/7
8	-0.1 -0.3	0.5	+0.6 -0.9	4.8/2.7
9	-0.1 -0.15	0.6	+0.6 -0.9	4.9/3.7
10	-0.1	0.6	+0.1 -0.18	7/10
11	+0.1	0.4	+0.2 -0.53	7.11/5.10
12	-0.05	0.6	+0.56 -0.23	7.12/6.10

Table 3에서 solid는 원자재로부터 가공을 시작한다는 것을 의미한다. 그리고 8번, 9번, 11번가공에서 가공여유공차가 가공여유보다 큰 경우가 발생하였다. 이 경우에 가공여유 공차와 관계된 가공공차를 수정하기 위하여 위배된 공정과 공정의 구성연결 공차의 관계를 이용하여 LP 모델링을 한다.

$$\text{Max } \sum T_i \quad (3)$$

s.t

$$|\sum T_i(\text{하한})| \leq \text{가공여유}$$

$$\sum T_i(\text{상한}) \leq \text{가공여유} + |\text{가공공차}|$$

$$T_i \text{ Min} \leq T_i \leq T_i \text{ Max}$$

$T_i \text{ Max}$ :  $T_i$ 의 상한경계값(upper bound)

$T_i \text{ Mix}$ :  $T_i$ 의 하한경계값(lower bound)

$T_i$ : 위배된 가공여유공차의 연결공차

위배된 가공여유 공차가 상한인 경우의  $T_i$  값은 해당가공이 외부가공이면 증가구성연결이 되고, 내부가공이면 감소구성 연결이 된다. 그리고 해당가공이 하한인 경우의  $T_i$  값은 외부가공이면 감소구성연결이 되고, 내부가공이면 증가구성 연결이 된다.

예를 들면 가공번호 9는 가공여유 공차 하한이 위배이므로  $T_i$ 는 감소 구성연결 3, 7이 된다.

식(3)에 의하여 위배된 가공공차를 구하면 다음과 같다.

$$T_2 = -0.4, T_3 = -0.4, T_4 = -0.3, T_7 = -0.1$$

Table 4와 같이 가공여유 공차의 수정을 통하여 구성 연결과 관련된 다른 공정의 가공여유 공차도 작아진다.

Table 4. 수정된 치수/공차표 구성의 예

가공 번호	가공 공차	가공 여유	가공 여유 공차	구성연결 (증가/감소)
1	-0.7	Solid		
2	-0.4	Solid		
3	-0.5	Solid		
4	-0.3	2.5	+0.3 -0.7	1/4
5	+0.3	Solid		
6	-0.46	Solid		
7	-0.1	0.7	+0.1 -0.3	4/7
8	-0.1 -0.2	0.5	+0.5 -0.5	4.8/2.7
9	-0.1 -0.15	0.6	+0.6 -0.6	4.9/3.7
10	-0.1	0.6	+0.1 -0.1	7/10
11	+0.1	0.4	+0.2 -0.4	7.11/5.10
12	-0.05	0.6	+0.56 -0.15	7.12/6.10

## 2.4 가공치수 할당

가공치수의 할당을 위해서는 각 공정의 도면

치수가 필요하다. 그리고 도면의 치수를 결정하기 위하여 도면 정보를 이용하여 최초 왼쪽면으로부터 오른쪽 끝 면까지의 치수를 구한다[5].

AB = 10.0, AC = 18.0, AD = 20.0, AE = 26.0  
AF = 50.0

각 공정별 가공치수를 구하는 방법은

$$\text{가공치수} = \text{도면치수} + \sum \text{Allowances} \quad (4)$$

Allowances : 가공여유( = 외부가공: '+', 내부가공: '-' )

위의 방법으로 가공치수를 모두 할당한다. 그리고 작업지시서의 요소인 절삭속도, 이송속도, 기준면, 표면조도가 모두 포함된 치수/공차표는 Fig. 4와 같다.

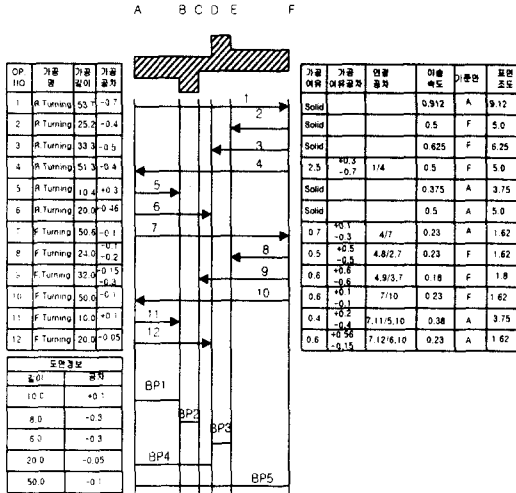


Fig. 4. 최종 치수/공차표(작업지시서) 구성 예

### 3. 결론 및 고찰

본 논문은 치수/공차표의 자동생성을 위하여 가공공정을 치수 트리구조로 표현하여 가공여유 공차를 구하고 치수/공차표에서 도면공차와 가공여유공차의 검증에서 공정 설계자의 수정 없이 LP 모델링을 이용하여 합리적으로 자동 수정이 가능하게 하였다. 또한 치수/공차표에 작업지시서 요소를 첨가하여 현장 작업자의 작업을 더욱 쉽게 하였다.

### 참고문헌

[1] G. Halevi and R. D. Weill *Principles of*

*Process Planning*, Chap. 8, Chapman & Hall, 1995.

[2] H. P. Wang and J. K. Li, *Computer-Aided Process Planning*, Chap. 5, Elsevier, 1991.

[3] J. Ping, Y. H. Fuh and R. S. Ahluwalia, "A Digraphic Approach for Dimensional Chain Identification in Design and Manufacturing", *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 118, pp 539-544, 1996.

[4] J. Ping, "A Tree Approach for Tolerancing Charting", *International Journal of Production Research*, Vol. 31, No. 5, pp 1023-1033, 1993.

[5] J. Ping, "Determining Dimensions for Process Planning : A Backward Derivation Approach", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 12, pp 52-58, 1996 .

[6] J. K. Li, C. Zhang, "Operational Dimensions and Tolerances Calculation in CAPP Systems for Precision Manufacturing", *Annals of the CIRP*, Vol. 3, pp 403-406, 1989.

[7] K. Whybrew and G. A. Britton, *Advanced Tolerancing Techniques*, Chap. 2 and 7, Wiley, 1997.

[8] K. Whybrew, G. A. Britton, D. F. Robinson and Y. Sermisuti-Anuwat, "A Graph Theoretic Approach To Tolerancing Charting", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 5, pp 175-183, 1990.

[9] O. R. Wade, *Tool and Manufacturing Engineers Handbook*, Vol. 1, Chap. 2, Society of Manufacturing Engineers, 1983.

[10] S. A. Irani., R. O. Mittal, and E. A. Lehtihet, "Tolerancing Chart Optimization", *International Journal of Production Research*, Vol. 27, No. 9, pp 1531-1552, 1989.

[11] X. Tang. and B. J. Davies, "Computer Aided Dimensional Planning", *International Journal of Production Research*, Vol. 26, No. 2, pp 291-302, 1988.