

# 캠합성에 관한 수치해석적 방법

심수섭\*(경기공업대학 자동화계열), 김창부(인하대 자동화공학과)

## A Numerical Method for Cam Synthesis

S. S. Shim(Auto. Eng. Dept., KKC), C. B. Kim(Auto. Eng. Dept., IHU)

### ABSTRACT

In this paper, a numerical method is proposed for cam synthesis. Kinematics of closed loop system with cam and follower is presented using relative coordinates. The system is transformed into an open loop system by cutting fictitiously higher-pair contact of cam and follower and envelope constraint equations are derived. Follower constraint equations are derived from the motion of the follower ends. The joint variables and follower profile parameters are calculated from the envelope constraint equations and follower constraint equations by using the Newton-Raphson iterative method. Algorithms for cam synthesis are presented and simulations are done to verify the effectiveness of the proposed method.

**Key Words** : Cam synthesis (캠합성), Follower end trajectory (종절단 궤적), Higher-pair cut (고차대우 절단)

### 1. 서론

캠설계 과정은 캠 및 종동자의 형상과 캠축의 운동이 주어질 때 종동절의 운동을 구하는 캠해석(Cam Analysis)<sup>(1,2)</sup>과, 종동자의 형상과 캠 및 종동절의 운동이 시간의 함수로 주어질 때 캠의 형상을 구하는 캠합성(Cam Synthesis)<sup>(3,4,5,6)</sup>으로 구분된다. 기존의 캠합성 방법은 캠 및 종동자의 다양한 조합에 대하여 Envelope 이론을 적용한 해석해를 이용하여 일일이 캠형상을 구하는 번거로움이 있다.

본 논문에서는 수치해법을 이용하여 캠의 형상을 구하는 방법을 제안한다. 종절단의 운동으로부터 종절단의 구속방정식을 구한 후 캠 접촉부에서의 Envelope 구속조건으로부터 Envelope 구속방정식을 구한다. 수치해법을 이용하여 이들 구속방정식으로부터 종동자의 형상 매개변수값을 얻고 이를 이용하여 캠의 형상을 구한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 상대 좌표계를 이용한 공간 다물체시스템의 정식화에 대하여 소개하였다. 그리고 3절에서는 종절단의 운동 기술에 대하여 논하였다. 4절에서는 캠 및 종동자의 Envelope 구속조건에 대하여 제안하였다. 5절에서는 구속방정식의 합성 및 전산 알고리즘

에 대하여 다루었다. 6절에서는 모의실험을 통하여 그 유효성을 보였다. 그리고 결론을 맺었다.

### 2. 다물체 시스템의 기구학

#### 2.1 다물체 시스템의 구조

캠을 갖는 다물체 시스템은 폐형연쇄를 이룬다. 이를 캠 및 종동자의 접촉부에서 가상적으로 절단하면 Fig. 1과 같은 분기기구 다물체시스템이 된다.

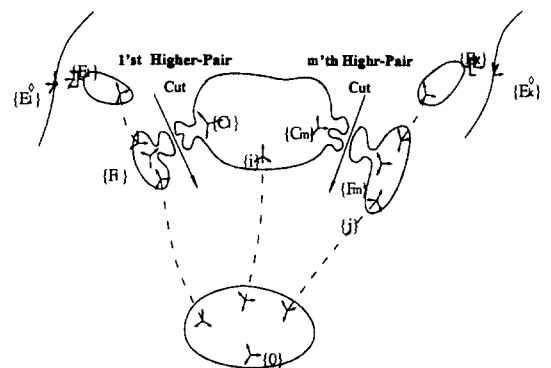


Fig. 1 Branched multi-body system with cam and follower

여기서  $\{0\}$ 는 기저물체 좌표계이고  $\{i\}$ 는  $i$ 번째 물체의 좌표계이다.  $\{F_m\}$ 은  $m$ 번째 종동자를 나타내는 좌표계이고  $\{C_m\}$ 은  $m$ 번째 캠을 나타내는 좌표계이며  $\{F_m\}$ 과  $\{C_m\}$ 은 고차대우 짝을 이룬다. 또한  $\{E_k\}$ 는  $k$ 번째 종절단을 나타내며  $\{E_k^0\}$ 는  $k$ 번째 종절단 궤적을 나타내며 시간에 따라서  $\{E_k\}$ 는  $\{E_k^0\}$ 를 추종하여야 한다. 기저물체에 가까운 물체를 선행물체라 하고 먼 물체를 후행물체라 할 때 물체를 선행물체와 연결시키는 관절은 내부관절이라고 하며 후행물체와 연결시키는 관절은 외부관절이라고 하며 이때 기저물체를 제외한 모든 물체는 오직 하나의 내부관절을 가지므로 물체번호와 내부관절은 일대일 대응관계가 성립한다. 내부관절의 수를 NL, 종절단의 수를 NE,  $i$ 번째 물체에는 좌표계  $\{i\}$ , ( $i=1, NL$ )를 부여한다. 종절단  $\{E_k\}$ 에는 좌표계  $\{NL+k\}$ , ( $k=1, NE$ )를, 캠  $\{C_m\}$ 에는 좌표계  $\{NL+NE+m\}$ , ( $m=1, NC$ )를 부여하고, 종동자  $\{F_m\}$ 에는 좌표계  $\{NL+NE+NC+m\}$ , ( $m=1, NC$ )를 할당한다.

## 2.2 저차대우로 연결된 물체의 기구학

물체들 간의 상대 위치와 자세를 기술하기 위하여 Fig. 2와 같이 좌표계를 설정한다.  $\{ij\}$ 는  $i$ 번째 물체의  $j$ 번째 외부관절에 연결된 물체의 기준좌표계이고,  $\{ij^0\}$ 는 시간  $t = 0$ 일 때  $\{ij\}$ 좌표계를 나타낸다.  ${}^iR_{ij}$  및  ${}^iP_{ij}$ 는  $\{ij\}$ 좌표계의  $\{i\}$ 좌표계에 대한 자세행렬 및 위치벡터이며,  ${}^0R_i$  및  ${}^0P_i$ 는  $\{i\}$ 좌표계의  $\{0\}$ 좌표계에 대한 자세행렬 및 위치벡터이며,  ${}^is_{ij}$  및  ${}^iR_{ij^0}$ 는  $\{ij^0\}$ 좌표계의  $\{i\}$ 좌표계에 대한 위치벡터 및 자세행렬이며,  ${}^{ij^0}d_{ij}$  및  ${}^{ij^0}R_{ij}$ 는  $\{ij\}$ 좌표계의  $\{ij^0\}$ 좌표계에 대한 위치벡터 및 자세행렬이며 관절변수  $q$ 의 성분을 이룬다. 따라서  $\{ij\}$ 물체의 위치 및 자세는 식(1) 및 식(2)로 표현되며, 일반화 속도는 식(3), 일반화 가속도는 식(4)으로 나타내진다.

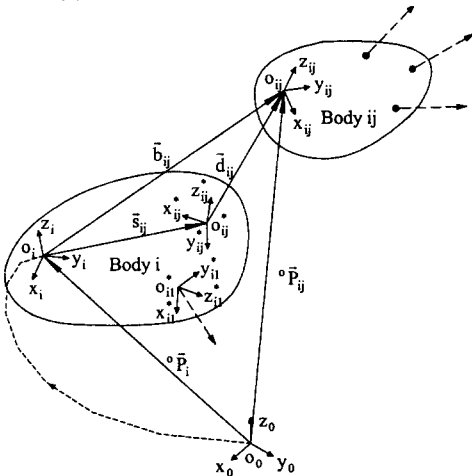


Fig. 2 Coordinate frames with lower pairs

$${}^0P_{ij} = {}^0P_i + {}^0R_i {}^is_{ij} + {}^0R_i {}^iR_{ij^0} {}^{ij^0}d_{ij} \quad (1)$$

$${}^0R_{ij} = {}^0R_i {}^iR_{ij^0} {}^{ij^0}R_{ij} \quad (2)$$

$${}^{ij^0}v = {}^{ij^0}Dq + {}^{ij^0}b \quad (3)$$

$${}^{ij^0}\dot{v} = {}^{ij^0}D\dot{q} + {}^{ij^0}c \quad (4)$$

여기서  ${}^{ij^0}D$ 는  $\{ij\}$ 좌표계의 자코비안 행렬이며,  ${}^{ij^0}b$ 는  $\{ij\}$ 좌표계로 전파된 기저좌표계의 속도 및 각속도 벡터이고,  ${}^{ij^0}c$ 는  $\{ij\}$ 좌표계로 전파된 기저좌표계의 가속도 및 각가속도와 바이어스 가속도로 구성된 전이 가속도 벡터이다.

## 3. 종절단

### 3.1 종절단의 기구학

Fig. 3과 같이 종절단  $E_k$ 는 공간상의 원하는 궤적 상에 부착된 종절단 궤적  $E_k^0$ 를 시간에 따라서 추종하여야 한다.

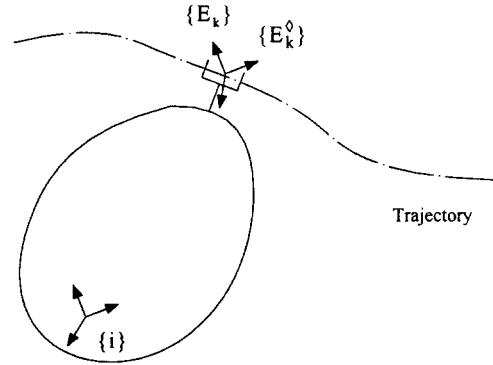


Fig. 3 Coordinate frame of follower end

종절단  $E_k$ 의 위치 및 자세는 식(5)으로 표현되며, 종절단 궤적  $E_k^0$ 의 위치 및 자세는 시간  $t$ 의 함수이므로 식(6)이 성립하며  $T$ 는 균질변환행렬이다.

$${}^0T_{E_k} = {}^0T_i T_{E_k} \quad (5)$$

$${}^0T_{E_k^0} = {}^0T_{E_k^0}(t) \quad (6)$$

종절단  $E_k$ 의 속도  ${}^{E_k}v$ 는 식(3)으로부터 식(7)이 성립되며, 종절단 궤적  $E_k^0$ 의 속도  ${}^{E_k^0}v$ 는 식(8)이 된다.

$${}^{E_k}v = {}^{E_k}Dq + {}^{E_k}b \quad (7)$$

$${}^{E_k^0}v = {}^{E_k^0}v(t) \quad (8)$$

종절단  $E_k$ 의 가속도  ${}^{E_k}\dot{v}$ 는 식(7)으로부터 식

(9)가 성립되며, 종절단 궤적  $E_k^i$ 의 가속도  $E_k^i \ddot{v}$ 는 식(10)이 된다.

$$E_k^i \dot{v} = E_k^i D \dot{q} + E_k^i c \quad (9)$$

$$E_k^i \ddot{v} = E_k^i \ddot{v}(t) \quad (10)$$

### 3.2 종절단의 구속방정식

종절단  $E_k$ 와 종절단 궤적  $E_k^i$ 는 위치와 방향이 일치해야 하므로 식(5)와 식(6)으로부터 다음 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} E_k^i T_0^0 T_{E_k} &= \begin{bmatrix} {}^kR & {}^kP \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

여기서,

$${}^kR = {}^0R_{E_k}^T {}^0R_{E_k}$$

$${}^kP = {}^0R_{E_k}^T {}^0P_{E_k} - {}^0R_{E_k}^T {}^0P_{E_k}$$

방향 구속조건  ${}^kR$ 에 독립적인 Euler parameter  ${}^k e = ({}^k e_1, {}^k e_2, {}^k e_3)^T$ 를 사용하면 3개의 구속식이 얻어진다. 따라서  $k$ 번째 종절단의 구속방정식은 식(11)이 된다.

$${}^k \phi_E = \begin{Bmatrix} {}^k P(q, t) \\ {}^k e(q, t) \end{Bmatrix} \quad (11)$$

종절단의 변분 구속방정식을 구하기 위하여 식(11)을 미분하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} {}^k \dot{\phi}_E &= \begin{Bmatrix} {}^k \dot{P}(q, t) \\ {}^k \dot{e}(q, t) \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} E_k^i R_{E_k} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & B(k e) E_k^i R_{E_k} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_k^i v_{E_k} \\ E_k^i \omega_{E_k} \end{Bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} -I_{3 \times 3} & E_k^i P_{E_k} \\ 0_{3 \times 3} & -B(k e) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_k^i v_{E_k} \\ E_k^i \omega_{E_k} \end{Bmatrix} \\ &= [{}^k C_E] \{E_k^i v\} + [{}^k C_E] \{E_k^i v\} \\ &= [{}^k \phi_{E_k}(q)] \{\dot{q}\} + [{}^k C_E E_k^i B + {}^k C_E E_k^i B] \{v\} \\ &= 0_{6 \times 1} \quad (12) \end{aligned}$$

여기서,

$$B(k e) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} e_0 & e_3 & -e_2 \\ -e_3 & e_0 & e_1 \\ e_2 & -e_1 & e_0 \end{bmatrix}$$

$$E_k^i B = \begin{bmatrix} {}^0R_{E_k}^T & -{}^0R_{E_k}^T {}^0P_{E_k} \\ 0_{3 \times 3} & {}^0R_{E_k}^T \end{bmatrix}$$

식(12)으로부터 종절단의 위치 및 방향 구속조건이 만족된다면  $E_k^i R_{E_k} = I_{3 \times 3}$  및  $E_k^i P_{E_k} = 0_{3 \times 1}$ 이 성립되므로 종절단의 속도 구속방정식은 식(13)이 된다.

$$\begin{aligned} {}^k \dot{\phi}_E &= [{}^k D] \{\dot{q}\} - \{E_k^i v\} \\ &= [{}^k J_E(q)] \{\dot{q}\} - \{{}^k v_E(q, t)\} \\ &= 0_{6 \times 1} \quad (13) \end{aligned}$$

식(13)으로부터 종절단의 가속도 구속방정식은 식(14)이 된다.

$$\begin{aligned} {}^k \ddot{\phi}_E &= [{}^k D] \{\ddot{q}\} + \{E_k^i c\} - \{E_k^i \dot{v}\} \\ &= [{}^k J_E(q)] \{\ddot{q}\} - \{{}^k \gamma_E(q, \dot{q}, t)\} \\ &= 0_{6 \times 1} \quad (14) \end{aligned}$$

## 4. 캠 및 종동자

### 4.1 캠 및 종동자의 좌표계

Fig. 4에서 벡터  $C_{m, IN}$  및  $C_{m, OUT}$ 는 캠 좌표계  $\{C_m\}$ 에서 측정한 내부 및 외부 접촉부상의 임의의 점까지의 거리벡터이며 캠의 형상을 결정하는 벡터가 된다.  $F_{m, IN}$  및  $F_{m, OUT}$ 은 종동자 좌표계  $\{F_m\}$ 에서 측정한 내부 및 외부 접촉부상의 임의의 점까지의 거리벡터이다. 따라서  $C_{m, IN}$ 과  $F_{m, IN}$ 이 유일한 짝을 이루고,  $C_{m, OUT}$ 과  $F_{m, OUT}$ 이 유일한 짝을 이룬다.

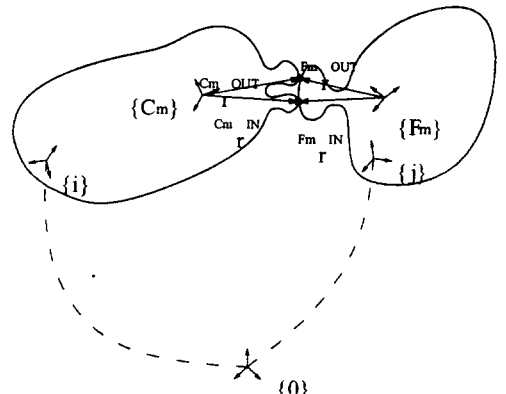


Fig. 4 Coordinate frame of cam and follower

### 4.2 캠과 종동자 접촉부의 구속방정식

기저좌표계(0)에서 측정한 캠 상의 접촉부의 위치벡터와 기저좌표계(0)에서 측정한 종동자 상의 접촉부의 위치벡터는 동등하므로 식(15)가 성립한다.

$${}^0R_{C_m} C_{m, IN} - {}^0R_{F_m} F_{m, IN} + {}^0P_{C_m} - {}^0P_{F_m} = 0 \quad (15)$$

따라서 캠형상벡터  $C_n^r$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$C_n^r = {}^0R_{C_m}^T ({}^0P_{F_n} - {}^0P_{C_m} + {}^0R_{F_n}^T C_n^r) \quad (16)$$

또한 기저좌표계 {0}에서 측정한 캠 및 종동자의 단위법선벡터를  $N_{C_m}$  및  $N_{F_n}$ , 캠좌표계  $\{C_m\}$ 에서 측정한 종동자의 법선 벡터를  $C_n^m$ , 종동자좌표계  $\{F_n\}$ 에서 나타낸 종동자의 법선벡터를  $F_n^m$ , 종동자의 형상매개변수를  $\delta$  및  $\bar{\theta}$ 라 하면 캠과 종동자의 접촉부에서 단위법선벡터가 일치한다는 조건으로부터 다음 식들이 성립한다.

$$N_{C_m} = N_{F_n} \quad (17)$$

$${}^0R_{C_m} C_n^m = {}^0R_{F_n} F_n^m \quad (18)$$

캠과 종동자의 접촉부의 속도는 캠에 대하여서는 식(19)식이 성립하며, 종동자에 대하여서는 식(20)이 성립한다.

$${}^0v^{(c)} = {}^0v_e^{(c)} + {}^0R_{C_m} v_r^{(c)} \quad (19)$$

$${}^0v^{(f)} = {}^0v_e^{(f)} + {}^0R_{F_n} v_r^{(f)} \quad (20)$$

여기서,

$${}^0v_e^{(c)} \triangleq {}^0v_{C_m} - {}^0R_{C_m} \widetilde{C_n^r} C_n^m \omega_{C_m}$$

$$v_r^{(c)} \triangleq \frac{\partial C_n^r}{\partial \delta} \frac{d\delta}{dt} + \frac{\partial C_n^r}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt}$$

$${}^0v_e^{(f)} \triangleq {}^0v_{F_n} - {}^0R_{F_n} \widetilde{F_n^m} F_n^m \omega_{F_n}$$

$$v_r^{(f)} \triangleq \frac{\partial F_n^m}{\partial \delta} \frac{d\delta}{dt} + \frac{\partial F_n^m}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt}$$

또한 캠과 종동자의 접촉부에서 속도는 일치하여야 하므로 식(21)이 성립한다.

$${}^0v_r^{(c)} = {}^0v_r^{(f)} + {}^0v_e^{(f)} - {}^0v_e^{(c)} \quad (21)$$

### 4.3 Envelope 구속방정식

식(21)의 좌변에는  $N_{C_m}^T$ 을 곱하고, 우변에는

$N_{F_n}^T$ 을 곱한 후 행렬 형태로 정리하면 식(22)가 된다. 여기서  $(a) \otimes$  및  $\hat{a}$ 는 벡터  $\vec{a} = [a_x, a_y, a_z]^T$ 의 교대대칭행렬이다.

$$\begin{aligned} & ({}^m\phi_C(\theta, \delta)) \\ &= [{}^F_n n^T \vdots -{}^F_n n^T \widetilde{F_n^m}]^{F_n^m} - [{}^F_n n^T {}^0R_{F_n}^T {}^0R_{C_m} \vdots \\ & \quad -{}^F_n n^T {}^0R_{F_n}^T ({}^0P_{F_n} + {}^0R_{F_n}^T C_n^m - {}^0P_{C_m}) \otimes {}^0R_{C_m}]^{C_n^m} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (22)$$

### 4.4 Envelope 구속방정식의 수치해법

식(22)를 만족하는 종동자의 형상매개변수  $\theta$ 와  $\delta$ 를 구하기 위하여 식(22)를  $\theta$ 와  $\delta$ 에 대하여 Taylor급수 전개하면 다음과 같다. 여기서  $\bar{\theta}$ 는  $\theta$ 의 초기 추정치이고  $\bar{\delta}$ 는  $\delta$ 의 초기 추정치이다.

$$\begin{aligned} & {}^m\phi_C(\theta, \delta) \\ &= {}^m\phi_C(\bar{\theta}, \bar{\delta}) + \left[ \frac{\partial {}^m\phi_C}{\partial \theta} \vdots \frac{\partial {}^m\phi_C}{\partial \delta} \right] \left\{ \begin{Bmatrix} \theta \\ \delta \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \bar{\theta} \\ \bar{\delta} \end{Bmatrix} \right\} \\ & \quad + O((\delta - \bar{\delta})^2 + (\theta - \bar{\theta})^2) = 0 \end{aligned}$$

따라서,

$$\begin{Bmatrix} \theta \\ \delta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\theta} \\ \bar{\delta} \end{Bmatrix} - \left[ \frac{\partial {}^m\phi_C}{\partial \theta} \vdots \frac{\partial {}^m\phi_C}{\partial \delta} \right]^+ {}^m\phi_C(\bar{\theta}, \bar{\delta}) \quad (23)$$

여기서,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial {}^m\phi_C}{\partial \theta} \\ &= \left[ \frac{\partial F_n^m}{\partial \theta} \vdots -\frac{\partial F_n^m}{\partial \theta} \widetilde{F_n^m} - F_n^m \frac{\partial \widetilde{F_n^m}}{\partial \theta} \right]^{F_n^m} \\ & \quad + \left[ -\frac{\partial F_n^m}{\partial \theta} {}^0R_{F_n}^T {}^0R_{C_m} \vdots \right. \\ & \quad \left. \frac{\partial F_n^m}{\partial \theta} {}^0R_{F_n}^T ({}^0P_{F_n} + {}^0R_{F_n}^T C_n^m - {}^0P_{C_m}) \otimes {}^0R_{F_n} \right. \\ & \quad \left. + F_n^m \frac{\partial \widetilde{F_n^m}}{\partial \theta} {}^0R_{F_n}^T {}^0R_{C_m} \right]^{C_n^m} \\ & \frac{\partial {}^m\phi_C}{\partial \delta} \\ &= \left[ \frac{\partial F_n^m}{\partial \delta} \vdots -\frac{\partial F_n^m}{\partial \delta} \widetilde{F_n^m} - F_n^m \frac{\partial \widetilde{F_n^m}}{\partial \delta} \right]^{F_n^m} \\ & \quad + \left[ -\frac{\partial F_n^m}{\partial \delta} {}^0R_{F_n}^T {}^0R_{C_m} \vdots \right. \\ & \quad \left. \frac{\partial F_n^m}{\partial \delta} {}^0R_{F_n}^T ({}^0P_{F_n} + {}^0R_{F_n}^T C_n^m - {}^0P_{C_m}) \otimes {}^0R_{F_n} \right. \\ & \quad \left. + F_n^m \frac{\partial \widetilde{F_n^m}}{\partial \delta} {}^0R_{F_n}^T {}^0R_{C_m} \right]^{C_n^m} \end{aligned}$$

## 5. 구속방정식의 합성 및 알고리즘

### 5.1 구속방정식의 합성

식(11)으로부터 시스템 전체의 종절단의 위치 및 자세 구속방정식은 식(24), 속도 구속 방정식은 식(25), 가속도 구속 방정식은 식(26)이 된다.

$$\phi(q, t) = 0_{(NE \times 6) \times 1} \quad (24)$$

여기서,

$$\phi(q, t) = \begin{bmatrix} 1 \\ \phi_E \\ \vdots \\ \phi_E \end{bmatrix}$$

$$\dot{\phi} = [J(q)]\{\dot{q}\} - \{\nu\} = 0_{(NE \times 6) \times 1} \quad (25)$$

$$\{\ddot{\theta}\} = [J(q)]\{\ddot{q}\} - \{\ddot{\gamma}\} = 0_{(NE \times 6) \times 1} \quad (26)$$

## 5.2 관절독립변수 $q_v$ 와 관절종속변수 $q_w$ 에 의한 구속방정식의 분해

관절변수  $q$ 를 관절독립변수  $q_v$ 와 관절종속변수  $q_w$ 로 나눈 후, 식(24), 식(25), 식(26)을 분해하면 각각 식(27), 식(28), 식(29)가 된다.

$$\theta(q_v, q_w, t) = 0_{(NE \times 6) \times 1} \quad (27)$$

$$\dot{\theta} = J_v \dot{q}_v + J_w \dot{q}_w - \nu \quad (28)$$

$$\ddot{\theta} = J_v \ddot{q}_v + J_w \ddot{q}_w - \dot{\nu} \quad (29)$$

식(27)을 Taylor급수 전개한 후 정리하면 식(30)이 된다.

$$q_w = \bar{q}_w - [J_w]^{-1} \{\theta(q_v, \bar{q}_w)\} \quad (30)$$

식(28) 및 식(29)으로부터 관절종속변수의 속도  $\dot{q}_w$  및 관절종속변수의 가속도  $\ddot{q}_w$ 를 구하면 식(31) 및 식(32)가 된다.

$$\dot{q}_w = -J_w^{-1} (J_v \dot{q}_v - \nu) \quad (31)$$

$$\ddot{q}_w = -J_w^{-1} (J_v \ddot{q}_v - \dot{\nu}) \quad (32)$$

## 5.3 캠합성 알고리즘

(1) 시작시간( $t_0$ ), 종료시간( $t_f$ ), 시간중분( $\Delta t$ ), 방정식의 오차한계 ( $\epsilon_\theta$ ), 해의 오차한계 ( $\epsilon_{q_w}$ ),  $E_k^*(t)$ ,  $T_0(t)$ ,  $v_0(t)$ ,  $\dot{v}_0(t)$ ,  $q_v(t)$ ,  $\dot{q}_v(t)$ ,  $\ddot{q}_v(t)$ ,  $q_w(t)$ 의 초기 근사값  $\bar{q}_w$ , 각각의 종동자에 대하여 종동자 형상매개변수  $\delta$ 의 최소값  $\delta_{MIN}$ , 최대값  $\delta_{MAX}$ , 증분  $\Delta\delta$ 를 정하고,  $\delta$ 의 초기값은  $\delta_{MIN}$ 으로하고 종동자 형상 매개변수  $\theta$ 는 캠의 내측 접촉부에 대해서는  $\bar{\theta} = 180^\circ$ 로 하고 캠의 외측 접촉부에 대해서는  $\bar{\theta} = 0^\circ$ 으로 초기화하고  $t$ 를  $t_0$ 로 한다.

(2)  $q_w(t)$ 를  $\bar{q}_w$ 으로 하고 식(30)으로부터  $q_w(t)$ 를 계산한다.

(3) 수렴조건  $\|\theta(q_v, \bar{q}_w)\| < \epsilon_\theta$  및  $\|q_w - \bar{q}_w\| < \epsilon_{q_w}$ 를 만족하면 다음 과정을 수행하고, 만족하지 않으면 (2)의 과정을 반복한다.

(4) 식(31)으로부터  $\dot{q}_w$ 를 계산하고, 식(32)으로부터  $\ddot{q}_w$ 를 계산한다. 그리고  $q$ ,  $\dot{q}$ ,  $\ddot{q}$ 를 계산한다.

(5) 각각의 캠-종동자 쌍에 대하여 다음의 과정을 수행한다.

(5-1) 종동자 형상매개변수  $\delta$ 는  $\bar{\delta}$ ,  $\bar{\theta}$ 는  $\bar{\theta}$ 으로 하고,  $F_r$ ,  $F_n$ 등을 계산하고, 식(23)으로부터  $\theta$ ,  $\delta$ 를 계산한다.

(5-2)  $\theta$ ,  $\delta$ 를 이용하여 식(16)으로부터 캠 형상  $C_r$ 을 계산한다.

(5-3)  $\delta = \bar{\delta} + \Delta\delta$ 으로하고  $\delta = \delta_{MAX}$ 가 될 때까지 (5-1)부터의 과정을 반복한다.

(6)  $t + \Delta t$ 에서의  $q_w$ 근사값을 계산한다.

$$q_w(t + \Delta t) = q_w(t) + \Delta t \dot{q}_w(t) + 0.5 \Delta t^2 \ddot{q}_w(t)$$

(7)  $t$ 가  $t_f$ 보다 크면 종료하고, 아니면  $t$ 를 다음 시간단계  $t + \Delta t$ 로 치환하고 (2)이하의 과정을 반복한다.

## 6. 모의실험

### 6.1 기구의 구조 및 좌표계 설정

상사 및 하사 위치에서 정류없이 왕복 요동운동을 하는 원단요동종절 장고형 캠의 좌표계 설정은 Fig. 5(a) 및 Fig. 5(b)와 같다.

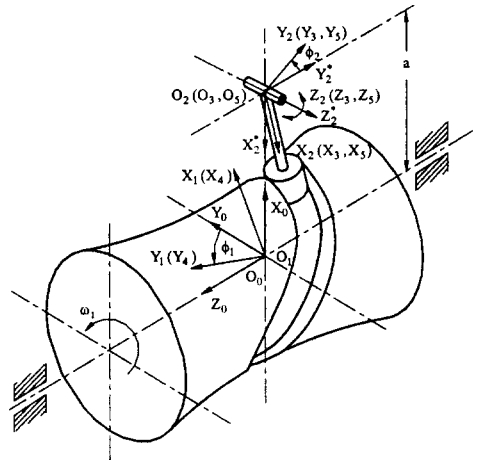


Fig. 5(a) Coordinate frames of globoid cam with oscillating cylindrical follower

여기서 {0}는 기저좌표계로서 캠기구의 프레임이고 {1} 및 {2}는 물체에 부착된 좌표계이다. 물체 {2}는 종절단 $E_1$ (=3)을 갖고 있으며 이는 타이밍 선도로부터 구한  $E_1^*$ 에 의하여 값이 결정된다. 물체

{1}은 장고형 캠  $C_1=\{4\}$ 를 갖고 있다. 또한 물체{2}는 종동자  $F_1=\{5\}$ 를 갖고 있다. 종동자  $F_1$ 은 캠  $C_1$ 과 접촉한다.

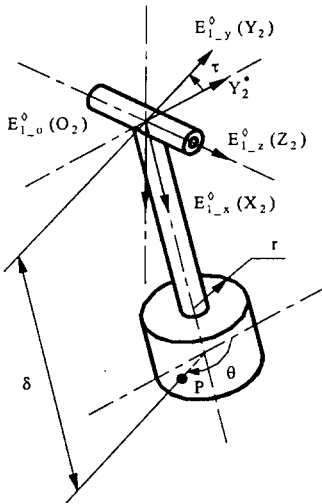


Fig. 5(b) Coordinate frames of follower end of globoid cam

## 6.2 원단 요동종절 장고형 캠의 제원

- 축간 거리 :  $a = 10.0(\text{cm})$   
 회전 반경 :  $l = 3.25(\text{cm})$   
 종동자 반경 :  $r = 1.0(\text{cm})$   
 종동자 높이 :  $2.0 \text{ cm}$   
 종동자  $\delta$  :  $\delta_{\min} = 3.25(\text{cm}), \delta_{\max} = 5.25(\text{cm})$   
 캠축 각속도 :  $\omega_1 = 3.0 [\text{rad/s}]$   
 종동자 요동각 :  $\tau_n = 50.0^\circ$   
 종동자 초기각 :  $\tau_0 = -25.0^\circ$   
 운동곡선 : 무정류 변형대형 곡선

## 6.3 수치해석 결과

캠과 종동자의 내부 접촉점에서의 형상 데이터를 Fig. 6에 나타내었다. 세로축의 X,Y,Z 값은 캠좌표계에서 측정한 값이며, 가로축은 캠의 회전각을 나타낸다. 본 논문의 알고리즘에 의한 값을 "Numeric"으로 참고문헌(3)의 캠형상 식에 의한 결과를 "Exact"(해석해)로 나타내었으며 두 결과는 일치한다.

## 7. 결론

본 연구에서는 종래의 캠합성의 연구에서 3물체

계에 한정하여서 다양한 캠 및 종동자 쌍에 대하여 해석해를 구하는 번거러움을 탈피할 수 있으며, 종질단 계적의 운동으로부터 역기구학 해석을 통하여 관절의 운동을 구한 후 요구되는 캠형상을 계산할 수 있었다. 또한 모의실험의 결과를 해석해와 비교함으로써 알고리즘의 정확성을 확인할 수 있었다.

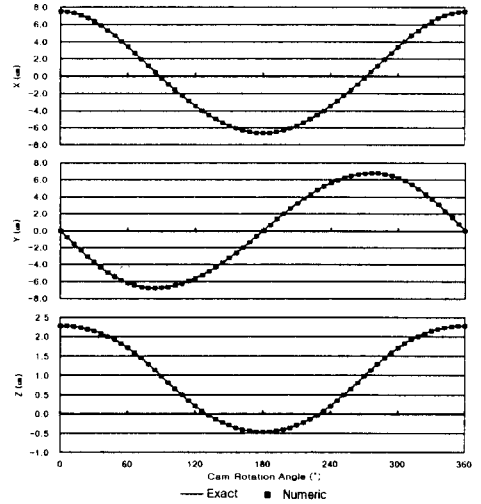


Fig. 6 Profile synthesis of inner contact of cam and follower ( $\delta = 3.25$ )

## 참고문헌

1. Chen, F. Y., "Mechanics and Design of Cam Mechanisms," PERGAMON PRESS, 1982.
2. Reeve, J., "Cams for Industry," Mechanical Engineering Publications Limited, London, 1995.
3. Chakraborty, J., and Dhande, S. G., "Kinematics and Geometry of Planar and Spatial Cam Mechanisms," Wiley Eastern Limited, 1977.
4. Liu, J. Y., and Yan, H. S., "Surface Geometry of Variable Pitch Cylindrical Cams with Conical Meshing Elements," ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 116, pp. 862 - 866, SEPTEMBER 1994.
5. Tsay, D. M., and Wei, H. M., "A General Approach to the Determination of Planar and Spatial Cam Profiles," ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 118, pp. 259 - 265, JUNE 1996.
6. Yan, H. S., and Chen, H. H., "Geometry Design of Globoidal Cams With Generalized Meshing Turret-Rollers," ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 118, pp. 243 - 249, JUNE 1996.