

요동운동 롤러 종동절과 디스크 캠 기구의 운동해석을 위한 원호 접근법에 관한 연구

구병국*(창원대 대학원 기계설계공학과), 신중호(창원대 기계설계공학과),
 운호업(창원대 대학원 기계설계공학과), 장옥화(창원대 대학원 기계설계공학과)

A Study on Circular Arc Approach for Motion Analysis of Oscillating Roller Follower and Disk Cam Mechanisms

B. K. Koo(Changwon. Univ), J. H. Shin(Changwon. Univ), H. E. Yoon(Changwon. Univ)
 Y. H. Zhang(Changwon. Univ)

ABSTRACT

This paper performs the motion analysis for a disk cam and a follower mechanism using a circular arc method, a coordinate transformation method and an instant velocity method in order to find a contact point between the cam and the follower. Based on the proposed method, the displacement and the velocity are calculated by using the geometric relationships of the cam mechanism. Also, the acceleration is determined on using the central difference method. As the results, this paper presents the original curve and the analyzed curve for the motion analysis of the disk cam for an example.

Key Words : Disk Cam(원반 캠), Circular Arc Method(원호 접근법), Motion Analysis (운동해석), Instant Velocity Center (순간속도 중심), Coordinate Transformation (좌표변환), Numerical Method (수치해석)

1. 서론

캠기구는 구동체인 캠과 피동체인 종동절로 구성되며 운동의 형태를 변환시키는데 편리한 장치로서, 고기능화 기계에서 매우 유용하게 응용되고 있는 기계요소이다. 특히, 일반 링크 시스템에 비해 기구의 구조가 간단하며 구성 부품의 수가 적은 장점이 있다. 또한, 고부가성 기계에 대해 응용성이 날로 증가하고 있어, 공작기계, 섬유기계, 내연기관 및 자동이송장치 등의 자동화 시스템에 캠 기구가 널리 이용되고 있다.

이에 본 연구에서는 캠과 종동절의 기하학적 접촉관계를 원호 접근법과 좌표변환을 이용하여 캠의 운동해석 이론을 제시한다. 또한, 제시된 이론을 바탕으로 해석 프로그램을 만들어 캠의 해석자가 쉽고 간단한 해석으로 실용해석의 편의를 도모하고자 한다.

2. 요동왕복운동용 구름 종동절

Fig 1.은 요동왕복운동용 구름 종동절을 가진 캠 기구를 도시한 것으로 캠의 회전에 대해 종동절은 캠과 연속적으로 접촉하면서 종동절의 피봇점을 기준으로 일정한 거리를 유지하면서 요동운동을 발생

시키는 요동왕복운동용 구름 종동절 원반 캠 기구이다.

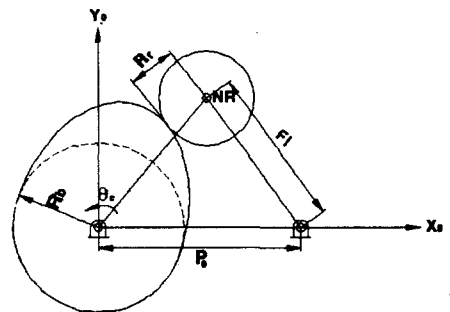


Fig 1. Oscillating roller follower

3. 캠 기구의 운동해석 방법

3.1 위치해석

캠 기구는 비원형 캠 형상과 원형의 롤러가 한 점에서 공유 할 때, 수치 해석과 좌표변환을 이용하여 위치해석을 한다.

3.1.1 수치해석적 원호 접근법

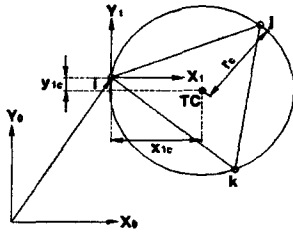


Fig 2. A circular arc on three point

Fig 2.에서 $[X_0 - Y_0]$ 은 캠의 중심 좌표계이고, $[X_1 - Y_1]$ 은 $[x_i, y_i]$ 점을 원점으로 정한 좌표계로 $[x_i, y_i]$, $[x_j, y_j]$, $[x_k, y_k]$ 세 점을 기하학적 관계를 이용하여 원의 방정식을 정의하면 다음과 같다.

$$x_{1c}^2 + y_{1c}^2 = r_c^2 \quad (1)$$

$$(x_{ki} - x_{1c})^2 + (y_{ki} - y_{1c})^2 = r_c^2 \quad (2)$$

where : $x_{ki} = x_k - x_i$, $y_{ki} = y_k - y_i$

$$(x_{ji} - x_{1c})^2 + (y_{ji} - y_{1c})^2 = r_c^2 \quad (3)$$

where : $x_{ji} = x_j - x_i$, $y_{ji} = y_j - y_i$

(1)식, (2)식, (3)식을 이용하여 $[X_1 - Y_1]$ 좌표계를 원점으로 $[x_{1c}, y_{1c}]$ 을 정의하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} x_{1c} \\ y_{1c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{ki} & y_{ki} \\ x_{ji} & y_{ji} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (x_{ki}^2 + y_{ki}^2)/2 \\ (x_{ji}^2 + y_{ji}^2)/2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

(4)식에서 구한 $[x_{1c}, y_{1c}]$ 을 $[X_0 - Y_0]$ 좌표를 원점으로 하는 좌표점 $TC[x_{0c}, y_{0c}]$ 를 정의하면 다음과 같다.

$$x_{0c} = x_i + x_{1c} \quad (5)$$

$$y_{0c} = y_i + y_{1c} \quad (6)$$

3.1.2 종동절의 위치해석

캠 형상 좌표 $[x_i, y_i]$ 와 (5)식, (6)식을 이용하여, 롤러의 반경 $[R_r]$ 으로 기울기 $[\theta_R]$ 를 구하고, 임의의 롤러의 중심좌표 $[R_x, R_y]$ 를 정의하면 다음과 같다.

$$R_x = x_i + R_r \cos \theta_R \quad (7)$$

$$R_y = y_i + R_r \sin \theta_R \quad (8)$$

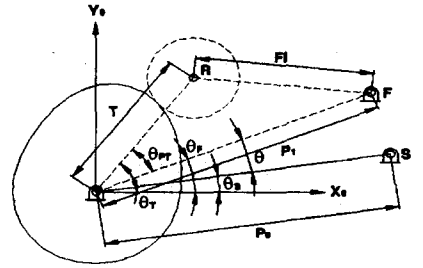


Fig 3. Coordinate transformation of roller follower pivot

Fig 3.에서 임의의 캠 표면 좌표점에 롤러가 접한다고 할 때, 기하학적 관계를 이용하면 임의의 종동절 피벗 좌표 길이 $[P_1]$ 와 본래의 종동절 피벗 좌표 $[S_{0x}, S_{0y}]$ 길이 $[P_0]$ 가 같아진다. 따라서, (7)식, (8)식, 종동절의 길이 $[F]$, 캠 중심에서 임의의 종동절 좌표까지 길이 $[T]$ 와 피벗까지의 길이 $[P_0]$ 을 이용하여 본래의 종동절 피벗까지의 회전각 $[\theta]$ 을 정의하면 다음과 같다.

$$\theta_T = \tan^{-1} [R_y / R_x] \quad (9)$$

$$\theta_{PT} = \cos^{-1} \left[\frac{T^2 + P_1^2 - F^2}{2TP_1} \right] \quad (10)$$

$$\theta_P = \theta_T - \theta_{PT} \quad (11)$$

$$\theta_S = \tan^{-1} [S_{0y} / S_{0x}] \quad (12)$$

$$\theta = \theta_P - \theta_S \quad (13)$$

(13)식에서 정의한 종동절 피벗까지의 회전각 $[\theta]$ 은 $R[x_x, R_y]$ 을 좌표변환을 수행하는 것과 같은 회전각도 $[\theta]$ 가되므로 새로운 종동절의 좌표점 $NR[NR_x, NR_y]$ 을 구한다.

$$NR_x = R_x \cos \theta - R_y \sin \theta \quad (14)$$

$$NR_y = R_x \sin \theta + R_y \cos \theta \quad (15)$$

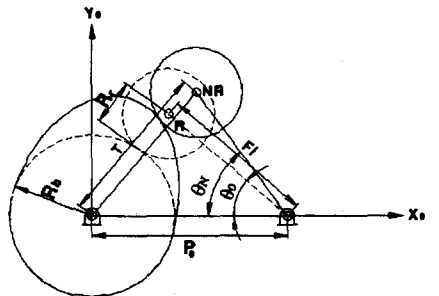


Fig 4. Base angle of oscillating roller follower

Fig 4.은 기초원의 반지름[R_b], 종동절의 반지름[R_r], 종동절의 길이[Fl], 캠 중심에서 종동절 피봇까지의 길이[P_0]를 이용하여 캠의 기초원과 롤러가 접하는 상태에서 종동절이 이루는 초기 각도[θ_0]정의하면 다음과 같다.

$$\theta_0 = \cos^{-1} \left[\frac{Fl^2 + P_0^2 - (R_b + R_r)^2}{2FlP_0} \right] \quad (16)$$

(14)식, (15)식에서 캠 중심에서 새로운 종동절의 좌표점 NR[NR_x, NR_y]까지의 길이[T]을 이용하여 임의의 순간에서의 종동절의 회전각도[θ_N]을 정의하여 종동절의 각 변위[Y]를 구하면 다음과 같다.

$$\theta_N = \cos^{-1} \left[\frac{Fl^2 + P_0^2 - T^2}{2FlP_0} \right] \quad (17)$$

$$Y = \theta_N - \theta_0 \quad (18)$$

3.2 속도해석

평면운동을 하는 3물체는 정확히 3개의 순간중심점을 갖고, 이것들은 모두 같은 직선 상에 놓여 있다는 케네디 이론에 의해 순간속도를 정의하여, 종동절의 속도를 해석한다.

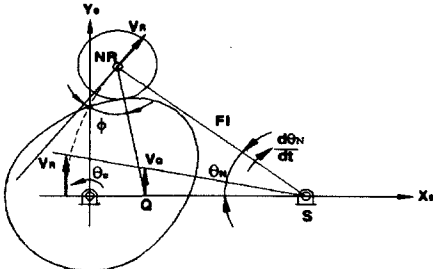


Fig 5. Instant velocity center and pressure angle of cam mechanism

순간속도 중심점은 X_0 축상의 캠 중심과 종동절의 고정점을 연결하는 축과의 공통법선의 교점에 해당하며, Fig 5.의 점 Q로 정의하면 다음과 같다.

$$V_Q = Q \frac{d\theta_c}{dt} \quad (19)$$

종동절의 끝에 위치하는 롤러 중심점의 속도 V_R 은 피봇에서의 길이에 비례하므로 점 NR을 X_0 축상으로 옮기면 종동절의 회전각 θ_N 의 관계로 V_R 을 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$V_R = Fl \frac{d\theta_N}{dt} = Fl \frac{d\theta_N}{d\theta_c} \frac{d\theta_c}{dt} \quad (20)$$

X_0 축상으로 롤러 중심점을 회전하는 것에 의해, X_0 축상의 순간속도 V_R 은 종동절의 피봇까지 거리, 종동절의 길이, 순간속도 중심점까지의 거리로 다음과 같이 정의된다.

$$V_R = V_Q \frac{Fl}{S_{0x} - Q} \quad (21)$$

따라서, (19)식, (20)식을 (21)식에 대입하여 정리하면 임의의 순간에서 종동절의 속도[$d\theta_N/d\theta_c$]으로 정의된다.

$$\frac{d\theta_N}{d\theta_c} = \frac{Q}{S_{0x} - Q} \quad (22)$$

3.3 가속도해석

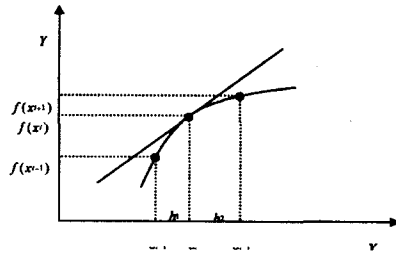


Fig 6. Central difference method

본 연구에서는 직접 미분법으로 가장 안정된 중앙미분법을 이용하여 불균등분할간격에서의 미분식을 Taylor이론을 이용하여 유도하였다. Fig 6.은 보다 정확한 값을 구하기 위해 X축의 캠의 회전각도 세 점[x_{i-1}, x_i, x_{i+1}]로 두고, Y축의 순간속도 중심을 이용하여 구한 속도 값을 근사화시키면 다음과 같다.

$$f(x_{i-1}) = f(x_i) - h_1 f'(x_i) + \frac{h_1^2}{2} f''(x_i) - \dots \quad (23)$$

$$\text{where : } \Delta h_1 = x_i - x_{i-1}$$

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + h_2 f'(x_i) + \frac{h_2^2}{2} f''(x_i) + \dots \quad (24)$$

$$\text{where : } \Delta h_2 = x_{i+1} - x_i$$

(23)와 (24)식을 2차 미분항까지 남기고 정리하여 가속도[$f'(x_i)$]와 저크[$f''(x_i)$]을 정의하면 다

음과 같다.

$$\begin{bmatrix} f'(x_i) \\ f''(x_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h_1 & h_1^2/2 \\ h_2 & h_2^2/2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f(x_{i-1}) - f(x_i) \\ f(x_{i+1}) - f(x_i) \end{bmatrix} \quad (25)$$

4. 캠 기구의 해석 적용예

앞에서 제시한 이론을 기초로 하여 개발된 프로그램을 이용하여 설계된 캠과 해석된 캠을 비교하였다. Table 1.의 변위 선도와 Table 2.의 캠 설계 데이터를 이용하여 변위, 속도, 가속도를 그래프로 표시하면 Fig 7.와 같이 나타난다.

Table. 1 Displacement curves for a cam design

sec-tion	cam angle (°)	motion	curve type
1	0~100	dwll	8-th order poly
2	100~180	rise	8-th order poly
3	180~260	return	8-th order poly
4	260~360	dwll	8-th order poly

Table. 2 Design variables of cam mechanism

Base circle	120
Roller radius	30
Follower length	10
Follower pivot	(180,10)
Cam (open/close)	close
Follower position	outside , left

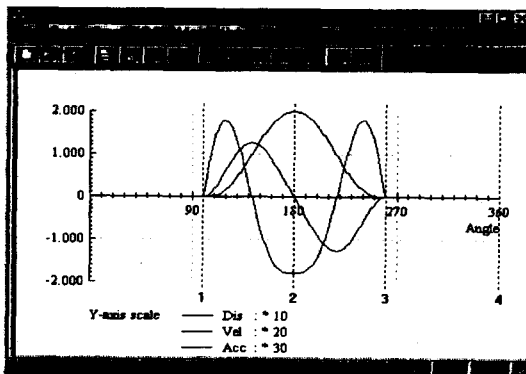


Fig 7. Displacement, velocity and acceleration curves for the cam design

설계된 임의의 캠 형상 자료 중에서 절반을 제거하고, 일부는 소숫점 이하를 제거하여 수정된 캠 형상자료를 이용하여 캠 해석을 수행하였다. 해석된 변위, 속도, 가속도 그래프는 Fig 8.와 같이 표

시하였는데, 이는 수정된 캠 형상에 의한 결과도 제안된 최초의 변위 특성을 유지함을 보여주고 있다.

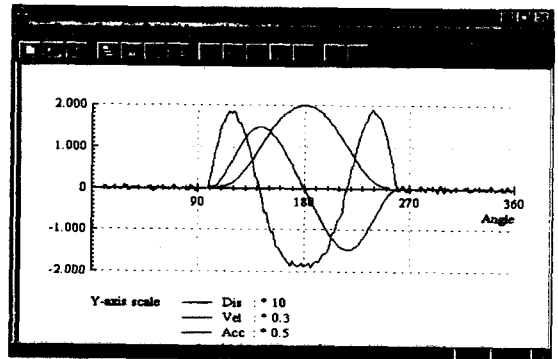


Fig 8. Motion properties after analyzed the modified cam

5. 결론

본 연구는 캠 기구의 운동특성을 최적으로 찾기 위해서, 캠 기구의 캠 운동해석을 위한 해석법을 정립하였고, 해석용 프로그램을 개발하였다. 적용예의 비교 분석한 바와 같이 설계된 변위, 속도, 가속도와 해석된 변위, 속도 가속도의 그래프가 거의 일치함을 Fig 7.과 Fig 8.에서 확인하였다. 이 결과를 통하여 이미 설계된 미지의 캠의 변위 곡선을 사용 조건에 따라 적절하게 사용하여, 불필요한 측력이거나, 관성력, 충격력의 제한조건들을 보정해서 특성에 맞는 곡선으로 재설계 할 수 있다.

결론적으로 본 연구에서 제시된 원호접근법을 이용한 디스크 캠 기구의 운동해석 프로그램은 산업 현장에서 유용하게 사용할 수 있을 것이다.

참고문헌

1. K. J. Waldron, G. L. Kinzel, 1999, "Kinematics, Dynamics, and Design of Machinery", John Wiley & Sons Inc., pp. 332 ~ 389.
2. 강동우, 2000, "다축제어용 원반 캠과 원통 캠의 복합 기구의 설계 자동화에 관한 연구", 박사학위논문, 창원대학교, pp. 37 ~57.
3. 신중호, 1996, "Shape Design of Disk Cam Mechanisms Using Instant Velocity Center", Proceedings of 6th International symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery, Vol. 1, pp. 178 ~ 186.