

직교축상의 회전운동용 롤러 종동절을 수반하는 원통형 캠의 형상설계를 위한 상대속도법에 관한 연구

김성원*(창원대 대학원 기계설계공학과), 신중호(창원대 기계설계공학과)
강동우(창원대 대학원 기계설계공학과), 장세원(창원대 대학원 기계설계공학과)

A study on relative velocity approach for shape desing to cylindrical cam
with rotating roller follower on faced-vertical axes

S. W. Kim(Changwon. Univ), J. H. Shin(Changwon. Univ) ,
D. W. Kang(Changwon. Univ), S. W. Chang(Changwon. Univ)

ABSTRACT

Cam mechanism is one of the common devices used in many automatic machinery. Specially cylindrical cam generates three dimensional motions. Thus, the shape design procedures must have high accuracy. This paper proposes the shape design procedure for a cylindrical cam and follower mechanism using a relative velocity method. The relative velocity method and the coordinate transformation are used to find a contact point between the cam and the follower. Also, the full shape of the cylindrical cam can be generated by using the geometric relationships and the contact constraints. As a result, this paper presents an example for the shape design of the cylindrical cam in order to prove the accuracy of the design procedures.

Key Words : Relative Velocity method(상대속도법), Cylindrical cam(원통 캠), Shape design(형상설계),
Coordinate transformation (좌표변환), Roller follower(롤러 종동절)

1. 서론

기계에서는 때로 캠의 운동축과 종동절의 운동축이 동일 평면이 아닌 다축상태로 결합될 때가 있다. 이러한 경우 원반 캠이나 기어 구동들을 사용하게 되면 운동축의 변환을 위한 장치가 부가되면서 기계장치가 복잡하게 되지만 원통 캠을 사용하게 되면 축변환장치 없이 직접적으로 캠과 종동절의 운동으로 연결시킬 수 있다는 장점이 있다. 그러므로 원통 캠은 공작기계와 같은 고기능성 기계에 많이 사용되고 있는 실정이다. 하지만 원통캠의 경우 기존의 원반 캠과는 달리 2차원적 형상 설계법(순간속도 중심법, 경사접촉법 등)들을 사용할 수 없으므로 3차원적 형상설계가 가능한 방법이 필요하다.

이에 본 연구에서는 원통 캠의 형상정의를 위해 원통 캠과 직교축상의 회전운동용 롤러 사이의 상대속도와 좌표변환을 이용하여 정확한 접촉점을 해석

하고 이를 이용한 원통 캠의 형상 설계법을 제시한다. 또한 제시된 이론을 바탕으로 전용 프로그램을 작성하여 검증하고 실용설계의 편의를 도모한다.

2. 상대속도법을 이용한 캠의 접촉점 해석

서로 상대운동을 하는 두 물체는 순간중심을 갖게 되는데 이 순간중심을 기준으로 두 물체의 접촉점 또는 상대운동을 수행하는 모든 점이 회전운동을 하게 된다. Fig. 1 (a)에서와 같이 평면(물체 1)위에 롤러가 구름운동을 한다면 평면 1과 롤러의 접촉점 Q가 순간 중심점이 되며 그리고 미끄럼 운동의 경우 Fig.1 (b)와 같이 평면과 물체 3의 순간중심은 평면의 수직한 선상에서 무한대에 위치한다. 또한 물체2와 물체3은 상대속도(Relative velocity)를 갖게 되는데 물체 2에서 바라본 물체3의 상대속도는 $V_{32} = V_3 - V_2$ 와 같이 구해진다.

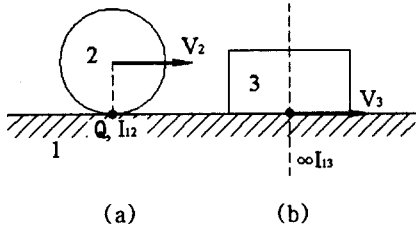


Fig. 1 Velocities at rolling or sliding contact

Fig. 2는 원통캠과 종동철의 일반적인 형상을 보여주는 그림으로, 캠이 입력축을 따라 360° 회전할 때 종동철은 캠의 리버(rib)와 리버(rib)사이, 즉 그루브(groove)를 따라 캠과 맞물려 회전하게 된다.

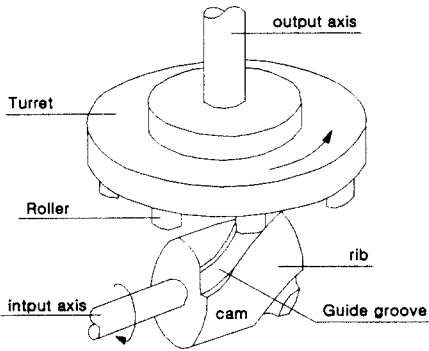


Fig. 2 Common feature of cylindrical cam and follower

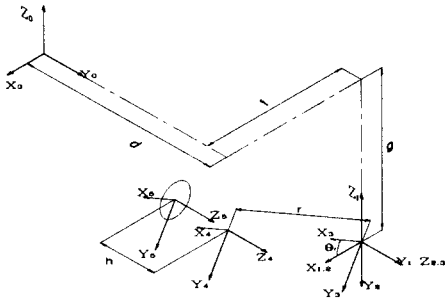


Fig. 3 Coordinate systems

캠의 중심을 원점으로 놓고 x_0, y_0, z_0 좌표계로 표시하고 종동철의 롤러의 중심의 좌표계를 x_5, y_5, z_5 로 표시한다. 그러면 Fig. 3과 같이 좌표계의 어느 한 점 P_5 를 좌표계0의 좌표 P_0 로 변환하여 나타내려면 식(1)과 같은 좌표변환을 수행하고 좌표행렬들은 식(2)에서 식(6)까지와 같다.

$$p_0 = T_{x,f,y,d,z,g} R_{x,90} R_{z,\theta_r} T_{x,r} T_{z,h} p_5 \quad (1)$$

$$T_{x,f,y,d,z,g} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$R_{x,90} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$R_{z,\theta_r} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & -\sin \theta_r & 0 & 0 \\ \sin \theta_r & \cos \theta_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$T_{x,r} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & r \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$T_{z,h} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서 캠과 트랫(Turret) 중심간의 x축 거리를 f , y축 거리를 d , z축 거리를 g 라하고 트랫 중심을 기준으로 회전한 양을 θ_r 라하고 하며 트랫의 반지름을 r , 롤러의 높이를 h 라고 정의한다.

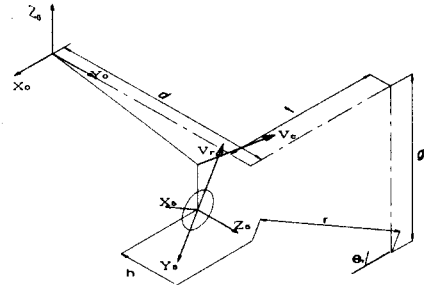


Fig. 4 Velocities of cam and roller

롤러의 중심좌표계인 x_5, y_5, z_5 원점에서 캠의 회전에 의해 발생하는 속도 V_c 는 캠이 z_0 방향의 높이를 갖는 실린더형이므로 Fig. 4에서와 같이 캠의 x_0, y_0 평면에 수직으로 내린 점에서 캠의 회전에 의해 발생하는 속도와 동일하다. 그러므로 캠이 시계방향으로 회전하며 회전속도는 단위속도 1로 정의하게 되면 V_c 는 캠의 중심에서 수선의 발까지의 길이에 해당되는 크기를 갖고 캠의 중심에서 수선의 발까지 이은 선상에 시계방향으로 수직인 방향성분

을 갖는다. 이를 식으로 나타내면 식(7)과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} V_{C_x} &= -d+h \\ V_{C_y} &= r\cos(-\theta_r)-f \\ V_{C_z} &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

중동절의 회전운동에 의해 발생하는 좌표계5의 원점에서의 속도 V_R 을 좌표계 5에 대해서 나타내면 속도는 y_5 축 선상에 있으므로 트래트의 각속도를 ω 라 정의하면 식(8)과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} V_{R_{x_5}} &= 0 \\ V_{R_{y_5}} &= r\omega \\ V_{R_{z_5}} &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$V_{C_5} = R_{z,\theta_r} R_{x,90} V_{C_0} \quad (9)$$

$$R_{z,-\theta_r} = \begin{bmatrix} \cos\theta_r & -\sin\theta_r & 0 & 0 \\ \sin\theta_r & \cos\theta_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$R_{x,-90} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} V_{C_{x_5}} &= -d\cos\theta_r+h\cos\theta_r \\ V_{C_{y_5}} &= -d\sin\theta_r+h\sin\theta_r \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} V_{C_{z_5}} &= r\cos(\theta_r)-f \\ V_{R/C} &= V_f - V_c \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} V_{R/C_x} &= d\cos\theta_r-h\cos\theta_r \\ V_{R/C_y} &= r\omega+d\sin\theta_r-h\sin\theta_r \end{aligned} \quad (14)$$

$$V_{R/C_z} = -r\cos(\theta_r)+f$$

회전하는 캠의 중심에서 바라본 롤러의 상대속도를 구하기 위해 V_c 성분을 좌표계4에 대해 나타내어 동일한 좌표계로 표시되어야 하므로 식(9)과 같이 좌표변화를 수행하여 식(12)와 같이 V_c 를 나타낸다. 회전하는 캠의 중심에서 바라본 롤러의 상대속도 $V_{R/C}$ 는 식(13)과 같이 V_R 과 V_C 의 차와

같고 이를 정리하면 식(14)와 같다. 캠과 롤러가 접촉상태를 유지하기 위해서는 $V_{R/C}$ 와 캠과 롤러의 접촉점은 수직한 상태를 유지해야한다. 그러므로 좌표계4의 원점에서 $V_{R/C}$ 에 수직한 선이 롤러 표면과 만나는 점이 접촉점으로 구해진다. 이를 식(1)에 대입하면 캠의 중심좌표계 x_0, y_0, z_0 좌표계에 대한 캠의 접촉점이 나오게 되고 여기에 캠이 z_0 를 축으로 θ_c 만큼 회전하게 되면 접촉점은 역으로 회전하는 것과 같으므로 z_0 에 대해 $-\theta_c$ 만큼 회전하는 것과 같으므로 캠의 전체 형상좌표는 식(15)과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} x_c &= \cos\theta_c x_0 + \sin\theta_c y_0 \\ y_c &= -\sin\theta_c x_0 + \cos\theta_c y_0 \\ z_c &= z_0 \end{aligned} \quad (15)$$

3. 캠 설계 프로그램의 적용예

캠 설계를 위해 먼저 중동절의 운동이 결정되어야 한다. 적용예를 위해 변위선도는 Table. 1에 제시된 것과 같이 정의하면, 변위, 속도 및 가속도 성분들의 그래프는 Fig. 5와 같이 나타난다.

Table. 1 Displacement curves for a cam design

sec-tion	cam angle (°)	follower angle (°)	curve type
1	0~80	dwll	
2	80~170	90 rise	Full cycloidal
3	170~250	dwll	
4	250~320	90 rise	
5	320~360	dwll	Full cycloidal

캠의 형상설계를 위한 캠과 중동절의 치수는 캠의 기초원의 반경을 111mm로, 중동절의 트래트(Turret)의 반경을 45mm로 하며 캠의 상단과 하단의 높이는 35mm로 하고 캠과 중동절의 트래트 중심간의 거리를 x, y, z 축으로 각각 -45mm, 115mm, 0mm로 정하고 중동절의 롤러의 반경을 6mm로, 롤러의 높이는 12mm로 두고 롤러의 개수는 6개로 정하고 형상설계를 수행한다.

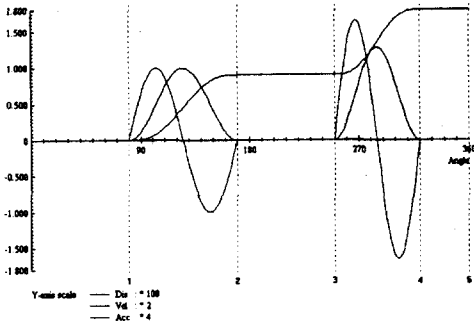


Fig. 5 Displacement, velocity and acceleration curves of the cam mechanism

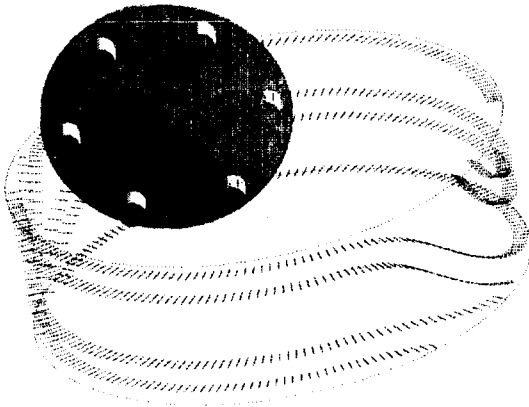


Fig. 6 Combined shape of the designed cam and the follower

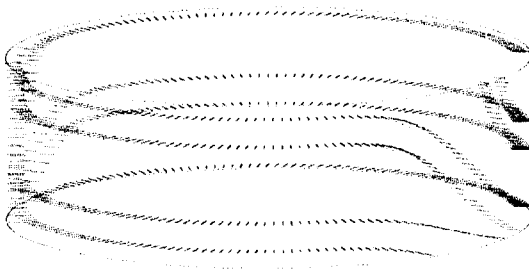


Fig. 7 Shape of the designed cam

Fig. 6은 본 논문에서 제안된 결정법을 이용하여 작성한 캠 형상설계 프로그램에 의해 설계된 원통 캠과 롤러 종동철의 모습을 보여주는 그림이며 Fig. 7은 설계된 상대속도법을 이용하여 구한 접촉점들

의 모습을 보여주는 그림이다.

4. 결론

원통 캠에 대하여 종동철의 상대속도를 이용한 캠의 형상설계를 위한 이론식을 전개하고 형상 설계 전용 프로그램을 작성하여 적용하였다. 본 연구에서 제시된 방법은 정확한 엄밀해(Exact solution)를 제시하며, 형상설계를 위한 관련 식들이 간단하고 반복 계산없이 한번의 계산으로 이루어진다. 또한, 원반 캠 뿐 아니라 원통 캠과 종동철의 여러 형태에 대해 동일한 방법으로 형상설계가 이루어진다. 본 논문에서 제시된 캠 기구의 형태 이외에 대해서도 동일한 방법으로 형상 설계가 가능하므로 매우 응용성이 높고 설계자동화 시스템 구축을 위한 CAD 프로그램의 개발에 유용하며 다른 기구나 요소의 설계 또는 그들의 조합적인 설계에도 유용하게 적용되리라 본다.

참고문헌

1. G.H. Martin, "Kinematics and Dynamics of Machines", McGraw-Hill, pp. 20~152, 1982.
2. J.E. Shigley, J.J. Uicker, "Theory of Machines and Mechanisms", McGraw-Hill, pp. 226~241, 1980.
3. F.Y. Chen, "Mechanics and Design of Cam Mechanisms", PERGAMON PRESS, pp. 1~14, 1982.
4. J.Y. Liu, H.S. Yan, "Surface Geometry of Variable Pitch Cylindrical Cams with Conical Meshing Elements", Transactions of the ASME, Vol. 116. pp. 862~866, 1994.
5. H.S. Yan, H.H. Chen, "Geometry Design of Globoidal Cams With Generalized Meshing Turret-Rollers", Journal of Mechanical Design, Vol. 118. pp. 243~249, 1996.
6. 강동우, "다축제어용 원반 캠과 원통 캠의 복합기구의 설계 자동화에 관한 연구", 박사학위논문, 창원대학교, 2000.