

# 탄성지지부를 갖는 로봇시스템의 제어

이선\*, 이호길(한국생산기술연구원), 이세현(한양대학교)

## Control of Robot System on the Elastic Base with Uncertainty

S. Lee\*, H. G. Lee(KITECH), S. H. Rhee(Hanyang University)

### ABSTRACT

This paper presents a study on the position tracking control of robot system on the uncertain elastic base. The elastic base is modeled as a virtual robot which has passive joints and the control strategy is using approximate Jacobian operators. Jacobian operators represent the overall robot system including base movement. However, because we don't know the base movement we can't estimate the jacobian operators directly. The control algorithm is proposed which uses only Jacobian operators of a real robot as approximate Jacobian operators. The measured errors from external sensor are compensated by approximate Jacobian operators. The simulation results of a single-axis robot system show that the control strategy can be used for position tracking.

**Key Words** : External Sensor(외계 센서), Jacobian Operator(자코비안 연산자), Approximate Jacobian(근사 자코비안), Elastic Base(탄성지지부), Base Uncertainty(지지부 불확실성)

### 1. 서론

로봇은 그동안 산업용, 특히 제조업 분야에서 널리 사용되어 왔으나, 최근 들어서는 점차 비제조업, 비산업용 분야에서도 사용이 확산되기 시작하였다. 비제조업 및 비산업용 분야에 사용되고 있는 로봇은 AGV나 Mobile Platform위에 장착되어 사용되는 경우가 많이 있다.

수직 철골 용접 로봇 시스템과 같은 경우, 로봇은 경량의 레일 위를 주행하며 철골주위를 용접하게 된다. 이러한 경량의 레일 지지부는 로봇의 움직임으로 인해 진동과 같은 미지의 변위를 발생시키기 쉬우며, 이 미지의 변위는 로봇의 End-effector의 위치 추종에 오차를 발생시킨다.

이러한 미지의 로봇 거동에 관한 연구로는 로봇 지지부의 불확실성에 관한 것보다는 주로 로봇팔의 불확실한 모델링에서 발생하는 오차에 대한 연구나 링크나 관절의 진동으로 야기되는 특성, 제이거의 불안전성 보상 등에 관한 연구가 주로 이루어 졌다. 그 방법으로 적응제어나[1,2,3] 신경회로망[4,5]을 이용한 로봇의 제어에 관한 연구 등이 있다.

지지부에 탄성이 있다면 로봇본체의 위치가 지지부의 동특성에 의해 결정되기 때문에 구속조건은 적

분향을 포함하는 이른바 nonholonomic system이 되어 문제가 단순하지 않다. 본 논문에서는 가상적인 다관절 로봇을 도입함으로써 holonomic 문제로 변환시킬 수 있다. 이러한 가상 로봇을 이용하여 모델링한 후 시스템의 특성을 고려하여 자코비안 연산자를 정의하고, 자코비안 연산자를 써서 외계센서로부터 나오는 End-effector의 위치오차를 각 관절의 변위를 배분하여 제어를 한다. 이 때 자코비안 연산자는 로봇 자체의 운동과 지지부의 미지변위에 모두 관여하여 목표위치로의 수렴을 보장하도록 만들어진다. 이러한 외계센서에 의한 목표 추종성의 확보는 비제조업 로봇 분야 외에도 카메라의 떨림 방지나 자동차의 액티브 서스펜션 등과 같은 타 분야에도 많은 응용이 가능할 것으로 기대된다.

### 2. 지지부가 불확실한 로봇의 제어

#### 2.1 가상 링크를 이용한 모델화

Fig. 1과 같이  $p$ 개의 회전관절로 구성된 매니퓰레이터와 Uncertainty를 가지고 있는 지지부를 같은  $p$ 개의 자유도를 가지는 가상 로봇으로 모델링하였다. 모든 관절과 링크는 강체이며, 각 가상 로봇의 관절은 수동관절(탄성변형과 마찰만이 작용)이라고

가정한다. End-effector의 임의의 점S의 위치와 자세각을 작업좌표계에서 본 벡터형식으로 표현하여  $z$ 라하고, 그 차원도 이론전개의 편리성을 위해  $p$ 라고 하자. 이때  $z$ 는 base에서 본 위치 벡터  $x_1$ 과 지지부의 변위(가상로봇 관절의 탄성 변위)  $x_2$ 의 함수로서, 탄성 변위를 고려한 동차변환 (homogeneous transformation)을 통해 다음과 같이 표현된다.

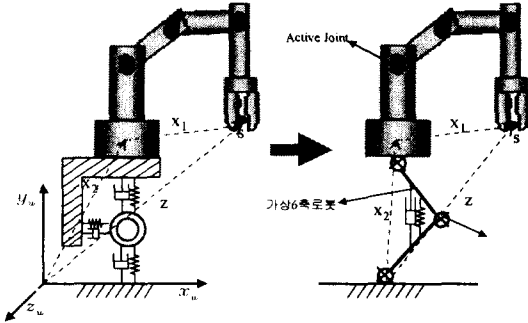


Fig. 1 Modeling of robot base uncertainty

$$z = h(x_1, x_2), \quad z \in R^{p \times 1}$$

$$z = h(\theta, q), \quad z \in R^{p \times 1} \quad (1)$$

$$x_1 = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p]^T$$

$$x_2 = [q_1, q_2, \dots, q_p]^T \quad (2)$$

여기서  $q_i$ 는 가상로봇 관절의 탄성변위이다.

## 2.2 탄성링크 로봇의 동역학모델과 구조특성

시스템의 운동에너지는  $\dot{\theta}, \dot{q}$ 의 함수이고, 가상로봇관절의 탄성변위에 대한 탄성에너지만을 고려하여 Hamilton의 변분원리를 적용하고 선형모델로 표현하면 다음과 같은 형태의 운동방정식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{12}^T & R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (3)$$

$$Q^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Q \end{bmatrix}, \quad \Omega^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Omega \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Q > 0, \quad Q \in R^{p \times p}$$

$$\Omega = \text{diag}\{w_1^2, w_2^2, \dots, w_p^2\}, \quad \Omega \in R^{p \times p}$$

$$u = [\tau_1, \dots, \tau_p]^T \text{ 단, } I \text{는 } R^{p \times p} \text{인 단위행렬.}$$

식(3)을 살펴보면 실제 로봇과 가상로봇의 각 관절의 변위는 관성행렬을 통해 이루어지게 된다는 점이다. 다시 말해서 실제 로봇의 운동은 관성항의 간섭을 통해 가상로봇의 운동이 야기된다는 것을 의미하며, 가속운동이 없다면 가상로봇의 운동도 발생하지 않는다.  $2p$ 개의 자유도를 갖는 강체로봇에 관한 holonomic 문제로 변환되었다.

## 2.3 자코비안 연산자

End Effector의 작업좌표상의 위치벡터  $z_e$ 는 식(1)과 유사하게

$$z_e = h(\theta, q) \quad (4)$$

라 정의할 수 있다. 이것은 시각 등 외부센서에 의해 측정되는 위치이다. End Effector의 목표벡터를  $z_d$ 라 할 때 이에 대응되는 유일해 관절목표  $z_d = [\theta_d^T, q^T = 0]^T$ 가 존재하는 영역은 아래와 같이 정의할 수 있다.

$$z_d \in \varepsilon, \quad \varepsilon = \{z \mid \det(\partial h / \partial \theta) \neq 0\}$$

위 조건과  $q=0$ 를 도입함으로써 대응되는  $\theta_d$ 는 적당한 영역 내에서 유일하게 결정될 수 있다(가상로봇이 움직이지 않고 고정되어 있다고 가정하면 실제로봇과 같은 조건이다).

$z_e$ 부근에서 미소변위  $\delta z$ 를 이동하면 다음과 같이 자코비안을 써서 표현할 수 있다.

$$z = J_\theta \theta + J_q q \quad (z \equiv \delta z, \theta \equiv \delta \theta, q \equiv \delta q) \quad (5)$$

$$\text{단 } J_\theta = \left[ \frac{\partial h}{\partial \theta} \right]_{\theta = \theta_d, q = 0}, \quad J_\theta \in R^{p \times p}$$

$$J_q = \left[ \frac{\partial h}{\partial q} \right]_{\theta = \theta_d, q = 0}, \quad J_q \in R^{p \times p}$$

여기에서  $J_\theta, J_q$ 는 상수를 요소로 하는 자코비안 행렬로 각각 관절운동과 탄성거동(가상로봇의 관절운동)에 관련된다. 실제로  $J_q$ 는 가상로봇의 기하학적 관계이므로 자코비안 계산뿐만 아니라 완전한 벡터  $q$ 를 추정하는 것도 불가능하다. 제어에 이용할 수 있는 유일한 방법으론 자코비안 행렬을 근사한 이른바 근사 자코비안 행렬뿐이다. 여기서 적당한 근사 자코비안을 개발하기 위해 식(6)로 정의되는 연산자를 도입하도록 한다.

$$z(t) \equiv F[\theta(t)] \quad (6)$$

이것을 앞으로 자코비안 연산자(Jacobian operator)라 부르기로 한다. 이 자코비안 연산자는 다음의 동력학적인 관계를 고찰함으로써 도출되어진 것이다.

로봇 지지부 변위 실제 로봇의 운동에 수반되는 부차적인 동적 운동으로서 간주되기 때문에,  $q$ 는  $\theta$ 에 대한 미분 또는 적분을 포함하는 연산자로 다시 표현할 수 있다. 앞 절의 모델설명에서도 밝혔듯이, 방정식(3)의 제2열로부터 이 관계를 확인할 수 있다.

식(3)와 식(5)을 Laplace변환하여 다음의 표현을 얻을 수 있다.

$$z(s) = F(s)\theta(s), \quad (8a)$$

$$F(s) = J_\theta - s^2 J_q [s^2 R_{22} + sQ + \Omega]^{-1} R_{12}^T \quad (8b)$$

여기에서  $F(s) \in C^{p \times p}$ 는 아래 특징을 가지고 있다.

- 행렬  $F(s)$ 는 proper하며 안정된 극을 갖는 전달함수로 구성되는 행렬이다.

-  $F(s)$ 의 제1항  $J_\theta$ 는 실제 매니플레이터의 자코비안 행렬에 대응된다.

-  $F(s)$ 의 제2항은 가상로봇관절의 탄성 운동의 영향을 나타낸다. 이것은 각 관절의 가속도에 의해 야기된다

#### 2.4 근사 자코비안 연산자와 외계센서 귀환제어법

전달함수행렬  $F(s)$ 는 부분분수행렬로 나눌 수 있다. 이 부분분수 전달함수행렬에 대응하는 부분연산자를 정의함으로써, 자코비안 연산자  $F$ 또한 부분연산자의 합으로 표현할 수 있다.

만약 우리가 제어하고자하는 모드에 관련되는 설계 자코비안 연산자를  $F_c$ 로, 나머지 모드에 관련되는 잔여연산자를  $F_R$ 이라 한다면 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$z = z_c + z_r, \quad z_c = F_c \theta, \quad z_r = F_R \theta \quad (9)$$

이때,  $F$ 는 유한연산자이므로, 부분연산자  $F_c, F_R$  또한 유한연산자이다.  $F_c$ 는, 실제 매니플레이터의 외계센서귀환에서의 자코비안 행렬과 같이 제어기에 직접 연산하는 근사 자코비안 연산자이고,  $F_R$ 은 제어기 속의 연산과정에서 무시되는 잔여연산자로 간주하자.

만일  $F(s)$ 의 지배적인 유한개의 부분전달함수로 구성되는  $F_c(s)$ 를 선택한다면, 대응되는 근사 자코

비안 연산자  $F_c$ 는 쉽게 구할 수 있어, 실제 매니플레이터의 외부센서귀환과 같이 on line 제어입력을 생성시킬 수 있다. 근사 자코비안 연산자는 자코비안 행렬과 달리 탄성모드의 근사 설계에 관계없이  $p \times p$ 의 정방행렬이어서 종래의 제어이론과 연결이 용이하며, 안정된 극을 갖는 선형연산자이기 때문에 보다 치밀한 제어기 설계도 가능하다는 특징이 있다.

외계센서 귀환제어기를 실제 매니플레이터의 PD 제어기와 유사하게 아래와 같이 설계하도록 하자.

$$u = -F_c^* K z - G_v \dot{\theta} \quad (10)$$

여기서  $F_c^*$ 는 공역 근사 자코비안 연산자,  $K, G_v$ 는 positive definite인 귀환 이득행렬이다. 제1항은 시각 센서와 같은 외계센서 위치 귀환, 제2항은 시스템 안정화를 위한 내부센서귀환 즉 관절속도를 이용한 감쇄항이다.

#### 2.5 근사 자코비안 연산자의 선정조건

공역 근사 자코비안 연산자  $F_c^*$ 는 매니플레이터 운동에 지배적인 전달함수를 고려하여 설계함이 중요하다. 제어기설계에 있어서 제어계가 목표위치에 도달하기 위해 구비해야 할 최소한의 조건은 다음 lemma로 주어진다. 우선 여기서 이용할 적분연산자를 정의하자.

$$C_1 \equiv C \int_0^t (\cdot) d\tau, \quad C \equiv F_c^* K \quad (11)$$

단,  $K$ : 임의의 상수행렬 (constant matrix)

**Lemma.:**

$C_1 F_R$ 이 유한연산자가 되기 위한 필요충분조건은  $F_c$ 가  $J_\theta$  즉, 실제 매니플레이터의 자코비안 행렬을 포함하는 것이다.

이 lemma의 조건은 제어기 설계 시 자코비안 연산자에 실제 로봇의 자코비안 행렬  $J_\theta$ 를 포함시켜야 잔여성분이 유한 값을 갖게 된다는 것을 의미하며, 이것은 다음절에서 논의하는 귀환제어의 안정조건에 중요한 역할을 한다.(증명생략)

## 2.6 외계센서 위치귀환제어

### Theorem : 폐회로시스템의 안정성

운동방정식(4)과 제어식 (10)에 의해 구성되는 폐회로시스템에 대해

- (1)  $C_1 F_R$ 이 유한연산자,
- (2)  $K > 0$ ,  $G_v > 0$ 라고 하자

이때 충분히 큰 관절속도 이득  $G_v$ 에 대해

시간  $t \rightarrow \infty$ 에서  $z \rightarrow 0$ ,  $q \rightarrow 0$  즉, 점근안정이다.

여기에서 고찰한 제어기는 근사 자코비안 연산자임에도 불구하고 정리의 간단한 조건만을 만족시킨다면 시스템의 안정성이 보장된다는 사실을 시사하고 있다. 물론 폐회로 시스템의 안정성은 관절속도 귀환 항과 지지부 내부의 구조 감쇄항에 의존하고 있기는 하지만, 근사 자코비안 연산자의 선정여부에 의해 제어성능 향상도 가능하다.(증명생략)

### Corollary 1

실제 로봇 자코비안 행렬을 이용하는 PD 제어를,

$$u = -J_0^T K z - G_v \dot{\theta}, \quad K > 0, \quad G_v > 0 \quad (12)$$

로 설계하였을 때, 충분히 큰 속도이득에 대하여 폐회로 시스템은 점근 안정이다.

공역 근사 자코비안 연산자로 전치 자코비안 행렬을 채용하는 제어기는 아주 간단하면서도 안정된 시스템이 실현된다. 실제 로봇은 마치 가상로봇의 위치변화를 보상하듯이 운동하기 때문에 End Effector의 위치는 안정화시킬 수 있다.(증명생략)

## 3. 1자유도 로봇에의 적용

### 3.1 모델링

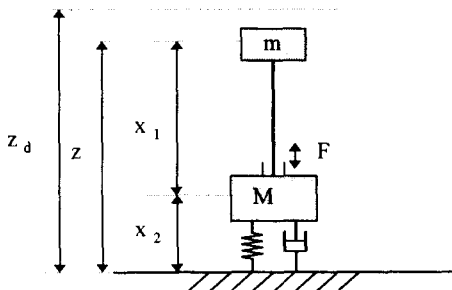


Fig. 2 Modeling of 1 D.O.F. robot base uncertainty

그림 2와 같이 작업 좌표계에서의 End-effector 위치가  $Z$ , 목표위치가  $Z_d$ ,  $x_1$ 은 로봇의 변위,  $x_2$ 는 지지부의 탄성변위 즉 가상로봇의 변위라고 하자. 이때의 운동방정식은 Lagrangian Equation으로부터

$$m\ddot{x}_1 + m\ddot{x}_2 = F$$

$$m\ddot{x}_1 + (m + M)\ddot{x}_2 + Kx_2 = 0$$

가 얻어진다. 지지부의 마찰력을 고려한다면,

$$\begin{bmatrix} m & m \\ m & m + M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

이 된다. 이 모델로부터 지지부와 로봇이 관성항에 의한 간섭이 일어남을 알 수 있다. 또한 실제 로봇과 가상 로봇의 Jacobian을 살펴보면,

$$z = J_1 x_1 + J_2 x_2 \quad (14)$$

과 같이 된다.

### 3.2 Control(PD제어)

제어의 관심은 가상로봇의 변위(지지부의 탄성변위)가 있더라도  $z$ 를 목표  $z_d$ 에 일치시키도록 제어하는 것이다. 이를 위해서 완전 귀환 제어를 다음과 같이 구성할 수 있다.

$$F = -K_p J^T (z - z_d) - K_D J^T (\dot{z} - \dot{z}_d)$$

$J$ 를 대신하여 로봇의 자코비안  $J_1$ 을 근사 자코비안으로 이용한 제어식을 다음과 같이 구성한다.

$$F = -K_p J_1^T (z - z_d) - K_D J_1^T (\dot{z} - \dot{z}_d)$$

### 3.3 안정성 증명

증명 : 식(13)의 양변에 관성행렬의 역행렬을 곱하면

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{C}{M} \\ 0 & \frac{C}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{K}{M} \\ 0 & \frac{K}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{M+m}{Mm} \\ -\frac{1}{M} \end{bmatrix} F \quad (15)$$



#### 4. 결론 및 향후 연구 계획

시뮬레이션 결과로부터 미지 변위를 갖는 지지부 위의 로봇 시스템이 전체적으로 보았을 때 지지부의 변형을 보완하면서 목표위치에 수렴하고 있음을 알 수 있다. End effector의 위치만을 측정할 수 있다면, 지지부와 Robot system의 변위의 합으로 나타나는 End effector의 위치를 지지부의 변화에 상관없이 제어 할 수 있는 것이다. 즉 지지부의 변위를 측정하지 않고도 Robot system의 자코비안만으로 전체 오차를 분배하여 보정할 수 있으며, 그 안정성 또한 증명하였다. 다자유도를 가지는 경우에도 지지부의 불확실한 변위를 다축로봇의 자코비안만을 사용하여 제어 루프를 구성하면, 최종의 End effector의 위치측정(Laser vision sensor 등)만으로 위치 추종이 가능하다고 본다.

향후 1 자유도를 갖는 로봇의 경우에 관한 실험을 통하여 추종성을 확인하여 볼 예정이며 다축의 경우에도 이러한 제어법을 적용해 볼 예정이다.

이러한 제어법의 사용으로 불확실한 지지부를 갖는 어떠한 시스템의 경우 지지부에 대한 복잡한 해석을 수행하지 않고도 쉽게 제어기 설계가 가능하게 될 것이다.

#### 참고문헌

1. J.-J. E. Slotine and W. Li, "Adaptive manipulator control," IEEE Trans, Automatic Control, vol. 33, no. 11, pp. 995-1003, 1988.
2. J. J. Craig, Adaptive control of mechanical manipulators, Addison-Wesley, 1988
3. M. W. Spong, "On the Robust control of Robot Manipulators", IEEE Trans. Automatic Control, vol. 37, no. 11, pp. 1782-1786, 1992
4. G. Feng, "Improving Tracking Control for Robots using Neural Network Compensator for Uncertainties of Robotic Manipulators", IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 39, No. 6 pp. 565-570, 1992
5. C. Kwan, F. L. Lewis, Dawson, "Robust Neural-Network Control of Rigid-Link Electrically Driven Robots", IEEE Trans. Neural Network, vol. 9, no. 4, pp. 581-588, 1998
6. Takegaki, M., Arimoto, S., "A New Feedback Method for Dynamic Control of Manipulators," Trans. ASME J. of DSMC, Vol.103, pp.119-125, 1981.
7. H.G. Lee, H. Kanoh, S. Kawamura, F. Miyazaki, S.

- Arimoto, "Distributed Parameter Systems: Modeling and Simulation," Elsevier Science Publishers B.V., pp.345-352, 1989.
8. H. G. Lee, F. Miyazaki, S. Arimoto, "PDS control of Flexible Multi-Link Manipulators," SICE, Vol.33, pp.479-486, 1989. (in Japanese)
9. S. M. Joshi, "Robustness Properties of Collocated Controllers for Flexible Spacecraft," J. of Guidance, Vol.9, No. 1, pp.85-91, 1986.
10. F. Matsuno, "Mechanical Softness: Link Flexibility," J. of Robotics Society of Japan, Vol.17, No.6, pp.778-781, 1999. (in Japanese)
11. T.Yoshikawa, Hosota, "A Modeling of Flexible Arms using Virtual Rigid Links and Unactuated Joints," SICE, Vol.27, No.12, pp.1389-1395, 1991. (in Japanese)
12. H. B. Hablani, "Constrained and Unconstrained Model: Some Modeling Aspect of Flexible Space Craft," J. of Guidance and Control, Vol.5, No.2, 1982.
13. M. Vidyasagar, Input and Output Analysis of Large-Scale Interconnected Systems, Springer-Verlag, 1981.
14. Meirovich, Analytical Method in Vibrations, The Macmillan Company, 3rd printing, 1971.