

## 갠트리 크레인의 3차원 동특성에 관한 연구

이성섭<sup>\*</sup>(부산대 대학원 지능기계공학과), 이형우(부산대 대학원 지능기계공학과),  
박찬훈(한국기계연구원 자동화연구부), 박경택(한국기계연구원 자동화연구부),  
이만형(부산대 기계공학부)

### The Study of 3-Dimension Dynamic Characteristics of Gantry Crane

S. S. Lee(Mech. Eng. Dept., PNU), H. W. Lee(Mech. Eng. Dept., PNU), C. H. Park(Auto. Dept., KIMM),  
K. T. Park(Auto. Dept., KIMM), M. H. Lee(Mech. Eng. Dept., PNU)

#### ABSTRACT

The sway motion of the spreader during and after movement causes an efficiency problem of position control in unmaned gantry crane. The objective of this research is to investigate the phenomenon that the load is taken by the sway motion of crane. For deriving the dynamic equations related to the swing motion of crane, we introduced a conception of spring and damper in the upper part of the crane. During the crane and trolley is driving along the velocity profile, the swing motion of the spreader and crane will be simulated. The simulation result of the equation of motion using the Runge-Kutta method is presented in this paper. And we will show an effect of the swing of the crane in this research.

**Key Words** : Gantry Crane, Sway, Runge-Kutta Method

#### 1. 서론

크레인은 항만에서 최고 40~60톤 컨테이너 화물을 이송하는 경우에 사용되는 매우 유용한 핸들링 장비이다. 케이블의 끝에 고리가 있는 천장크레인이 산업현장에 사용된다. 운반물이 공중에서 이동하므로 운송경로나 운반물을 취급하는 위치의 자유도가 높다. 그러므로, 이동시 매달린 부하의 자유롭게 흔들린다. 크레인을 이용한 이송과정은 컨테이너를 들어올리는 동시에 가속을 하고 일정지점까지 등속으로 움직이다가 목표지점의 일정위치 근처에서 감속과 동시에 물건을 내리는 일련의 동작으로 이루어져 있다. 그리고 로프를 이용한 운송방식이기 때문에 운송에 따른 운반물의 흔들림 발생을 피할 수 없다. 이러한 흔들림은 부하의 정확한 위치 결정에 어려움을 주게 되고, 또한 부하 흔들림이 불규칙하게 된다. 먼 장비에 손상, 수게 된다.

기존의 크레인은 컨테이너의 이송을 로프 구동에

의해서 수행한다. 즉 일반적으로 로프를 컨테이너에 걸고 이것을 감아 올림으로써 컨테이너를 들어 올리고 반대로 감아 내림으로써 컨테이너를 내려놓는다. 이는 기구적으로 매우 단순할 뿐만 아니라 매우 큰 하중의 컨테이너도 쉽게 다룰 수 있다는 장점이 있다. 그러나 로프는 수평방향의 외란 및 컨테이너의 관성력을 지지할 수 없으므로 컨테이너의 취급중에 발생하는 흔들림이 반드시 발생하며 이 흔들림을 얼마나 신속히 감쇠시키느냐가 크레인 제어의 핵심이 되어왔다. 흔들림의 감쇠를 위해서 흔들림 발생시에 컨테이너에 묶여있는 로프의 장력의 변화를 측정해서 그 장력을 적절히 조절해서 흔들림을 억제 혹은 미리 막아 보려는 노력이 진행되고 있다. 트롤리의 가속도를 조절해서 흔들림을 억제하려는 노력을 비롯해서 다양한 방식의 시도 또한 활발히 이루어져 오고 있다.

크레인이 하역 작업을 할 때 예측불허한 외란이 발생한다. 예를 들면 바람에 의한 크레인의 흔들림

과 크레인과 트롤리 이동중 발생하는 흔들림, 그리고 높이에 따른 크레인의 고유진동 등 여러 가지 외란이 스프레더의 작업시 흔들림에 영향을 미친다. 크레인의 흔들림각은 작을지 모르지만 거대한 구조물의 대해서는 이러한 영향을 무시할 수가 없다.

본 연구에서는 외부의 영향에 의해 크레인이 횡방향과 종방향으로 흔들릴 때의 크레인 시스템을 3차원으로 모델링하고, 스프레더가 받는 영향을 나타내고자 한다. 크레인의 이동시에 발생하는 크레인의 흔들림을 스프링과 댐퍼 개념을 도입하여 나타낸다. 실제적인 유연구조를 해석하기 위한 첫 단계로 1차 모드에 대해서 모델링을 한다. 여기서 크레인과의 트롤리는 서로 횡방향과 종방향으로 독립적으로 이동하며 이동시 로프의 길이는 고정된 것으로 가정한다. 크레인과의 트롤리의 이동은 일반적인 사다리꼴 속도프로파일을 주고 이에 맞게 이동하도록 제어된 상태에서 크레인의 흔들림과 스프레더의 흔들림각에 대해 시뮬레이션한다. 그리고 이 크레인의 흔들림이 스프레더의 흔들림각에 어느 정도의 영향을 미치는가를 검토한다.

## 2. 운동방정식

### 2.1 크레인 모델링

본 논문에 이용된 크레인의 모델이 Fig. 1에 도시되어 있다. 여기서, 크레인의 흔들림을 나타내기 위해 스프링과 댐퍼개념을 도입한다. 또한 로프의 질량과 부하의 회전관성은 무시하고, 트롤리 이동중 로프의 길이는 일정하다고 가정한다. 여기서, 크레인과의 구동부는 힌지로 연결이 되어 있고 크레인 흔들림각을 크레인의 최상층부를 기준으로 한다. 그리고, 라그랑제 방정식에 의해 운동방정식을 유도한다.

### 2.2 운동방정식 유도

Fig. 1에 보여진 모델의 운동방정식을 구하기 위해 라그랑제 방정식을 이용한다. 로프는 강체 링크로 보고, 크레인과의 트롤리 이동시 마찰이 없다고 가정하고 초기는 고정된 상태이다. Lagrangian은 다음과 같다.

$$L = T - V \quad (1)$$

여기서,  $L$  = Lagrangian,  $T$  = 운동에너지 그리고  $V$ 는 위치에너지를 나타낸다.

크레인과의 트롤리, 부하에 대한 운동에너지를 구하면 아래와 같다.

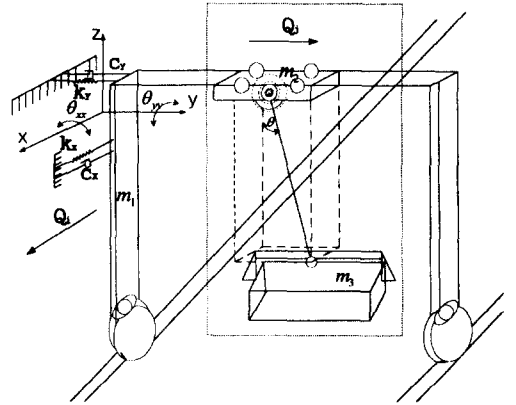


Fig. 1 Gantry crane system

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{1}{2} I_x \theta_{xx}^2 + \frac{1}{2} I_y \theta_{yy}^2 + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{x}^2 \\ T_2 &= \frac{1}{2} m_2 \dot{y}^2 \\ T_3 &= \frac{1}{2} m_3 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 + \dot{z}_1^2) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $I_x$ ,  $I_y$ 는 크레인 시스템에 대한 질량관성모멘트이고  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ 는 각각 크레인, 트롤리 그리고 부하의 질량을 나타내고,  $\theta_{xx}$ ,  $\theta_{yy}$ 는 크레인의  $x$ ,  $y$  방향에 대한 흔들림 각이다. 부하의 위치에 대한 변위와 크레인의 흔들림에 대한 변위를 포함하여 아래 식에서 보여진다.

$$\begin{aligned} x_1 &= x + l \cos \theta_y \sin \theta_y - p \sin \theta_{yy} \\ y_1 &= y + l \sin \theta_y + p \sin \theta_{xx} \\ z_1 &= -l \cos \theta_y \cos \theta_x - (p - p \cos \theta_{xx} \cos \theta_{yy}) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,  $p$ 는 크레인의 높이이며  $l$ 은 로프의 길이  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ 는 부하의 흔들림 각이다. 그리고 각 부분에 대한 위치에너지를 구하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} V_2 &= -m_2 g p (1 - \cos \theta_{xx} \cos \theta_{yy}) \\ V_x &= \frac{1}{2} k_x \theta_{xx}^2 \\ V_y &= \frac{1}{2} k_y \theta_{yy}^2 \\ V_3 &= -m_3 g l \cos \theta_x \cos \theta_y - m_2 g p (1 - \cos \theta_{xx} \cos \theta_{yy}) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서,  $V_2$ ,  $V_3$ 는 트롤리와 부하의 위치에너지이며  $V_x$ ,  $V_y$ 는 스프링에 의한 위치에너지를 나타낸다.

$$R_x = \frac{1}{2} c_x \theta_{xx}^2 \quad (5)$$

$$R_y = \frac{1}{2} c_y \theta_{yy}^2$$

여기서, R은 Rayleigh 소산 함수로 정의하며 댐퍼에 대한 에너지를 나타낸다. 위의 식(1)-(5)를 이용해 Lagrangian L을 구하여 식 (6)의 라그랑제 방정식에 대입한다.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \quad (6)$$

여기서  $Q_i$ 는 비보존력으로 크레인과 트롤리의 구동시에 가해지는 동력을 나타낸다.

각 변수  $x, y, \theta_x, \theta_y, \theta_{xx}, \theta_{yy}$ 에 대해 운동방정식을 식(6)을 이용하여 유도한다. 본 논문에서 운동방정식을 유도하기 위해 Mathematica 프로그램을 사용한다.

### 2.3 운동방정식의 선형화

본 논문에서는 실제적인 경우에 대한 비선형 동역학 모델을 선형화하여 크레인 시스템의 거동을 확인한다. 흔들림 진폭이 작은 경우 즉,  $|\theta| \ll 1$  일 때는  $\sin \theta \approx \theta$ ,  $\cos \theta \approx 1$  을 만족한다. 따라서 프로그램을 이용하여 얻은 결과를 선형화하면 아래와 같다.

For  $X$  :

$$-2lm_3\theta_y\ddot{\theta}_x\dot{\theta}_y + M\ddot{x} + m_3\ddot{x} + lm_3\ddot{\theta}_x - lm_3\theta_x\ddot{\theta}_4\dot{\theta}_y - pm_3\ddot{\theta}_{yy} = Q_i \quad (7)$$

For  $Y$  :

$$(m_2 + m_3)\ddot{y} + m_2\ddot{y} + pm_3\ddot{\theta}_{xx} + lm_3\ddot{\theta}_y = Q_j \quad (8)$$

For  $\theta_x$  :

$$\ddot{x} + l\ddot{\theta}_x - p\theta_x\theta_{xx}\ddot{\theta}_{xx} - p(1 + \theta_x\theta_{yy})\ddot{\theta}_{yy} + 2p\theta_x\theta_{xx}\theta_{yy}\dot{\theta}_{xx}\dot{\theta}_{yy} - 2l\theta_y\dot{\theta}_x\dot{\theta}_y + g\theta_x = 0 \quad (9)$$

For  $\theta_y$  :

$$-\theta_x\theta_y\ddot{x} + \ddot{y} + 2p\theta_x\theta_{xx}\theta_{yy}\dot{\theta}_{xx}\dot{\theta}_{yy} + p(1 - \theta_y\theta_{xx})\ddot{\theta}_{xx} + l\ddot{\theta}_y + p(\theta_x\theta_y - \theta_y\theta_{yy})\ddot{\theta}_{yy} + g\theta_y = 0 \quad (10)$$

For  $\theta_{xx}$  :

$$pm_3\ddot{y} + 2lpm_3\theta_x\theta_y\theta_{xx}\dot{\theta}_x\dot{\theta}_y - lpm_3\theta_x\theta_{xx}\ddot{\theta}_x + (I_x + p^2m_3)\ddot{\theta}_{xx} + lpm_3(1 - \theta_y\theta_{xx})\ddot{\theta}_y + p^2m_3\theta_{xx}\theta_{yy}\dot{\theta}_{yy} + k_x\theta_{xx} - gpm_3\theta_{xx} - gpm_2\theta_{xx} = 0 \quad (11)$$

For  $\theta_{yy}$  :

$$pm_3\ddot{x} + 2lpm_3(1 + \theta_{yy})\theta_y\dot{\theta}_x\dot{\theta}_y - lpm_3\ddot{\theta}_x - lpm_3\theta_x\theta_{yy}\ddot{\theta}_x + p^2\theta_{xx}\theta_{yy}m_3\ddot{\theta}_x + lpm_3(\theta_x\theta_y - \theta_y\theta_{yy})\ddot{\theta}_y + (I_y + p^2m_3)\ddot{\theta}_{yy} = 0 \quad (12)$$

여기서  $Q_i, Q_j$ 는 크레인과 트롤리에 가해지는 힘이다.

### 3. 시뮬레이션

본 논문에서 사용된 파라미터 값들은 Table 1과 같다. Table 1에서 스프링상수와 댐핑계수는 크레인 최상층부가 최대 150mm의 흔들림을 가지도록 하기 위해 설정하였다. 즉 크레인 구조물의 강성이 최대 진폭 150mm를 갖도록 스프링계수와 댐핑계수를 조정하였다.

Table 1 Crane system parameter

$m_1$	330000 kg	$k_x$	$3 \times 10^8$ N·m/rad
$m_2$	30000 kg	$k_y$	$1.5 \times 10^8$ N·m/rad
$m_3$	40000 kg	$c_x$	$1 \times 10^5$ N·m·s/rad
$p$	20 m	$c_y$	$1 \times 10^5$ N·m·s/rad
$g$	$9.81$ m/s <sup>2</sup>	$I_x$	$1.76 \times 10^7$ kg·m <sup>2</sup>
$l$	9.8 m	$I_y$	$1 \times 10^7$ kg·m <sup>2</sup>

### 3.1 크레인과 트롤리의 구동

크레인과 부하의 흔들림을 시뮬레이션하기 전에 크레인과 트롤리의 운동경로를 준다.

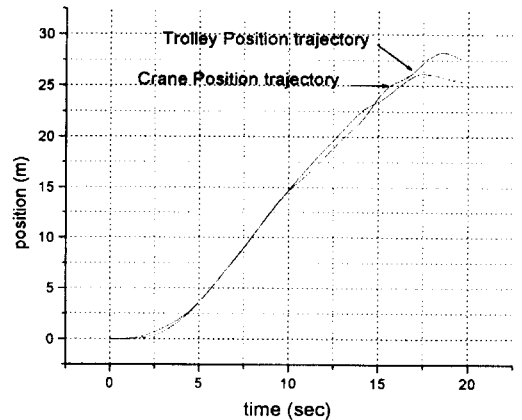


Fig. 2 Position trajectory of crane and trolley

특정 위치경로를 정하여 이 경로를 추종할 때의 흔들림을 관찰한다. 이동경로는 크레인이 25m, 트롤리는 27.5m를 각각 18초와 20초에 이동한다. 이를 위해 비례-미분 제어기를 사용하고 룬지-쿠타 방법을 통하여 시뮬레이션한다. Fig. 2는 이동경로에 대한 추종능력을 나타낸다. 크레인과 트롤리가 주어진 시간에 거의 맞게 일정경로를 이동하였음을 보여주고 있다.

### 3.2 크레인과 부하의 흔들림

크레인과 부하의 흔들림 시뮬레이션은 Table 1에 기재된 변수들을 사용하여 룬지-쿠타 방법을 통해 구현한다. 크레인의 흔들림이 있는 경우와 없는 경우에 대한 부하의 흔들림을 표현한다. Fig. 3은 크레인의 주행방향 ( $\theta_{yy}$ )과 트롤리의 주행방향 ( $\theta_{xx}$ )에 대한 흔들림을 나타내고 있다. 트롤리 주행방향에 비해 크레인 주행방향의 흔들림이 훨씬 큰 것을 알 수 있다. 이는 크레인 주행방향 흔들림은 이동 중에 계속해서 부하의 흔들림에 영향을 미치고 있고, 트롤리 주행방향 흔들림은 트롤리가 감속하는 시점에서만 영향을 미치고 있다는 것을 보여준다. 그리고 Fig. 4, 5는 크레인 흔들림 유무에 따른 부하의 흔들림을 나타내고 있다. 여기서 부하의 흔들림은 크레인의 흔들림에 대해 영향을 받고 있음을 보여준다. 본 연구에서는 크레인의 상층부의 흔들림을 최대 150mm로 가정하고 시뮬레이션을 하였으나, 이 이상의 흔들림이 발생할 경우에는 보다 큰 영향이 부하의 흔들림에 작용할 것이다.

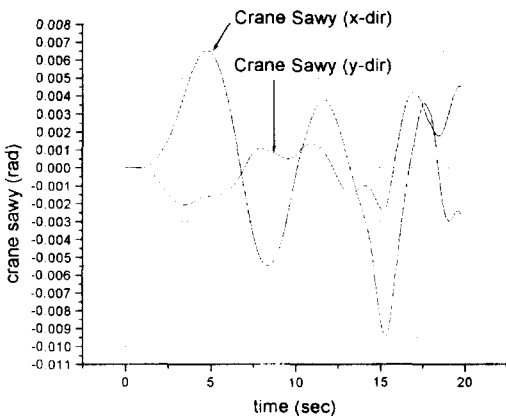


Fig. 3 Sway motion of the crane

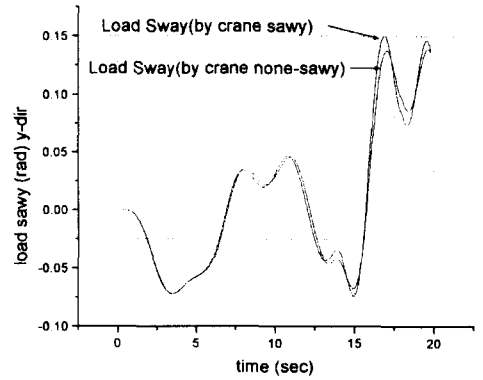


Fig. 4 Sway motion of the load (y-dir)

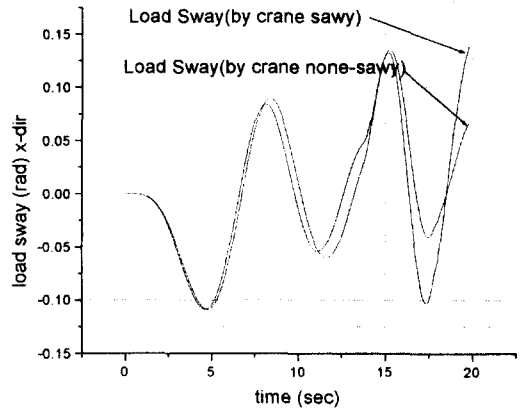


Fig. 5 Sway motion of the load (x-dir)

## 4. 결론

본 논문에서는 크레인의 흔들림이 부하의 흔들림에 주는 영향을 연구하였다. 크레인 시스템을 3차원으로 모델링하여 운동방정식을 유도하였다. 그리고, 선형화 된 운동방정식을 시뮬레이션하여 크레인의 흔들림에 대한 부하의 흔들림 영향을 연구하였다. 크레인과 트롤리는 속도 프로파일에 맞게 가속, 등속, 감속 순으로 일정 거리를 이동하고 있다. 크레인 구동시 감속구간에서 크레인 흔들림이 커지고 있음을 보였다. 결과적으로 부하의 흔들림이 트롤리와 크레인의 감속구간에서 영향을 가장 많이 받고 있음을 알 수 있다. 본 논문에서는 이러한 크레인의 흔들림에 대한 모델링과 부하가 받는 영향을 연구하였다. 향후 본 논문에서 제시한 모델링에 대해 부하의 흔들림을 제어할 것이며, 나아가서 크레인 시스템을

고차 모드로 실제 시스템에 맞게 모델링하여 부하의 흔들림에 대한 제어를 연구할 것이다.

## 후기

본 연구는 해양수산부 및 과학기술부에서 시행하는 연구개발사업인 중점국가과제(첨단항만핵심기술 개발)내용의 일부입니다.

## 참고문헌

1. Kamal A. F. Moustafa and A. M. Ebeid, "Nonlinear Modeling and Control of Overhead Crane Load Sway," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, ASME, Vol. 110, pp. 266-271, SEPTEMBER 1990.
2. Ho-Hoon Lee, "Modeling and Control of a Three-Dimensional Overhead Crane," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, ASME, Vol. 120, pp. 471-476, DECEMBER 1998.
3. Hidekazu NISHIMURA, Hideaki TANEMURA and Kenzo NONAMI, "Gain-Scheduled Positioning Control for Varying Rope Length in Travelling Crane," *日本機械學會論文集(C編)*, 제62권, 제599호, pp. 2692-2698, 1996-7.
4. 한국기계연구원 "무인 갠트리 크레인 설계 및 제어 기술 개발," 2차년도 최종보고서, 2000.
5. Donald T. Greenwood, "Principles of Dynamics" second edition
6. Richard L. Burden, J. Douglas Faires, "Numerical Analysis" fifth edition