

이 부과된 변위에 대해 복원력을 측정하며 측정된 복원력을 가지고 step-by-step으로 동적 지배 미분방정식을 수치적으로 풀어 실험을 진행해 나가는 방법이다. 유사 동적 실험에서의 수치적분 방법은 explicit 방법과 implicit 방법이 널리 사용되고 있으며, explicit 방법은 다시 중앙차분법 및 explicit Newmark 방법등이 있으며 explicit Newmark 방법이 반올림오차의 정도가 중앙차분법보다 양호한 이유로 실제 유사동적 실험에서 많이 이용되고 있다. 최근에는 수치적 계산에 드는 노력에도 불구하고 해의 안정성과 바람직한 에너지 소산특성⁽⁸⁾ 때문에 implicit 방법에 의한 유사 동적 실험기법에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다.

따라서 본 연구에서는 implicit 방법 중에서 α -Method에 관한 기본 알고리즘 고찰 및 RC교각을 모델로 해서 간단한 simulation test를 통해 input parameters에 관한 고찰을 하고자 한다.

2. Implicit Time-Integration Algorithm.

2.1 개요

유사동적실험은 구조물의 내진 성능을 평가하기 위해서 on-line 컴퓨터 제어 실험이며 stiff 다자유도 구조물과 substructure 실험을 위해 여러 가지 implicit time-stepping 알고리즘은 최근에 개발되었다. 이들 알고리즘의 대부분은 Hilber et al.에 의해 제안된 α -Method에 기초하고 있다. implicit 알고리즘의 발달사를 간략히 정리하면 다음과 같다.

i) Thewalt and Mahin이 비선형 다자유도 구조물의 실험을 위해서 hybrid-digital-analog 접근 방법에 기초한 수치적 반복과정이 없는 implicit 알고리즘을 최초로 개발하였으며 이는 Hilber et al.에 의해서 개발된 α -Method에 근거하고 있다. 그림 1.의 explicit Newmark β 방법과 비교해 보면 explicit Newmark β 방법의 변위 $d_{i+1} = d_i + \Delta t v_i + (1/2 - \beta)a_i + \beta \Delta t^2 a_{i+1}$ 이 오로지 이전 step의 값으로만 결정되는 반면에 이 알고리즘에서는 변위 d_{i+1} 은 다음의 식과 같이 결정된다.

$$d_{i+1} = d_i + \Delta t v_i + (1/2 - \beta)\Delta t^2 a_i + \beta \Delta t^2 B a_g + \beta \alpha \Delta t^2 M^{-1} r_i - \beta(1 + \alpha)\Delta t^2 M^{-1} \boxed{r_{i+1}} \quad (1)$$

위의 식에서 r_{i+1} 을 제외한 모든 항은 이전 step에서 결정이 되며 r_{i+1} 값은 변위제어 loop에서 아날로그 전자장치를 이용해서 측정된 feedback voltages를 사용하여 결정한다. d_{i+1} 이 발달된 복원력의 연속적인 feedback에 기초한 복원력 r_{i+1} 값에 의해 결정이 되기 때문에 위의 식은 implicit 해를 나타낸다. 이 알고리즘은 아날로그 전자장치 및 servo-hydraulic control system의 성능에 의해서 실험결과가 영향을 받기 때문에 explicit방법보다 언급하는 것이 어렵다.

ii) 고주파수 성분을 가진 구조물의 구조분할기법 실험을 위해서 Nakashima et al.이 "Operator-Splitting Method"라 불리는 무조건적 안정 알고리즘을 성공적으로 개발하였다. 이것은 Hilber et al.에 의해 제안된 기법에 근거하고 있다. 이 방법은 predictor-corrector 접근 방법에 근거하고 있고, 정확한 해를 얻기 위해서 수치적 반복과정이나, 아날로그 전자장치도 필요로 하지 않는다.

iii) 위에서 언급한 implicit 알고리즘의 발달에 영감을 받아서 심각한 strain softening을 나타내는 구조물 실험을 위해서 Hilber et al.의 α -Method에 근거하여 Shing et al.이 α -C Method를 개발하였으며, 이 알고리즘은 Thewalt and Mahin의 방법과 유사하지만 이 방법은 가장 전통적인 implicit 알고리즘을 사용할 수 있다는 것이고 복원력 r_{i+1} 이 아날로그 전자장치 대신에 구조물의 초기강성을 이용한 수치적 반복계산에 근거하여 결정된다는 것이다. 이 알고리즘의 장점은 이중변위제어시스템을 활용하는 것이며, 즉 hydraulic actuator의 internal and external displacement transducers를 이용하는 것이며, 이 알고리즘에 대해서는 다음절에 상세히 설명하였다.

2.2 α -C method

본 연구에서 채택한 pseudo-dynamic test를 위한 수치적분법은 Hilber, Hughes, and Taylor에 의

해서 제안된 α 방법에 기초해서 Shing에 의해 개발된 ' α -C Method'이며, Newmark' β 방법과 본질적으로 동일하지만 운동방정식은 다음과 같이 수정된다.

$$M a_{i+1} + (1+\alpha)Cv_{i+1} - \alpha Cv_i + (1+\alpha)\gamma r_{i+1} - \alpha r_i = (1+\alpha)f_{i+1} - \alpha f_i \text{-----(1)}$$

$$d_{i+1} = d_i + \Delta t v_i + \Delta t^2 [(1/2 - \beta) + \beta a_{i+1}] \text{-----(2)}$$

$$v_{i+1} = v_i + \Delta t [(1-\gamma)a_i + \gamma a_{i+1}] \text{-----(3)}$$

여기서, M 과 C 는 질량 및 감쇄값을, d_i , v_i , a_i : Δt 에서의 변위, 속도, 가속도값을, Δt : 적분시간간격을, γ_i : 복원력값을, f_i : 지진하중값을, i 는 time-step을 나타낸다.

여기서 α , β , γ 는 이 알고리즘의 수치적 특성을 지배하는 parameters 들이며 위의 알고리즘이 무조건적 안정을 이루기 위해서는 α , β , γ 는 다음의 값을 가져야 한다⁽⁹⁾.

$$-0.5 \leq \alpha \leq 0, \quad \beta = (1+\alpha)^2/4, \quad \gamma = (1/2 - \alpha)$$

위의 (1)~(3)식에서 (2)식의 a_{i+1} 및 (3)식의 v_{i+1} 을 (1)식에 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$\bar{M} d_{i+1} = \bar{M} \hat{d}_{i+1} - \Delta t^2 \beta (1+\alpha) r_{i+1} \text{-----(4)}$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } \bar{M} \hat{d}_{i+1} = & \bar{M} [d_i + \Delta t v_i + \Delta t^2 (1/2 - \beta) a_i] \\ & + \Delta t^2 \beta [(1+\alpha) f_{i+1} - \alpha f_i - C v_i - (1+\alpha)(1-\gamma)\Delta t C a_i + \alpha r_i] \text{-----(5)} \end{aligned}$$

$$\bar{M} = M + (1+\alpha)\gamma \Delta t C \text{-----(6)}$$

(4)식의 d_{i+1} 은 implicit 해를 나타내며, 이전 step의 값으로 결정되는 $\bar{M} \hat{d}_{i+1}$ 과 현재의 복원력 r_{i+1} 의 항으로 구성된다. r_{i+1} 이 d_{i+1} 에 의존하기 때문에, 만약 해석되어질 구조물의 정확한 강성을 명확하게 알 수 없다면, 변위응답은 수치적 반복과정에 의해 평가되어야 할 것이다. 따라서 위의 식은 $\bar{M} d_{i+1}^{(k)} = \bar{M} \hat{d}_{i+1} - \Delta t^2 \beta (1+\alpha) r_{i+1}^{(k)} + \bar{M} e_{i+1}^{R(k)}$ -----(7)

여기서 k 는 iteration index를, $e_{i+1}^{R(k)}$ 는 수렴(convergence) error를 나타낸다. (4)식으로부터 (7)식을 뺀식에 $\Delta r_{i+1}^{(k)} = K \Delta d_{i+1}^{(k)}$ 를 대입하면 $\Delta d_{i+1}^{(k)}$ 를 위한 다음과 같은 식을 얻는다.

여기서 K 는 변위증가를 위한 secant stiffness를 나타낸다.

$$K^* \Delta d_{i+1}^{(k)} = -\bar{M} e_{i+1}^{R(k)} \text{-----(8)}$$

$$\text{여기서, } K^* = \bar{M} + \Delta t^2 \beta (1+\alpha) K \text{-----(9)}$$

$\| \bar{M} e_{i+1}^{R(k)} \| \leq \epsilon$ 의 조건을 만족해야 하며 ϵ 은 preset tolerance limit이다.

유사동적실험에서는 secant or tangent stiffness가 명확하게 알려져 있지 않기 때문에, K 는 초기강성값을 사용한다. α -C 알고리즘의 수렴조건은 $\bar{M} e_{i+1}^{R(k)}$ 가 $k \rightarrow \infty$ 로 갈 때 0에 접근해야 하는 것이다. 즉, $\lim_{k \rightarrow \infty} \bar{M} e_{i+1}^{R(k)} = 0$ -----(10)

(10)식의 조건을 가지고 유도되는 α -C 알고리즘의 수렴을 위한 충분조건은 다음과 같다.

$$\hat{K}_{i+1}^{*(k)} = \bar{M} + \Delta t^2 \beta (1+\alpha) K_{i+1} > 0 \text{-----(11)}$$

발산(divergence) 검토를 위해 (11)식에 $\hat{K}_{i+1}^{*(k)}$ 의 좌·우에 $(\Delta d_{i+1}^{(k)})^T$ 와 $\Delta d_{i+1}^{(k)}$ 를 곱하고 $\Delta t^2 \beta (1+\alpha) (\Delta d_{i+1}^{(k)})^T M \Delta d_{i+1}^{(k)}$ 로 일반화시키면 다음의 식을 얻는다.

$$Q_{i+1}^{(k)} = \frac{1}{\Delta t^2 \beta (1+\alpha)} + \frac{(\Delta d_{i+1}^{(k)})^T K_{i+1}^{a(k)} \Delta d_{i+1}^{(k)}}{(\Delta d_{i+1}^{(k)})^T M \Delta d_{i+1}^{(k)}} \text{-----(12)}$$

여기서 $K_{i+1}^{a(k)} \Delta d_{i+1}^{(k)} = \Delta r_{i+1}^{(k)}$ 로 치환하고 위의 (11)식에서 $\hat{K}_{i+1}^{*(k)}$ 의 값이 양의 값을 가져야 하

$$\text{므로 } Q_{i+1}^{(k)} = \frac{1}{\Delta t^2 \beta (1 + \alpha)} + \frac{(\Delta d_{i+1}^{(k)})^T \Delta r_{i+1}^{(k)}}{\theta (\Delta d_{i+1}^{(k)})^T M \Delta d_{i+1}^{(k)}} > 0 \quad \text{----- (13)}$$

$\Delta r_{i+1}^{(k)}$ 는 두 개의 연속적인 반복 간격사이에 있는 복원력의 증가이며, $\Delta d_{i+1}^{(k)}$ 는 변위증가분이다. 발산검토를 위해서 $Q_{i+1}^{(k)} > Q_L$ 이어야 하며 Q_L 은 0보다 큰 값이 요구되는 사용자 지정값이다. (가령, 0.01과 같은 값) 위의 (13)식은 Δt 를 위한 또 하나의 다음과 같이 유도되는 조건식을 만들어준다.

$$\Delta t \leq \frac{1}{\sqrt{\beta (1 + \alpha) (Q_L - (w_{i+1}^{(k)}))^2}} \quad \text{----- (14)}$$

$Q_{i+1}^{(k)} > Q_L$ 을 만족하지 않으면 유사동적프로그램은 자동으로 멈추며 time step은 (14)식에서 허용된 최대값으로 바뀐다. 발산 검토가 끝나면 d_{i+1} 과 r_{i+1} 값이 마지막 반복과정에서 얻어진 값으로 바뀐다. 즉, $d_{i+1} = d_{i+1}^{k+1}$ $r_{i+1} = r_{i+1}^{k+1}$ ----- (15)

위의 (15)에의 d_{i+1} 과 r_{i+1} 값을 가지고 a_{i+1} 및 v_{i+1} 값을 다음의 식에 의해 바꾼다.

$$a_{i+1} = \frac{[(1 + \alpha)f_{i+1} - \alpha f_i - CV_i - (1 + \alpha)(1 - \nu)\Delta t Ca_i - (1 + \alpha)\gamma_{i+1} + \alpha \gamma_i]}{[M + (1 + \alpha)\gamma \Delta t C]} \quad \text{----- (16)}$$

$$v_{i+1} = v_i + \Delta t [(1 - \gamma)a_i + \gamma a_{i+1}] \quad \text{----- (17)}$$

(13)식에서 감소계수 β 는 각 반복단계에서 변위증가에 적용하는 0과 1사이의 값을 가지는 과도변위의 가능성을 줄이기 위한 사용자 입력 계수이다. 이러한 time-stepping 계산과정을 가지는 유사동적실험에서 얻어지는 응답의 정확성은 선택된 허용오차에 의해 지배된다. (10)식에 의해서 계산되는 $\Delta d_{i+1}^{(k)}$ 의 값이 변위허용오차 Δd^n 보다 충분히 작다면 수치적 결과의 해를 신뢰할 수 있고, 허용오차 Δd^n 은 $0.06 \Delta d_{\max}$ 보다 크지 않은 값이 추천된다. 여기서 Δd_{\max} 은 그 자유도에서 예상되는 변위 반응의 최대 진폭이다. 따라서 위의 내용을 가지고 유사동적실험을 위한 flow chart를 그리면 그림 2.와 같이 되며 α -C 알고리즘의 실험개요는 그림 3.과 같이 된다.

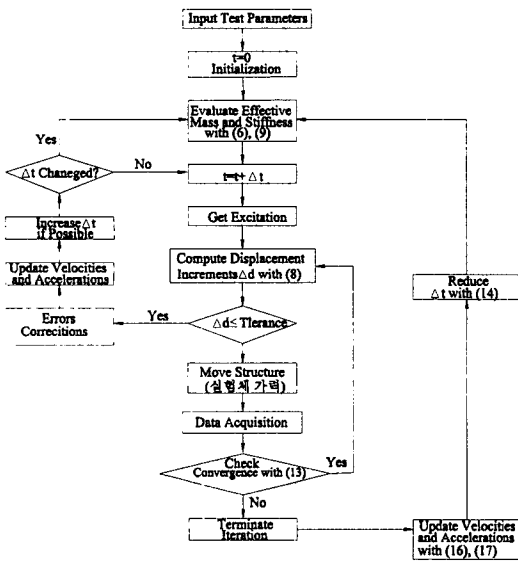


그림 2. α -C 알고리즘의 Flow Chart

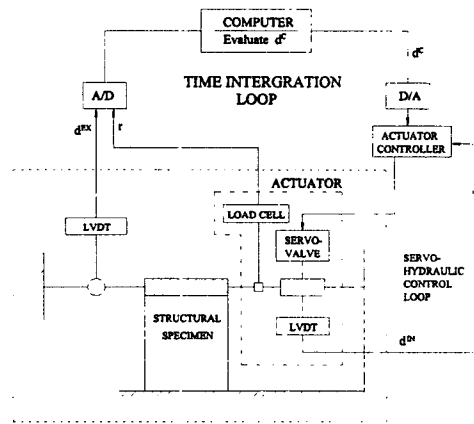
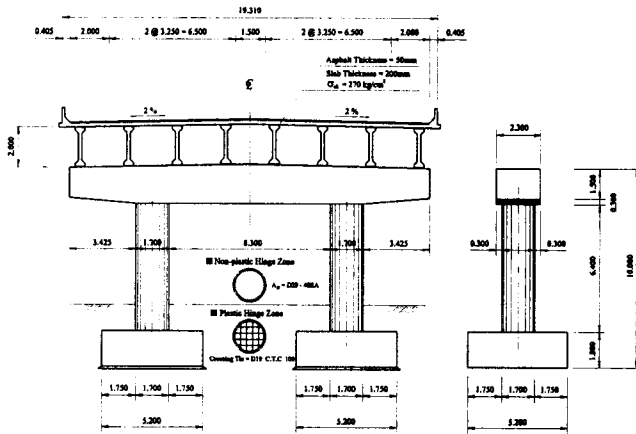


그림 3. α -C방법의 실험 개요

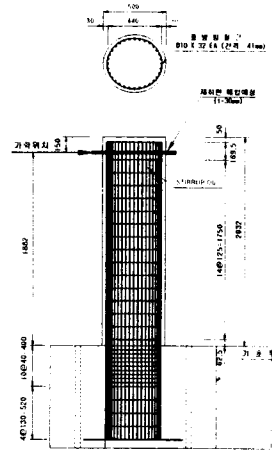
위의 그림 3.에서 외부변위transducers는 수치해의 수렴 검토용으로 사용되며 내부변위 transducers는 servo-control loop의 actuators를 제어하기 위해 사용된다.

3. Numerical Verification

: numerical verification test를 위해서 경기도 수원시에 위치한 내진등급으로 설계된 하갈교를 scale factor 3.4로 하여 modelling 하였다. 아래 그림 4.는 하갈교 단면을 보여주고 있다.



[그림 4.] 수원시 하갈교 단면



[그림 5.] 실험체 단면

모델은 SDOF system으로 모델링 하였으며, 적용된 상사법칙은 표 1.에 보는 바와 같이 길이, 시간에 대해서는 s, 질량에 대해서는 s^3 , 가속도에 대해서는 1/s를 적용하였다. 수치적 simulation을 위한 input parameters는 다음과 같다. 질량은 (18)식과 같이 계산되는 SDOF system의 집중질량을 적용하였다.

$$\text{질량(mass)} = (m_s H_c) / 3 + m \quad \text{-----(18)}$$

실험체의 감쇄비를 얻기 위해 자유진동실험을 수행하였으며 사진 1.은 자유진동실험 광경을 보여주고 있다. 자유진동실험을 통해 측정된 감쇄비는 4.78%이다. 초기강성값은 Monotonic Test를

표 1. scale factor

Quantity	scale factor	하갈교	시험체
Length	s	6.4 m	1.882 m
Diameter	s	1.7 m	0.5 m
Mass	s^3	1,661.32 t	42.27 t
Time	s	0.01	0.002941
Acceleration	1/s	150.92 (gal)	513.128 (gal)

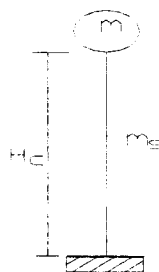


그림 5. SDOF Modelling



사진 1. 자유진동실험광경

통하여 얻었다. 따라서 유사동적 simulation을 위한 input parameters를 정리하면 다음과 같다.

$$K=20.60 \text{ KN/mm}, M=0.0431327 \text{ KN} \cdot \text{sec}^2/\text{mm}, C=0.090114 \text{ KN} \cdot \text{sec}/\text{mm}$$

$$Q_1=0.01, \Delta d^n=1.2\text{mm} \quad (\Delta d_{\max}=20\text{mm})$$

여기서 Δd_{\max} 값은 비내진설계된 RC교각의 SARCF비선형 해석 프로그램을 이용하여 얻은 최대 변위값이다. 해석을 위해 사용된 input ground motion은 일본건설성의 토목연구소가 개발한 Type II의 rock condition에 해당하는 Kaihokus.xy 지진파(0.360g)를 scale down 한 0.154g를 이용하였다.

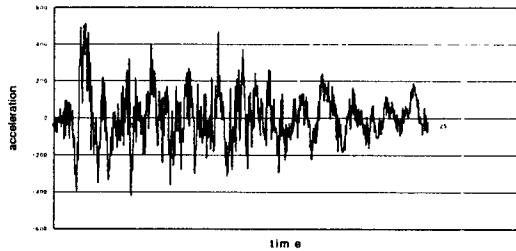


그림 6. Kaihokus.xy(0.154g)

여러 가지 Input parameters를 변수로 하여 simulation을 수행하였다.

i) α 를 variable로 하였을 때

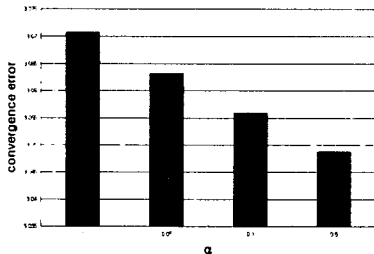


그림 7. α 값에 따른 수렴 error

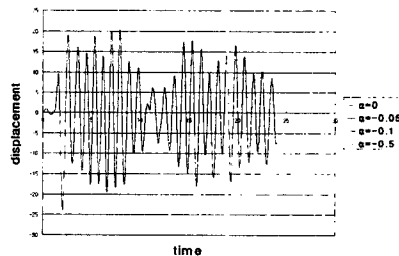


그림 8. α 값에 따른 Time history

α 를 0, -0.05, -0.1, -0.5로하여 simulation을 해 본 결과 α 값이 줄어들수록 수렴 error도 줄어드는 경향을 보였으나 그 차이는 크지 않았으며 시간이력곡선에서 변위값의 저하는 거의 없었다.

ii) Δt 를 variable로 하였을 때

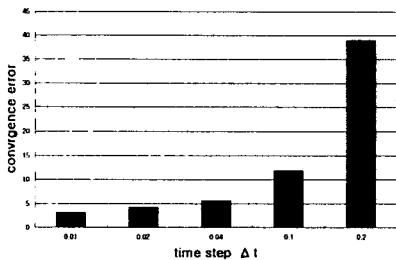


그림 9. Δt 에 따른 수렴 error

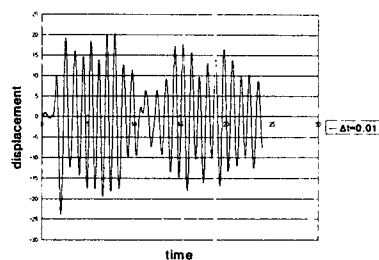


그림 11. $\Delta t=0.01$ 에서의 time history

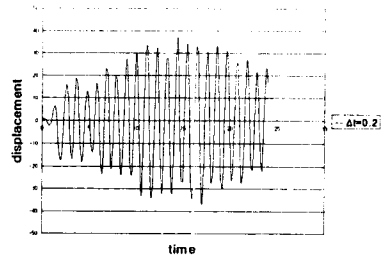
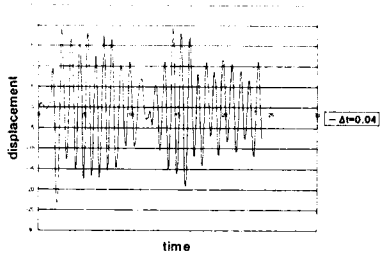


그림 14. $\Delta t=0.04$ 에서의 time history 그림 15. $\Delta t=0.2$ 에서의 time history
 Δt 를 0.01, 0.02, 0.04, 0.1, 0.2로 하여 simulation 해 본 결과 Δt 가 증가함에 따라 수렴 error가 급격히 증가하는 것을 보였으며 $\Delta t=0.2$ 에서 변위파형이 변하는 것을 알 수 있었다.

iii) Q 을 variable로 하였을 때

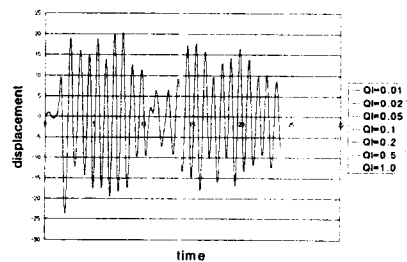
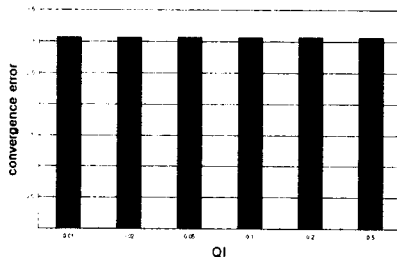


그림 16. Q 에 따른 수렴 error

그림 17. Q 에 따른 time history

Q 값을 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2, 0.5로하여 simulation 해 본 결과 Q 값의 증가에 따른 수렴 error는 변하지 않았으며 time history에서 변위값의 증가도 보이지 않았다.

iv) Δd_n 을 variable로 하였을 때

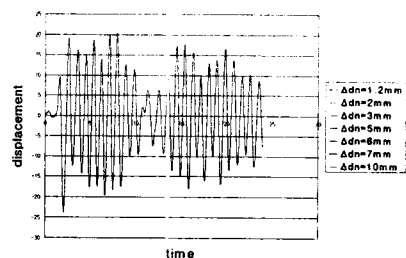
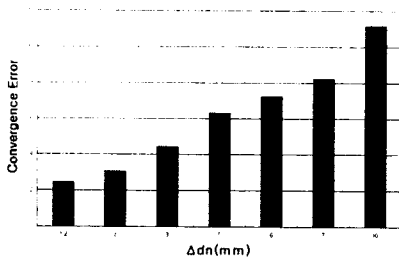


그림 16. Δd_n 에 따른 수렴 error

그림 17. Δd_n 에 따른 time history

Δd_n 을 2, 3, 5, 6, 7, 10mm로 하여 simulation 해 본 결과 수렴 error가 Δd_n 값이 증가할수록 급격히 증가하는 것을 보여주고 있다.

4. 결론

최근의 유사동적 실험은 좀더 복잡하고, 다양한 형태의 구조물 실험을 위해서 explicit 방법의 한계를 극복하기 위한 방안으로 implicit 방법에 대한 연구가 활발히 진행되고 있으며 본 연구에서는 이러한 implicit 방법의 최근의 연구동향을 고찰하여 보았으며, 가장 최근에 개발된 α -C method를 이용하여 중요 parameters에 대한 simulation test를 수행해 본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 탄성범위에서는 α 값의 변화에 따른 수렴 error의 차이는 미미하였고 변위 저하 경향은 거의 없었다. 이는 α 값이 에너지 소산과도 관련된 항이므로 탄성범위에서는 큰 영향을 미치지 않는 것으로 사료된다.
- 2) Δt 값의 증가에 따라 수렴 error는 급격히 증가하는 것을 보여 주고 있으며 Δt 값을 줄이면 수렴 error는 줄어들겠지만 과도한 계산 시간의 문제가 발생하므로 Δt 를 선택할 때에는 충분한 고려를 하고 나서 결정해야 한다.
- 3) Q_r 값에 따른 수렴 error의 영향은 거의 볼 수가 없었다.
- 4) Δd_n 에 따른 수렴 error는 급격히 변화하는 경향을 보였으며 Pui-Shum B. Shing은 일반적으로 탄성영역에서는 예상되는 최대변위의 6%, 비탄성영역에서는 2%정도를 추천하고 있다.

5. 감사의 글

본 연구는 건설교통부(과제번호:970003-4), 한국지진공학센터(과제번호:1997G0402)의 지원 및 1998년도 중앙대학교의 교내 연구기자재 지원사업의 지원을 받아 수행되고 있으며 이에 감사드립니다.

6. 참고문헌

1. 한국도로교시방서(1996), 건설교통부
2. M. J. N. Priestley, F. Seible, G. M. Calvi, "Seismic Design and Retrofit of Bridges", John Wiley & Sons, Inc.
3. Pui-Shum B. Shing and Stephen A. Mahin(1983), "Experimental Error Propagation in Pseudo-Dynamic Testing", Report No. UCB/EERC-83/12
4. Christopher R. Thewalt and Stephen A. Mahin(1987), "Hybrid Solution Techniques for Generalized Pseudo-Dynamic Testing", Report No. UCB/EERC-87/09
5. Pui-shum B. Shing and Stephen A. Mahin(1984), "Pseudo-Dynamic Test Method for Seismic Performance Evaluation: Theory and Implementation", Report No. UCB/EERC-84/01
6. Christopher R. Thewalt and Stephen A. Mathin, "An Conditionally Stable Hybrid Pseudo-Dynamic Algorithm" Earthquake Engineering and Structural Dynamics, VOL.24, 723-731 (1995)
7. Oreste s. Bursi and Pui-shum B. Shing, " Evaluation of Some Implicit Time-Stepping Algorithms for Pseudo-Dynamic Tests " Earthquake Engineering and Structural Dynamics , VOL. 25, 333-355 (1996)
8. Pui-Shum B. Shing, Mani T. Vannan and Edward Cater, " Implicit Time Integration for Pseudo-Dynamic Tests " ,Earthquake Engineering and structural Dynamic, VOL.20, 551-576 (1996)
9. Oreste S Bursi, Pui-shum B. Shing and Zorica Radakovic-Guzina, " Pseudo-Dynamic Testing of Strain-Softning Systems with Adaptive Time Steps " Earthquake Engineering and Structural Dynamics, VOL.23, 745-760 (1994)
10. 才塚邦宏, 伊藤義人 木曹英滋 宇佐美勉, "相似則を考慮したイブリッド地震應答實驗手法に関する考察", 土木學會論文集 No.507/I-30, 179-190, 1995. 1