

바닥하중과 압축력을 받는 플랫 플레이트의 장기거동에 대한 해석적 연구

Numerical Study on Long-term Behavior of Flat Plate Subjected to In-Plane Compressive and Transverse Loads

최 경 규* 박 홍 근**
Choi, Kyoung Kyu Park, Hong Gun

ABSTRACT

Numerical studies were carried out to investigate the long-term behavior of flat plates in basement, subjected to combined in-plane compressive and transverse loads. For the numerical studies, a computer program of nonlinear finite element analysis was modified by adding function of creep and shrinkage analysis. This numerical method was verified by comparison with the existing experiments.

Parametric studies were performed to investigate the strength variations of flat plates with three parameters; 1) loading sequence of floor load, compression and time 2) uniaxial and biaxial compression and 3) the ratio of dead to live load.

1. 서 론

도심지의 대규모 건물들은 주차장 공간을 확보하기 위해 깊은 지하층을 건설하고 있다. 이러한 지하구조의 슬래브에는 바닥하중과 함께 토압 및 수압으로 인한 압축력이 동시에 작용하므로 지하슬래브의 해석 및 설계 시에는 바닥하중에 의한 휨과 압축력에 의한 조합력이 고려되어야 한다(Fig. 1)

면내 압축력과 바닥 하중을 동시에 재하받는 플랫 플레이트에 대한 이전의 연구⁽²⁾에 의하면, 면내 압축력의 크기와 함께 수직 하중에 대한 재하능력 및 처짐이 면내 압축력에 의한 2차 효과를 증가시킴으로써 슬래브의 강도에 큰 영향을 미치는 것으로 밝혀졌다. 이때 크리프와 건조수축에 의한 수직처짐의 증대효과는 면내 압축력에 의한 2차 효과를 크게 증폭시키며 따라서 슬래브의 강도에 매우 큰 영향을 줄 수 있다.

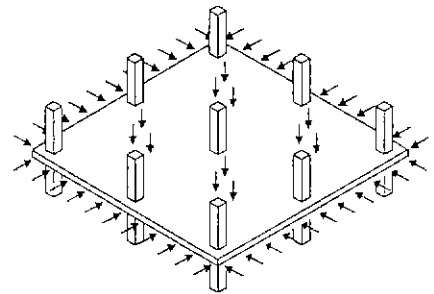


Fig. 1 Flat Plate Subjected to Combined In-Plane Compression and Floor Loads

* 정희원, 서울대학교 건축학과 석사과정

** 정희원, 서울대학교 건축학과 조교수

본 연구에서는 바닥하중과 면내 압축력을 받는 슬래브의 장기거동을 고려할 수 있는 수치해석 방법을 개발하고 수치해석 연구를 실시한다. 이를 위하여 소성이론에 근거해서 개발되었던 기존의 재료 및 기하학적 비선형 유한요소해석 프로그램^(1,4)에 크리프 및 건조수축 등의 장기거동해석 기능을 부여하고, 기존의 실험연구 결과와의 비교를 통하여 개발된 프로그램의 유효성을 검증한다. 그리고 바닥하중과 압축력을 재하받는 플랫 플레이트에 대해 다음과 같은 영향 요소 즉 1) 바닥하중, 압축력, 시간의 재하순서 2) 1축과 2축 압축 3) 고정하중 대 적재하중의 비 등에 따른 슬래브의 강도 변화를 정성적으로 연구하고자 한다.

2. 콘크리트 소성모델

바닥하중과 1축 또는 2축의 면내 압축력을 받는 슬래브의 해석에서 사용되는 콘크리트의 재료 모델에서 고려해야 할 대표적 특징은 다축압축에 의한 강도의 증가와 인장균열이다.

이전 논문에서⁽⁴⁾ 제시된 재료모델은 압축파괴와 인장균열의 다중파괴기준을 사용함으로써 재료의 상이한 두 거동 특성을 모두 표현할 수 있다. 콘크리트는 연계유동법칙 (associative flow)과 등방성경화법칙(isotropic hardening)에 따라 소성 거동을 한다고 가정하며, 압축 및 인장균열파괴기준으로는 Drucker - Prager 모델을 사용하여 다축압축에 의한 강도의 증가와 회전인장균열을 이상화하였다(Fig. 2).

소성모델에서는 응력 증분과 변형도 증분 사이에 (1)식의 구성 관계가 성립한다.⁽⁴⁾ 여기서 D^{sp} 는 소성변형에 의하여 저감(Softening)된 탄성행렬이다.

$$\Delta \sigma = D(\Delta \epsilon - \Delta \epsilon_p) = D^{sp} \cdot \Delta \epsilon \quad (1)$$

3. 시간의존적 거동 해석방법

크리프와 건조수축으로 대표되는 콘크리트의 장기거동은 매우 복잡하며 수치해석면에서 이를 정확히 고려하기 어려우므로, 본 연구에서는 이론적 한계성에도 불구하고 수치해석의 용이성을 위해 재령효과, 영도 변형, 크리프 적응(adaptation), 제하(unloading) 등 장기거동에서의 비선형성을 배제한다. Bazant와 Panul가 개발한 BP 모델⁽³⁾에서 크리프함수는 (2)식과 같다.

$$\mathcal{K}(t, t') = \frac{1}{E_0} + C_0(t, t') \quad (2)$$

$$\epsilon(t) = \int_0^t \mathcal{K}(t, t') d\sigma(t') + \epsilon_{sh}(t) \quad (3)$$

(3)식에서 크리프 변형도는 응력 증분에 의하여 발생하는 크리프 변형도 증가분의 중첩으로 구할 수 있으며, 크리프 함수를 Dirichlet series로 표현함으로써 응력증분 이력에 대해 기억할 필요가 없어진다. 본 연구에서는 재료의 비선형 효과와 시간의존적 효과를 종합하여 시간의존적 소성모델을 제안한다.

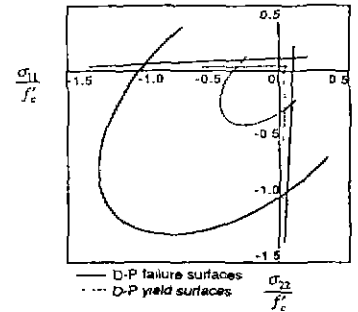


Fig. 2 Drucker-Prager Failure Surfaces in Terms of Plane Stresses

$$\Delta \underline{\sigma} = \underline{D}_{(cr+sh)} (\Delta \underline{\epsilon} - \Delta \underline{\epsilon}_p - \Delta \underline{\epsilon}_{(cr+sh)}) \quad (4)$$

여기서 $\Delta \underline{\epsilon}$ 은 전체 변형도 증분이고 $\Delta \underline{\epsilon}_p$ 은 소성 변형도 증분, $\Delta \underline{\epsilon}_{(cr+sh)}$ 은 크리프와 건조수축 변형도 증분이며 $\underline{D}_{(cr+sh)}$ 은 탄성강성행렬 \underline{D} 에서 E 대신 장기거동을 고려한 유효탄성계수인 $E_{(cr+sh)}$ 를 사용한 강성행렬이다.

외력의 시간 증가분과 내력의 시간 증가분에 대해 가상 일의 원리를 적용한 결과는 아래와 같다.

$$\delta \Delta W_i = \int \delta \Delta \underline{\sigma}^T \cdot \Delta \underline{\epsilon} \, dV = \delta \Delta \underline{u}^T \int \underline{B}^T \underline{D}_{(cr+sh)} (\Delta \underline{\epsilon} - \Delta \underline{\epsilon}_p - \Delta \underline{\epsilon}_{(cr+sh)}) \, dV \quad (5)$$

$$\delta \Delta W_i = \delta \Delta W_e = \delta \Delta \underline{u}^T \cdot \Delta \underline{P} \quad \text{이므로}$$

$$\underline{K} \cdot \Delta \underline{u} = \Delta \underline{P} + \Delta \underline{P}_{(cr+sh)} \quad (6)$$

$$\text{이 때 } \underline{K} = \int \underline{B}^T \underline{D}^{ep}_{(cr+sh)} \underline{B} \, dV, \quad \Delta \underline{P}_{(cr+sh)} = \int \underline{B}^T \underline{D}^{ep}_{(cr+sh)} \Delta \underline{\epsilon}_{(cr+sh)} \, dV$$

이 식에서 $\Delta \underline{P}_{(cr+sh)}$ 는 크리프와 건조수축 변형도에 의한 증가하중이며 $\underline{D}^{ep}_{(cr+sh)}$ 는 E 대신 $E_{(cr+sh)}$ 를 사용한 소성접선강성행렬이다. 응력을 일으키는 변형도 증가분은 $\Delta \underline{\epsilon} - \Delta \underline{\epsilon}_{(cr+sh)}$ 로써 Backward - Euler Iteration^(1,4)을 수행하여 응력증가분 $\Delta \underline{\sigma}$ 와 소성변형도 증가분 $\Delta \underline{\epsilon}_p$ 을 구할 수 있다.

빠르고 안정적인 반복계산의 수렴을 위해 Backward-Euler Scheme에 조율하는 일관접선강성행렬 (Consistent Tangent Stiffness Matrix)^(1,4) \underline{D}^t 를 이용하며, \underline{D}^t 의 유도는 참고문헌 (5)에 소개된 방법을 그대로 사용하되 다만 탄성강성행렬 \underline{D} 대신에 $\underline{D}_{(cr+sh)}$ 를, $\Delta \underline{\epsilon}$ 대신에 $\Delta \underline{\epsilon} - \Delta \underline{\epsilon}_{(cr+sh)}$ 를 사용한다. 이 때 식 (6)의 $\underline{D}^{ep}_{(cr+sh)}$ 는 $\underline{D}^t_{(cr+sh)}$ 로 대체된다.

4. 유한요소 해석 프로그램

바닥하중과 면내 압축력을 받는 슬래브의 시간의존적 해석을 위하여, Bazant⁽³⁾에 의해 수행된 연구결과에 근거하여 본 해석기능에 맞추도록 재구성한 시간의존적 해석기능을 기존의 쉘 해석 전용 프로그램 RcShell^(1,4)에 부가하여 재료적, 기하학적 비선형성 해석 그리고 장기거동 해석이 가능하도록 하였다.

면내 압축력 및 휨을 고려하기 위하여 9 절점의 쉘요소가 사용되었으며 기하학적 비선형을 고려하기 위하여 각 절점의 위치 및 접면의 방향벡터는 변위를 반영하여 계속 갱신된다. 철근은 배근된 면에 대해 균등분포된 재료특성(smearred material properties)을 갖도록 이상화하였다. 쉘요소의 강성 및 내력선정을 위한 가우스적분을 하기 위하여, 면당 9개와 두께방향으로 8개 총 72개의 가우스 점을 사용하였다.

비선형 해석방법으로는 하중제어, 변위제어, 시간제어가 자유롭게 조합되어 어떠한 하중순서 및 조합도 가능하도록 하였다(Fig. 5).

5. 프로그램의 검증

Taylor의 슬래브⁽⁵⁾에 대해 RcShell에 의한 시간해석을 수행하였으며 실험에 사용된 슬래브와 기둥의 치수, 철근비, 재료특성 및 하중조건과 이력은 참고문헌 (5)에 제시되어 있다. 부재는 66개의 쉘요소로 분할하여 해석하였으며 해석결과와 실험결과⁽⁵⁾는 Fig. 3에 제시하였다

그림에 나타나 바와 같이 RcShell에 의한 해석결과는 실험치에 거의 일치하는 것으로 나타났으며 880일이 경과했을 때의 장기변위는 1.83 cm로써 초기변위 0.28 cm의 대략 6.5배에 해당한다.

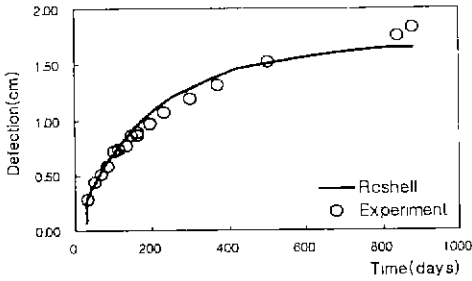


Fig. 3 Deflection History of Taylor Slab

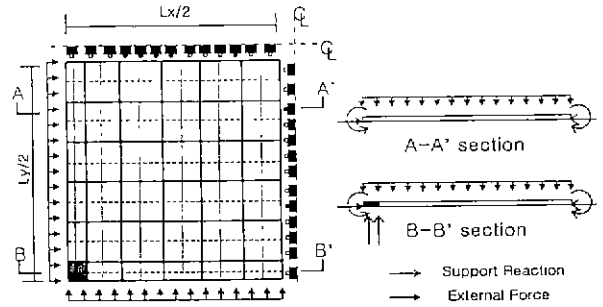


Fig. 4 Finite Element Model of Flat Plate

6. 바닥하중과 압축력을 받는 플랫 플레이트에 대한 연구

바닥하중과 면내 압축력을 받는 플랫 플레이트의 시간의존적 거동을 알아보기 위하여 기존에 연구된 플랫 플레이트 슬래브⁽²⁾에 대하여 크리프와 건조수축의 영향을 포함하는 시간의존적 해석연구를 실시하였다. 해석에 사용된 부재의 치수와 특성은 Table. 1에 요약되어 있으며, 적재하중은 모든 슬래브에 균등재하된다는 가정하에 연속된 플레이트에서의 하중과 지지조건의 대칭성에 의해서 Fig. 4와 같은 축소모델을 이용한다.

Table. 1 Dimensions and Properties of Plate

| L1 (cm) | L2 (cm) | f_c (kg/cm ²) | f_y (kg/cm ²) | Reinforcement ratio* | | Thickness (cm) |
|------------|------------|--------------------------------|--------------------------------|----------------------|--------|-------------------|
| | | | | Top | Bottom | |
| 600 | 600 | 240 | 4000 | 0.01 | 0.01 | 17 |

* Reinforcement bars uniformly distributed at the Top and the Bottom of the plate.

6.1 재하순서의 영향

슬래브의 강도에 미치는 크리프의 영향은 재하순서에 따라 달라진다. 부재는 균등분포 바닥하중과 1축 압축력을 재하받으며 고정하중 만이 크리프를 발생시킨다고 가정하고, 크리프의 영향을 연구하기 위해 동일한 크기의 하중을 세 가지 방식으로 재하하였다. 첫째, 바닥하중(Q) 후 1축 압축력(P)을 가한 즉시하중 조건으로서 참고문헌 2의 해석 결과이다. 두 번째 재하조건은 고정하중(Q1)을 수직재하하고 곧이어 1축 압축력(P)을 가한 후에 시간을 1000 일 경과(T)시킨 뒤 추가로 바닥하중(Q2)을 재하시키는 방식이다. 세 번째 재하조건은 고정하중(Q1)을 수직재하하고 시간을 1000일 경과(T)시킨 뒤 1축 압축력(P)과 추가바닥하중(Q2)을 순차적으로 재하시키는 방식이다(Fig. 5). Q1은 q_0 의 30%로 가정하며 각 재하순서는 각각 Q-P, Q1-P-T-Q2, Q1-T-P-Q2로 기호화한다.

해석결과 $P/P_0 - q/q_0$ 관계곡선은 Fig. 6와 같이 나타나며 이때 P_0 는 단위길이 당 압축 재하능력이고

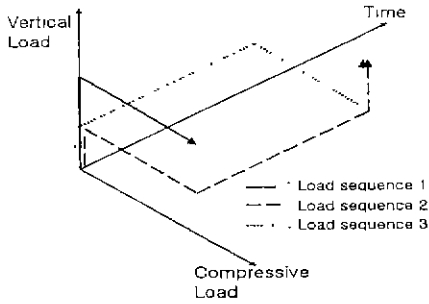


Fig. 5 Load Sequences

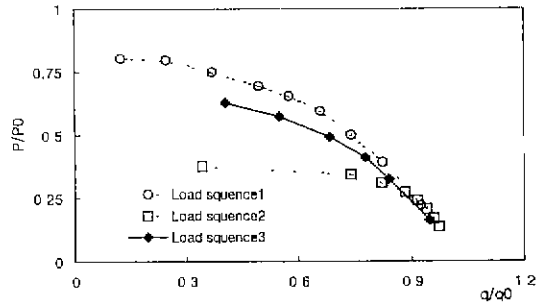


Fig. 6 $P/P_0 - q/q_0$ Curves for Slab

q_0 는 단위길이당 바닥하중 재하능력이다. 두 번째 재하방식에 대한 해석결과에서 크리프 및 건조수축을 고려했을 때 슬래브의 압축력 또는 수직하중 재하능력이 크게 저감된다는 사실을 확인할 수 있다. 특히 압축력이 클수록 수직처짐이 크게 증가하게 되고 슬래브 강도의 저감 정도가 더 큰 것으로 나타났으며, 압축력이 크지 않을 때는 시간경과에 따른 수직처짐의 증가가 작으므로 압축력의 작용에 따른 구속효과가 상대적으로 더 크게 발휘되어 슬래브의 강도가 거의 감소되지 않았다.

또한 두 번째 재하방식이 세 번째 재하방식보다 더 슬래브 강도의 급격한 감소를 야기하는 것으로 드러났다. 두 번째 재하방식에서는 압축력이 처음부터 지속적으로 작용하기 때문에 크리프에 의한 수직처짐의 증대가 곧바로 압축력에 의한 2차효과를 야기함으로써 추가처짐이 발생하고 다시 크리프에 의한 수직처짐이 증가하는 작용이 시간의 전과정에 걸쳐서 반복 진행되기 때문에 수직처짐의 매우 큰 증가와 슬래브 강도의 현저한 감소가 나타난다. 이후의 변수연구는 Q1-P-T-Q2의 재하순서에 따라 수행된다.

6.2 1축 및 2축 압축의 영향

본 절에서는 고정하중을 콘크리트 자중으로 가정하고 1축과 2축 압축력 두 경우에 대한 시간해석을 수행하였다. Fig. 7에 나타난 해석결과 2축 압축이 1축 압축보다 조금 더 결정적 조건임이 확인되었는데 이는 Q1-P에서의 초기처짐의 크기는 두 경우가 거의 유사하지만 시간의 경과에 따른 크리프 및 2차 효과가 2축의 경우에서 더 크게 발휘되기 때문이다.

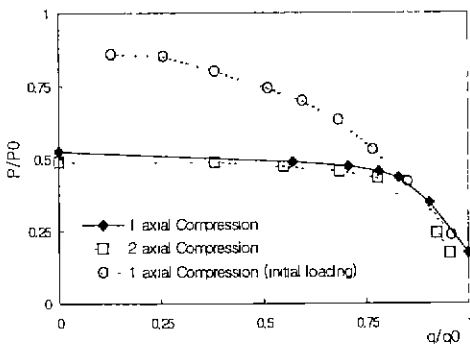


Fig. 7 $P/P_0 - q/q_0$ Curves for 1 axial, 2 axial Compression

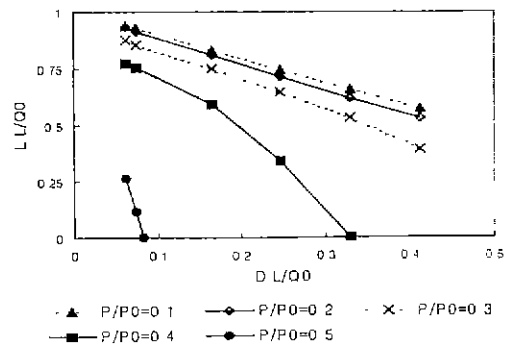


Fig. 8 Vertical Total Forces according to variable $D/L/L$ (2 axial Compression)

6.3 고정하중 대 적재하중의 비

고정하중(Q1)의 비율이 슬래브의 강도에 미치는 영향을 압축력 P/P_0 값의 변화에 따라 해석하였다. 해석결과, 고정하중(Q1)이 증가함에 따라 추가수직재하능력(Q2), 전체 수직재하능력이 감소하며 그 감소비율도 증가하는 것으로 나타나는데 이는 고정하중이 클수록 초기수직처짐이 커지며 그에 따라 크리프효과에 의해 수직처짐이 더 큰 비율로 증폭되기 때문이다. Fig. 8에서 고정하중의 증가에 따라 더 가파른 기울기로 추가수직재하능력이 감소하고 있으며, 면내 압축력이 증가할수록 기울기의 감소경향이 더 분명하게 나타난다.

7. 결 론

본 연구진은 선형이론과 중첩의 원리를 BP 모델에 적용하여 도출된 시간의존적 해석기능을 기존에 소성이론을 근간으로 해서 개발되었던 프로그램에 부가함으로써 기하학적 비선형, 재료적 비선형, 시간해석이 모두 가능한 Shell 해석 프로그램(RcShell)을 수정개발하였다. RcShell의 해석 능력은 Taylor의 슬래브에 대한 실험과의 비교를 통해 검증되었으며 해석 결과는 실험결과와 거의 일치하였다. 면내 압축력과 면외 하중을 동시에 재하받는 플랫 플레이트에 대해 RcShell로 변수연구를 수행하였고 그 결과는 다음과 같다.

- (1) 재하순서 면에서는 Q1-P-T-Q2가 가장 결정적인 재하방식이다.
- (2) 2축 압축력을 재하받을 때가 더 결정적인 하중조건이다.
- (3) 고정하중의 비율이 클수록 슬래브의 강도 감소는 더 크게 일어나는데 그 경향은 면내 압축력이 커질수록 심화된다.

수직하중을 재하받은 슬래브에 압축력이 작용하면 2차효과와 크리프 효과가 동시에 진행됨으로써 처짐이 매우 크게 증폭되며 그 결과 슬래브의 강도는 크게 저감된다. 즉, 크리프에 의해 면내 압축력은 보다 큰 세장효과를 발생시킨다. 따라서 이전에 제시되었던 모멘트 증대법⁽²⁾은 구조물의 장기거동을 고려하여 수정되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

1. 박홍근, "통합방법을 이용한 철근콘크리트 부재의 비선형 유한요소해석", 한국콘크리트학회, 제9권, 2호, 1997. 4
2. 박홍근, "면내 압축력을 받는 플랫 플레이트 슬래브에 대한 모멘트 증대법", 한국콘크리트학회, 제11권, 1호, 1999. 1.
3. Bazant, Z. P. (1982). "Mathematical Models for Creep and Shrinkage of Concrete", Creep and Shrinkage in Concrete Structures, chapter7, pp. 163-256.
4. Park, H., and Klinger, R. E. (1997). "Nonlinear Analysis of RC Members Using Plasticity with Multiple Failure Criteria", Journal of Structural Engineering, 123(5), pp 643-651.
5. Taylor, P. J., and Heiman, J. L. (1977). "Long-Term Deflection of a Reinforced Concrete Flat Slabs and Plates," ACI Journal, Proceeding, 74(11), pp. 556-561