한국항만학회 2000 추계학술대회논문집, pp. 25~31
論 文
A 1-3

퍼지관계방정식을 이용한 계층퍼지분석법에 관한 연구

류형근* · 이철영**

A Study on Hierarchical Fuzzy Process using Fuzzy Relation Equation

H. G. Ryu · C. Y. Lee

Key Words : 퍼지측도(Fuzzy Measure), 계층퍼지분석법(HFP : Hierarchical Fuzzy Process), 퍼지관계방정식(Fuzzy Relation Equation)

Abstract

Recently, Fuzzy theory has been applied in evaluation problem. Fuzzy evaluation based on Fuzzy theory can accommodate fuzziness of judgement with people through introducing Fuzzy measure. Representative Fuzzy evaluation is Fuzzy Integral using Fuzzy measure.

Definite methodology using Fuzzy Integral HFI(Hierarchical Fuzzy Integrals), HFEA(Hierarchical Fuzzy Evaluation Algorithm), HFP(Hierarchical Fuzzy Process), etc.

In this paper, we deal with problem identifying evaluation value using Fuzzy Relation Equation at these Fuzzy evaluation.

We verify relation between Input data and Output data through @-operation and apply this to HFP. And that we verify evaluation value which objects of evaluation are able to possess.

* 정회원, 한국해양대학교 대학원 석사과정
** 정회원, 한국해양대학교 물류시스템공학과 교수

1. 서론

본 연구에서는 퍼지적분에서 퍼지측도치와 적분치를 이용하여 평가대상의 요소에 대한 평가치를 동정하여 어떤 요소가 적분치에 영향을 미치는 지를 알아내고 그에 대한 개선방안을 모색하는 것을 목적으로 하고 있다.

이러한 문제를 풀기 위해서 퍼지 이론 중 입·출력 데이터에 의하여 그에 대한 관계를 구하는 문제를 다룬 퍼지관계방정식의 해법을 이용한다. 퍼지관계방정식에 관한 이론 및 응용에 관한 연구는 Sanchez[1]에 의해 시작된 이후 널리 여러 분야에서 유용하게 사용되어 왔다. 특히, 지식처리의 분야, 퍼지시스템검증, 의료진단 등에 많이 사용되었다.

여기서 퍼지관계방정식의 해법을 계층퍼지분석법에 도입하여 평가문제에 있어서 평가대상의 각 요소의 평가치를 동정하고 취약부분을 추출하는 방법을 알아본다.

2. HFP의 평가 알고리즘

평가대상 문제가 여러 개의 중복된 속성으로 이루어진 계층구조로 주어져 있을 경우에, 계층을 평가하는 HFP(Hierarchical Fuzzy Process) 알고리즘은 다음과 같이 정리할 수 있다.

단계 1 : 평가자로부터 AHP에서 이용하는 쌍대비교(pairwise comparison)자료에 의한 평가속성의 상대적 중요도(w) 및 평가항목간의 상호작용계수(λ)를 조사한다.

단계 2 : 조사된 평가항목간의 상대적 중요도(w)와 평가속성간 상호작용계 수(λ)로 퍼지측도값($g(\cdot)$)을 구한다.

단계 3 : 자료 또는 기존의 평가기준에 의해 평가대상에 대한 평가항목별 퍼지평가치 $h(\cdot)$를 구한다.

단계 4 : 최하위 계층을 통합평가한 결과를 가지고 나머지 계층에 대하여 단순가중평가법을 수행한다.

일반적으로 복잡하고 종합적인 문제를 평가할 때에는 그 문제를 주요한 몇 개의 속성으로 구분하고, 각 속성에 대하여 더욱 세분화된 속성으로 구분하여 계층적인 구조로 만들어 파악하게 되는데, 문제가 거대할수록 이러한 세분화된 속성의 계층이 증가하게 된다. 그리고 하위의 계층으로 갈수록 평가는 더욱 구체적으로 이루어지게 된다. 이때 원문제의 속성을 상실하지 않는 계층 분할이 가능하면 부분속성의 통합으로 원속성을 찾아갈 수 있게 된다. 즉, 원문제의 평가를 간단히 하기 위해서는 평가대상을 계층적 구조의 세분화된 부분속성으로 만들어 평가하게 되는데, 이때 원문제의 속성이 그대로 보존되는 일관성이 유지되기만 한다면, 이들의 평가를 통합하기만 하면 원문제를 평가하게 되는 계층평가의 문제를 대신할 수 있는 것이다. 그러므로, 지금까지의 알고리즘 고찰은 평가구조가 단층인 경우를 중심으로 하였으나, 구조가 다계층인 경우에도 그대로 적용할 수 있게 된다.

다계층인 경우, 평가순서는 하위계층으로부터 이루어지며, 이미 하위계층에서 평가항목간의 상호작용을 이미 고려하였으므로, 상위계층의 항목은 상호작용이 없는 독립적인 항목으로 취급할 수 있다.

따라서, 종합평가를 할 경우에는, 첫째, 상호작용을 고려한 k 계층(최하위계층)의 평가는 식(2-21)과 같은 퍼지적분을 이용하고, 둘째, 상위계층인 k+1 계층부터는 식(2-22)과 같이 단순가중법을 사용할 수 있게 되어 종합평가방법이 매우 간편해진다.

$$H_{k+1}(X_i) = \int H_k(X_i) \circ g_k(\cdot) \qquad (2\text{-}1)$$

$$H_{k+2}(X_i) = g_{k+1} \cdot H_{k+1}(X_i) \qquad (2\text{-}2)$$

3. 퍼지 관계

이 장에서는 먼저 퍼지 관계방정식 및 그 해법에 대하여 살펴보기로 한다.

3. 1 퍼지 관계 방정식의 해법

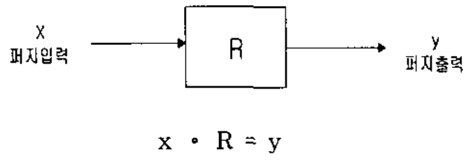

Fig 3.1 퍼지관계 R에 의한 퍼지시스템의 표현

예를 들면, Fig 3.1에 나타낸 개념도는 x를 퍼지 입력, y를 퍼지 출력으로 한 퍼지 시스템이다. x를 X상의 퍼지 집합, R을 X×Y상의 퍼지 집합으로 한다. 또, R이 주어진다고 하면, 임의의 퍼지 입력 x에 대한 퍼지 출력 y를 sup · min합성에 따라 다음과 같이 정할 수 있다.

$$x \circ R = y \qquad (3.1)$$

Fig 3.1에 나타낸 퍼지 시스템에 있어서 만약, 퍼지 관계 R에 알려지지 않은 경우에는 퍼지 입력 x와 그것에 대한 퍼지 출력 y에 의해 R을 구하는 문제가 생긴다.

또, R과 y를 이미 알고 있고, 그때의 x가 알려지지 않은 경우도 있다.

결국, 이들의 문제는 위의 식(3.1)에서, x, R의 어느 쪽인가가 알려지지 않았을 때, 한쪽을 구하는 문제가 되는 것이다. 이 문제가 아래에 기술할 퍼지 관계방정식을 푸는 문제이며, 그 해법은 퍼지 시스템 동정 및 퍼지 진단에 있어서 중요한다.

여기서, 식(3.1)의 퍼지 관계방정식(fuzzy relational equation)에 대한 대표적인 해법을 나타낸다. 먼저, 아래에 나타나는 퍼지 관계방정식을 미지의 퍼지 관계 R에 대한 해법으로 나타낸다.

$$A \circ R = B \qquad (3.2)$$

단, R은 X×Y상의 미지의 퍼지 관계, A, B는 각각 X, Y상의 퍼지 집합, A, B는 모두 알고 있는 것으로 한다. 이것은 시스템의 동정 문제이다.

위의 식에 대해서, A, B가 임의로 주어진 경우에는 위 식을 만족하는 R이 존재하지 않는 경우도 있다. R이 존재하는 경우에는 아래에 나타낸 @합성 연산에 의해 간단하게 푸는 것이 가능하지만 위 식을 만족하는 R은 일반적으로, 단지 한 개가 아닌 무수히 존재하는 것이 많다. 그들 모두의 해를 구하는 방법도 연구되고 있지만 여기에서는 그들의 해를 대표하는 해, 예를 들면 최대의 것, 최소의 것을 구하는 방법을 나타낸다.

식(3.2)를 만족하는 해의 최대의 것이라 함은 어떤 해 R에 대해서도 반드시 다음 식이 성립하는 해 R^*을 말하고, 이것을 최대해라고 부른다.

$$R \subset R^* \qquad (3.3)$$

즉, 모든 $(x,y) \in X \times Y$에 대해서도 다음 식이 성립하는 것을 말한다.

$$m_R(x, y) \le m_{R^*}(x, y) \qquad (3.4)$$

그래서, A ∘ R=B를 만족하는 최대해 R^*는 다음과 같은 @합성 연산에 의해서 구한다.

$$R^* = A @ B \qquad (3.5)$$

즉, 다음과 같다.

$$m_{R^*}(x, y) = m_A(x) \ @ \ m_B(y)$$

로 된다. 단, 위 식 우변의 @ 연산은 다음에 나타내는 연산 규칙을 의미하고 있다.

$$m_A(x) \ @ \ m_B(y) = \begin{cases} 1 & (m_A(X) \leq m_B(y)) \\ m_B(y) & (m_A(X) > m_B(y)) \end{cases} \quad (3.6)$$

여기서 위의 식에 의해서 구한 퍼지관계 R이

$$A \circ (A@B) = B \quad (3.7)$$

를 만족하는지를 체크하여 만족한다면 해가 존재하는 것이며 그 최대해는 $A@B$이다.

또 여기서 같은 Y상의 퍼지집합인 B^*가

$$B \subseteq B^* \rightarrow m_B(y) \leq m_{B^*}(y) \quad (3.8)$$

일 때 식(3.5)을 이용하여 퍼지관계 R^{**} 를 구하여 보면

$R^* \subseteq R^{**}$이고

즉

$R* \subseteq R^{**}$

$$m_{R*}(x, y) \leq m_{R**}(x, y) \ \forall (x, y) \in X \times Y \quad (3.9)$$

가 된다.

예) 정수의 집합 $X=\{1,2,3\}$과 $Y=\{1,2,3,4\}$상의 퍼지 집합 A와 B가 다음과 같이 주어졌다고 하자.

$A=\{0.2/1,\ 1/2,\ 0.3/3\}$,

$B=\{0/1,\ 0.3/2,\ 0.8/3,\ 1/4\}$

$A \circ R = B$를 만족하는 R의 최대해 R^*를 식(3.5)에 의해 다음과 같이 구한다.

$$R^* = A@B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0.3 & 0.8 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

또한 식(3.2)에 의해 $A \circ R^* = B$를 구하면

$$B = A \circ R^* = \{0,\ 0.3,\ 0.8,\ 1\}$$

이 된다.

또한 $B \subseteq B^*$일 때 $B^*\{0, 0.3,\ 0.8,\ 1\}$을 식(3.5)에 의해 R^{**}를 구하면

$$R^{**} = A@B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0.3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

이 되고 식(3.2)에 의해 $A \circ R^* = B$를 구하면

$$B = A \circ R^* = \{0,\ 0.3,\ 1,\ 1\}$$

이 된다.

이 때 R^{**}의 각 멤버십 값이 R^*의 각 멤버십 값보다 크므로

$R^* \subseteq R^{**}$이 된다.

4. 적 용

4. 1 기존 연구사례

4.1.1 평가속성의 평가치와 퍼지측도치

기존 연구사례는 동북아 지역에서 중심항만을 다투는 우리나라, 일본, 대만의 대표항만을 각각 부산,

고베, 요코하마, 카오슝 항만으로 정하고, 이들 항만의 경쟁요인을 평가하기로 한다.

본 연구는 선행유사 연구의 연구자료를 인용하기로 한다.

아래의 Table 4.1은 각 항만의 평가치를 나타낸 것이다.

Table 4.1 평가속성들의 평가치

항목 \ 국가	부 산	고 베	요코하마	카오슝
입 지	HL(0.80)	MH(0.75)	LM(0.55)	MH(0.75)
시 설	LH(0.60)	HM(0.85)	MH(0.75)	HL(0.80)
물류비용	HL(0.80)	LM(0.55)	LM(0.55)	MH(0.75)
물류서비스	LM(0.55)	HL(0.80)	HL(0.80)	MM(0.70)
관리운영형태	MM(0.75)	HL(0.80)	HL(0.80)	HL(0.80)

Table 4-2 평가속성들의 퍼지측도치

평가속성	AHP에 의한 가중치 ($w(\cdot)$)	퍼지측도치 ($g(\cdot)$)
입지	0.2693	0.2365
시설	0.1946	0.1687
비용	0.2167	0.1886
서비스	0.1897	0.1643
운영형태	0.1297	0.1112
합계	1.0000	0.8693

4.1.2 퍼지평가

Table 4.1과 Table 4.2에 의해 퍼지평가를 수행한 결과는 Table 4.3과 같이 나타났다.

Table 4.3 계층퍼지분석법에 의한 경쟁항만들에 대한 결과

국가(항)	항 목	퍼지평가					적분치	순위
부산	평가항목	1	3	5	2	4	0.62	3
	평가치	0.80	0.80	0.75	0.60	0.55		
	부분집합의 퍼지측도치	0.31	0.49	0.62	0.81	1.00		
고베	평가항목	2	4	5	1	3	0.75	1
	평가치	0.85	0.80	0.80	0.75	0.55		
	부분집합의 퍼지측도치	0.22	0.38	0.51	0.78	1.00		
요코하마	평가항목	4	5	2	1	3	0.55	4
	평가치	0.80	0.80	0.75	0.55	0.55		
	부분집합의 퍼지측도치	0.22	0.32	0.51	0.78	1.00		
카오슝	평가항목	2	5	1	3	4	0.75	1
	평가치	0.80	0.80	0.75	0.75	0.70		
	부분집합의 퍼지측도치	0.23	0.32	0.61	0.81	1.00		

주) 평가항목: 1(입지), 2(시설), 3(비용), 4(서비스), 5(운영형태)

4.2 퍼지관계방정식에 의한 경쟁요인 도출

제 3장에서 언급한 퍼지관계방정식을 이용하여 부산항의 경쟁요인들 중 중심항 전략을 고려하였을 때 우선 향상시켜야 할 경쟁요인을 도출한다.

우선 입력 데이터를 퍼지측도치($g(\cdot)$)로 하고 출력 데이터를 적분치($I(\cdot)$) 로 하여 그 사이의 관계를 평가치($h(\cdot)$)로 하여 퍼지관계방정식의 해를 찾는 @-연산을 수행한다.

퍼기관계방정식의 @-연산의 수행절차는 다음과 같다.

단계 1 : HFP 알고리즘에 의해서 구한 퍼지측도치를 입력자료로 한다.

단계 2 : HFP 알고리즘에 의해서 구한 퍼지적분

치를 출력자료로 한다.

단계 3 : 퍼지관계방정식의 @-연산을 이용하여 평가치($h(\cdot)$)를 구한다.

단계 4 : @-연산에 의해 얻어진 평가치($h(\cdot)$)를 퍼지관계방정식에 넣어 출력자료와 일치하는지를 알아본다.

부산항의 퍼지측도치($g(\cdot)$)는 이미 구한 것과 같이 $g(\cdot)$= {0.31, 0.49, 0.62, 0.81, 1.00}이고 적분치($I(\cdot)$)는 $I(\cdot)$=0.62로 주어졌다. 이들을 이용하여 @-연산을 수행하여 평가치($h(\cdot)$)를 구하여 본 결과는 다음과 같다.

$$h^*(\cdot) = g(\cdot) \,@\, I(\cdot)$$
$$= \{1, 1, 1, 0.62, 0.62\}$$

여기서 $h^*(\cdot)$값은 $h(\cdot)$가 가질 수 있는 최대값을 나타낸다.

이 때 @-연산에 의해서 구한 $h^*(\cdot)$값이 적분치를 만족하는 지를 알아보기 위해서 $\int g(\cdot) \circ h^*(\cdot)$을 수행하였을 때의 결과는 다음과 같다.

Table 4.4 $h^*(\cdot)$값을 도입했을 때의 적분값

국가(항)	항 목	퍼지평가					적분치
부산	평가항목	1	3	5	2	4	0.62
	평가치	1.00	1.00	1.00	0.62	0.62	
	부분집합의 퍼지측도치	0.31	0.49	0.62	0.81	1.00	

부산항의 퍼지적분치를 0.62→0.75으로 향상시켰을 때 평가값($h(\cdot)$)은 다음과 같다.

Table 4.5 퍼지적분치를 0.75로 올렸을 때의 평가값($h(\cdot)$)

평가항목	1	3	5	2	4
평가치 $h(\cdot)$	0.80	0.80	0.75	0.60	0.55
@-연산에 의한 평가치 $h^*(\cdot)$	1.00	1.00	1.00	0.75	0.75

여기서 입지, 비용, 운영형태가 1.00으로 나타나는데 이것은 이들 요소들은 현 시스템 상에서 동정하기 위한 수준 0.75보다 좋다는 것을 나타낸다. 따라서 현시스템상에서 개선되어야 하는 요소로 시설과 서비스로 분석되었다.

한편, 이들 요소를 한꺼번에 올리기에는 투자비용이 문제가 된다. 따라서, 개선되어야하는 요소들 중에 한 곳에 집중투자를 하는 것으로 보고 평가치를 재구성하였다.

Table 4.5의 내용을 토대로 평가값($h(\cdot)$)을 재구성하여 식(2.16)을 수행하여 보았다.

첫 번째로 시설의 평가값을 향상시켰을 때

Table 4.6 시설의 평가값($h(\cdot)$)을 0.75로 향상시켰을 때

국가(항)	항 목	퍼지평가					적분치
부산	평가항목	1	3	5	2	4	0.75
	평가치	0.80	0.80	0.75	0.75	0.55	
	부분집합의 퍼지측도치	0.31	0.49	0.62	0.81	1.00	

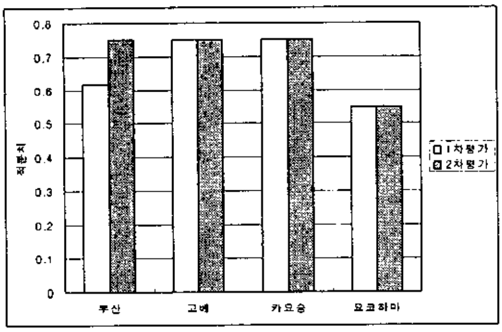

Fig 4.1 조정된 경쟁요인을 기초로 한 경쟁력분석

5. 결 론

본 연구에서는 기존의 평가방법에 있어서 단순히 평가대상에 대한 평가만을 하지 않고 그 평가대상에 대한 평가치에 대한 속성을 퍼지측도치와 적분치를 이용하여 동정하는 방법을 제시하는 것을 목적으로 하였다. 이것은 평가치에 대한 동정을 함으로써 계층퍼지분석법에서의 적분치를 향상시킬 수 있는 요소가 무엇인지를 알아내어 평가대상에 대한 평가를 향상시킬 수 있는 방안을 알아내는데 있다.

이는 계층퍼지분석법에 퍼지관계방정식의 개념을 도입하여 입·출력 데이터를 이용하여 이들 관계를 모색함으로써 평가치의 값들을 도출할 수 있었다.

본 연구에서 제안한 방법을 기존사례에 적용하여 본 결과는 다음과 같다.

동북아시아에서 중심항을 다투는 경쟁항만인 부산, 고베, 카오슝, 요코하마 항들의 경쟁력을 평가하는 경쟁요인으로 입지, 시설, 비용, 서비스, 운영형태로 보고 퍼지평가를 하여 본 결과는 고베항=카오슝항>부산항>요코하마항 순이었으며, 적분치는 각각 0.75=0.75>0.62>0.55이었다.

이는 부산항의 경쟁력이 고베항과 카오슝항에 비해 적분치의 크기만큼 뒤떨어져 있음을 알 수 있다.

따라서, 부산항의 경쟁력을 강화하기 위한 방안을 찾기위해 퍼지관계방정식에 의해 경쟁요인의 평가치를 동정하여 본 결과 부산항의 경쟁요인중 적분치에 영향을 미치는 요인이 시설, 서비스라는 것을 알 수 있었다.

이들 요소를 각각 향상시켰을 경우의 적분치의 결과는 동일한 것으로 나타났고 이를 분석하여 보았을 때 고베항=카오슝항=부산항>요코하마항 순이었으며, 적분치는 각각 0.75=0.75=0.75>0.55로 나타나면 이것은 부산항의 경쟁요인중 취약한 부분에 집중투자를 하였을 경우 타항만들과의 경쟁력에서 뒤떨어지지 않음을 알 수 있었다.

본 연구에서는 퍼지측도치와 적분치를 이용하여 평가치를 동정하는 데에 그쳤으나 평가라는 것은 그것이 처한 입장이나 환경, 목적이 변함에 따라 평가결과가 달라지므로 퍼지측도치의 변화 또는 퍼지측도치와 평가치 둘 모두가 변화할 때를 고려하여 평가를 수행하는 문제가 남아 있다.

참고문헌

[1] E. Sanchez, Resolution of compositional fuzzy relational equation, Information and Control, Vol. 30. pp.38-48,1976.

[2] M. Sugeno, Theory of Fuzzy Integral and Its Applications, Doctorial Thesis, Tokyo institute of Technology, 1974.

[3] 이철영·이석태, "극동아시아 컨테이너항만의 능력평가에 관한 연구", 한국항만학회지, 7-1, 1993.

[4] 전인홍· 이광로, 기본적인 퍼지이론과 응용, 교학사, 1992

[5] 노홍승, 계층퍼지분석법을 이용한 항만물류서비스의 평가에 관한 연구, 한국해양대학교 박사학위논문, 1997

[6] 임봉택, 복잡한 시스템의 퍼지평가 알고리즘 개발과 적용에 관한 연구, 한국해양대학교 박사학위논문, 2000

[7] 양원, 중심항 구축을 위한 구축전략을 고려한 부산항 경쟁력 분석에 관한 연구, 한국해양대학교 박사학위 논문, 1999