

일정 횡하중과 증분 압축하중을 동시에 받는 복합적층 판넬의 좌굴 해석

최상민*·김진호**·권진회***

Buckling Analysis of Composite Cylindrical Panels under Combined Loading of Constant Lateral Pressure and Incremental Compression

S.M. Choi, J.H. Kim and J.H. Kweon

Key Words: Buckling, Composite, Combined Load, Arc-length Method

Abstract

This paper addresses a modified arc-length method for the nonlinear finite element analysis of a structure which is loaded in incremental and fixed forces, simultaneously. The main idea of the method is to separate the displacement term by the constant force from that by the incremental force. As the illustrative examples of the applicability of the present algorithm, a parametric study is performed on the nonlinear buckling behavior of composite cylindrical panels under the combined load of the incremented compression and the constant lateral pressure.

1. 서 론

지금까지 쉘의 좌굴에 대한 연구는 주로 횡하중이나 압축하중 중 하나만을 받는 경우에 대하여 수행되어 왔다. 그러나 실제 항공기나 잠수함 등의 경우 굽힘 모멘트로 인한 압축 혹은 인장하중을 받을 뿐만 아니라 비록 그 크기는 작지만 연료나 여압 혹은 공기력으로 인한 횡압력을 동시에 받게 된다. 이미 잘 알려진 바와 같이 쉘에 횡하중이 작용할 경우 압축 좌굴응력은 크게 달라질 수 있으므로 정확한 좌굴하중 계산을 위해서는 횡압력을 고려한 해석이 필요하게 된다.

쉘 구조물의 비선형 좌굴해석에 사용되는 전통적인 호길이법[1-3]의 특징은 외부에서 가해지는 하중을 하중인자를 사용하여 일정비율로 증가 혹은

감소시켜 나가는 것에 있다. 그러나 항공기 등의 실제 구조물에서는 횡하중은 매우 작고 압축하중은 큰 경우가 많으므로, 횡하중과 압축하중을 동일한 비율로 제어할 수 없게 된다. 이러한 경우에는 횡하중은 일정한 값으로 그대로 두고 압축하중만을 증가시키면서 증분이론을 사용하여 좌굴해석을 수행해야 한다.

본 연구에서는 Riks[1]와 Crisfield[2] 등이 제안한 기존의 호길이법을 수정하여 크기가 변하는 하중성분과, 증분되지 않고 고정된 하중성분이 동시에 존재하는 구조물의 비선형 해석을 위한 수정 호길이법을 제안한다. 수치예제로 일정한 횡압력과 증분되는 압축하중을 동시에 받는 $[\pm \theta/0/90]_s$ 적층을 가진 복합재 원통판넬의 좌굴거동을 해석하였다. 제시된 수치예제는 복합재 쉘의 좌굴해석만을 포함하고 있지만 제안된 방법은 증분하중과 비증분 하중이 동시에 가해지는 구조물의 해석에 일반적으로 적용될 수 있는 방법이다.

* 경상대학교 산업대학원(현, 공군사령부)

** 경상대학교 대학원

*** 경상대학교 항공기계공학부

2. 수정 호길이법

평형경로 상에 극점이 존재하는 구조물의 해석을 위해서 가장 많이 사용되는 방법이 호길이법이다. 호길이법의 기본개념은 반복계산을 수행할 때 하중과 변위에 대한 특별한 구속조건을 추가하는 것이다. 다만 본 문제에서와 같이 외부하중이 두 가지 형태 즉, 고정된 비중분 하중인 압력과 증분하중인 압축하중의 조합하중으로 구성되는 경우는 기존의 수치해석 기법에 대한 수정이 필요하게 된다.

수정 호길이법의 개념을 설명하기 위해 먼저 임의의 $n+1$ 번째 반복계산에서의 증분변위 및 하중인자들간의 관계를 다음과 같이 정의한다.

$$\{\Delta u^{n+1}\} = \{\Delta u^n\} + \{\Delta u^{n+1}\} \quad (1)$$

$$\lambda^{n+1} = \lambda^n + \Delta \lambda^{n+1} \quad (2)$$

여기서 $\{\Delta u^{n+1}\}$ 은 주어진 하중단계에서 $n+1$ 번째 반복계산까지 발생한 증분변위들의 합이고 $\{\Delta u^{n+1}\}$ 은 n 번째 반복계산에서 발생한 증분변위이다.

임의의 $n+1$ 번째 반복계산에서의 유한요소방정식은 하중인자의 증분, $\Delta \lambda^{n+1}$ 을 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[K_T]\{\Delta u^{n+1}\} = -\{\Delta P(\lambda^n)\} + \Delta \lambda^{n+1}\{F_0\} + \{F_p\} \quad (3)$$

여기서 $\{F_0\}$ 는 증분하중의 분포를 나타내는 단위 벡터이고, $\{F_p\}$ 는 일정한 크기의 비중분하중 벡터로서 비중분하중이 존재하는 조합하중 문제에서만 나타나는 항이다. 또한 외부하중벡터는 하중인자의 크기에 따라 크기가 변하는 증분하중 항 $\Delta \lambda^{n+1}\{F_0\}$ 와 하중인자와는 무관하게 크기가 고정된 비중분 하중 항 $\{F_p\}$ 로 분리되어 있다. 기존의 호길이법과 본 연구에서 제안한 호길이법의 차이는 여기에서 기인한다.

식 (3)으로부터 증분변위, $\{\Delta u^{n+1}\}$ 은 하중인자의 증분에 따른 변위와 비중분 하중 $\{F_p\}$ 에 의한 변위 $\{u_p\}$ 로 구분하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{\Delta u^{n+1}\} = \{\Delta u^{n+1}(\lambda^n)\} + \Delta \lambda^{n+1}\{u_T\} + \{u_p\} \quad (4)$$

여기서

$$\{\Delta u^{n+1}(\lambda^n)\} = -[K_T]^{-1}\{\Delta P(\lambda^n)\} \quad (5)$$

$$\{u_T\} = [K_T]^{-1}\{F_0\} \text{ and } \{u_p\} = [K_T]^{-1}\{F_p\} \quad (6)$$

한 하중단계에서 발생할 수 있는 전체 변위에 대한 구속조건은 보통의 호길이법에서와 마찬가지로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{\Delta u\}^T \{\Delta u\} = (\Delta l)^2 \quad (7)$$

식 (1), (4), (7)로부터 $\Delta \lambda^{n+1}$ 은 다음과 같이 된다.

$$\Delta \lambda^{n+1} = [-B \pm (B^2 - 4AC)^{1/2}] / (2A) \quad (8)$$

여기서

$$A = \{u\}^T \{u_T\} \quad (9)$$

$$B = 2[\{\Delta u^n\} + \{\Delta u^{n+1}(\lambda^n)\} + \{u_p\}]^T \{u_T\} \quad (10)$$

$$C = [\{\Delta u^n\} + \{\Delta u^{n+1}(\lambda^n)\} + \{u_p\}]^T [\{\Delta u^n\} + \{\Delta u^{n+1}(\lambda^n)\} + \{u_p\}] - (\Delta l)^2 \quad (11)$$

3. 예제 해석

3.1 문제설정

개발된 알고리즘의 효율성과 다양한 적용성을 확인하기 위해 복합재 원통 판넬의 비선형 좌굴 해석을 수행하였다. 원통판넬의 곡률반경 및 길이는 각각 150 mm, 폭과 길이의 비는 1.414, 두께는 1.0 mm이다. 경계조건은 하중을 받는 곡선 경계에서는 고정지지이고 직선 경계에서는 원주방향 변위를 구속하는 단순지지이다. 적층순서는 $[\pm \theta / 0 / 90]_s$ 이고 적층각 θ 를 15° 간격으로 변화시키면서 횡방향 압력이 판넬의 좌굴거동에 미치는 영향을 살펴보았다. 재료상수는 $E_1=181.0$ GPa, $E_2=10.3$ GPa, $G_{12}=7.17$ GPa, $\nu_{12}=0.28$ 이다. 유한요소모델은 Fig. 1에 보인 바와 같이 8절점 쉘요소 144개(12×12)를 사용하였다.

3.2 좌굴거동

원통판넬의 압축 좌굴응력에 대한 적층순서 및 횡압력의 영향을 좌굴거동을 살펴보기 위하여 $[\pm \theta / 0 / 90]_s$ 의 적층순서를 가진 원통판넬 대하

여 횡압력의 크기를 -0.1MPa (외압)에서 $+0.1\text{MPa}$ (내압)까지 변화시키면서 비선형 좌굴해석을 수행하였다. Figure 2에 횡방향 압력의 변화에 따른 압축 좌굴응력의 변화를 도시하였다. 제시된 결과를 보면 섬유각 θ 에 따라 횡압력에 대한 민감도가 크게 달라지는 것을 확인할 수 있다. θ 가 45° (준등방성, Quasi-isotropic) 혹은 60° 일 경우 전반적으로 매우 높은 좌굴응력을 보이면서 횡압력의 변화에 따른 영향을 크게 받지 않는 것 알 수 있다. 반면에 θ 가 0° , 15° 등으로 섬유가 판넬의 종축 방향으로 주로 배치될 경우 횡방향 압력에 따른 좌굴응력의 변화가 큰 것을 알 수 있다. 예로서 θ 가 0° 인 경우, 횡압력이 -0.1MPa (외압)일 때와 $+0.1\text{MPa}$ (내압)일 때의 압축 좌굴응력이 10배 이상 차이가 난다. 또한 전체적으로 정도의 차이는 있지만 판넬이 내압을 받을 경우 좌굴응력이 상승하고 외압을 받게 되면 좌굴응력이 낮아지는 것을 확인할 수 있다.

주어진 횡압력 하에서 섬유방향 θ 의 변화가 좌굴응력에 미치는 영향을 Fig. 3(내압을 받는 경우)과 Fig. 4(외압을 받는 경우)에 제시하였다. 내·외압을 받는 경우 모두 좌굴응력이 섬유방향 θ 에 매우 민감하게 변하는 것을 알 수 있다. 또한 압력의 크기와 방향에 무관하게 $\theta = 45^\circ$ 에서 좌굴응력이 가장 높게 나타난다. 내압을 받는 경우에는 압력의 크기가 증가함에 따라 좌굴응력이 증가하지만 증가하는 정도는 매우 미미하다. 반면에 외압을 받을 경우 압력의 증가에 따른 좌굴응력의 감소가 상대적으로 크게 나타난다. Figure 2에서도 볼 수 있었던 것처럼 좌굴응력은 $\theta = 45^\circ$ 에서 가장 높고 횡압력에 대한 민감도는 $\theta = 60^\circ$ 에서 가장 안정적인 것을 확인할 수 있다.

본 연구를 통해 발견한 흥미로운 사실은 횡압력이 좌굴모우드에 미치는 영향이다. 횡방향 압력의 크기에 따라 좌굴응력이 달라진다는 것은, 다르게 설명하면 좌굴모우드도 달라질 수 있다는 것을 의미한다. 이것은 Fig. 5에 제시된 $\theta = 0^\circ$ 인 판넬의 좌굴모우드를 살펴보면 쉽게 알 수 있다. $\theta = 0^\circ$ 인 판넬은 좌굴응력이 횡압력의 변화에 매우 민감한 경우이다. 그림의 (a)와 (b)를 비교해 보면 외압을 받는 경우와 내압을 받는 경우에 좌굴모우드가 완전히 달라지는 것을 볼 수 있다. 반면에 좌굴응력이 횡압력에 민감하지 않은 준등방성 판넬($\theta = 45^\circ$)의 경우 Fig. 6에 보

인 바와 같이 압력의 방향에 따른 좌굴모우드의 변화가 심하지 않은 것을 볼 수 있다. 이로부터 횡압력의 차이에 따라 좌굴응력이 달라지는 것은 좌굴모우드의 차이에 기인한다는 것을 알 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 증분이론의 적용을 받지 않는 일정 크기 하중과 증분이론을 사용하여 해석을 해야 할만큼의 큰 하중이 동시에 가해지는 구조물의 비선형 유한요소해석을 위한 수정 호길이법을 제안하였다. 수치예제들에 대한 해석 결과, 제안된 알고리즘이 증분하중과 고정하중을 동시에 받는 구조물의 비선형 해석에 효과적으로 적용될 수 있음을 확인하였다. 또한 제안된 방법을 사용하여 복합재 원통판넬의 좌굴거동에 대한 인자연구를 수행한 결과 준등방성 적층에서는 횡압력에 대한 좌굴응력의 변화가 미세한 반면 보강섬유가 판넬의 종축 방향으로 많이 배치될 경우 횡압력의 변화에 따른 좌굴응력 및 좌굴모우드의 변화가 커지는 것을 확인하였다.

후기

본 연구는 한국과학재단 지정 경상대학교 항공기부품기술연구센터의 지원에 의한 것입니다.

참고문헌

- 1) E. Riks, "An Incremental Approach to The solution of Snapping and Buckling Problems," *International Journal of Solids and Structures*, Vol.15, 1979, pp.529-551.
- 2) M. A. Crisfield, "A Fast Incremental/Iterative Solution Procedure that Handles Snap -Through," *Computers and Structures*, Vol.13, 1981, pp.55-62.
- 3) J. H. Kweon and C. S. Hong, "An Improved Arc-Length Method for Postbuckling Analysis of Composite Cylindrical Panels," *Computers and Structures*, Vol.53, 1994, pp.541-549.

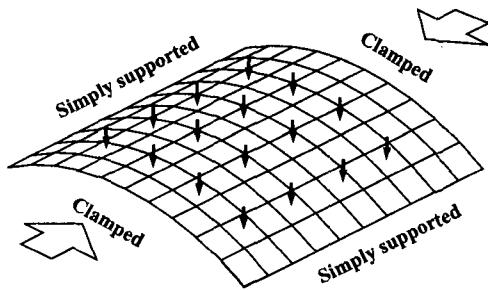


Fig. 1 Finite element model and boundary conditions.

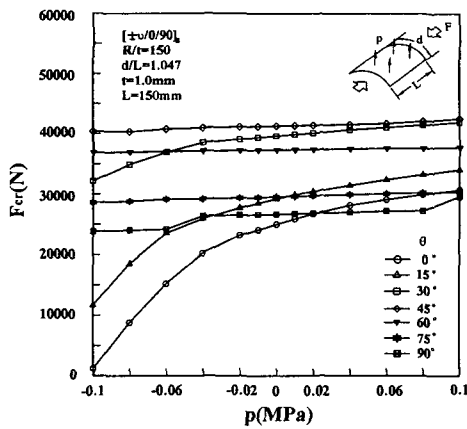


Fig. 2 Effect of lateral pressure on the compression buckling load.

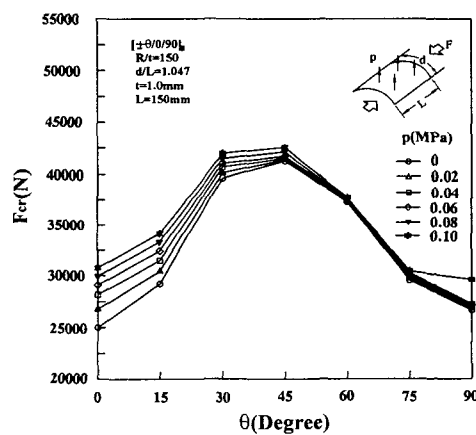


Fig. 3 Effect of fiber angle on the compression buckling load (internal pressure).

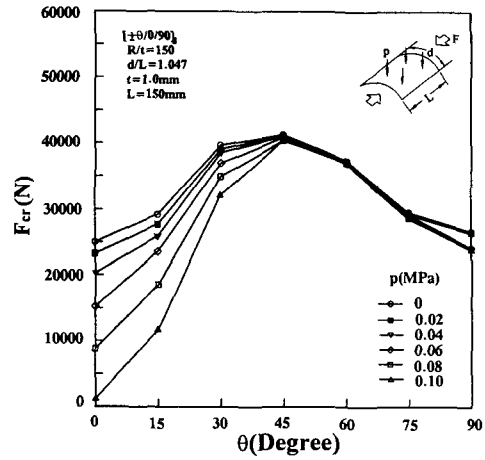


Fig. 4 Effects of fiber angle on the compression buckling load (external pressure).

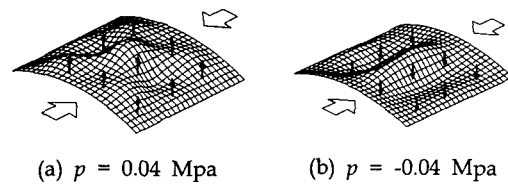


Fig. 5 Three dimensional plots of buckling mode shapes for $[0_3/90]_s$ panel.

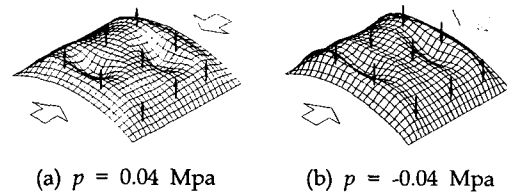


Fig. 6 Three dimensional plots of buckling mode shapes for $[\pm 45/0/90]_s$ panels.