

복합재 원통셸의 비틀림좌굴 거동

강인식* · 이영신**

Buckling Behavior of Composite Cylindrical Shells Under Torsion

In-Sik Kang, Young-Shin Lee

Key Words: torsion(비틀림하중), buckling(좌굴), equilibrium path (평형경로)

Abstract

This paper deals with the torsional buckling behavior of plain weave GFRP composite cylindrical shells having comparatively small length-to-diameter ratio. Boundary conditions corresponding to clamped ends and simply supported ends are considered. Torsional buckling loads and circumferential mode numbers according to the variation of shell length-to-radius ratio are conformed. To verify the availability of the theoretical results, comparison with the theoretical and experimental results are made.

기호설명

A_{ij}, D_{ij}	extensional and Bending stiffnesses
U, V, W	axial, circumferential, and normal displacement components
n	circumferential wave number
λ_s	load parameter

1. 서론

과학기술의 급속한 발전과 더불어 산업사회 전반의 구조물이 대형화, 경량화하는 추세이다. 구조물을 경량화하기 위해서는 보다 얇고 곡선적인 형태의 판이나 셸등의 사용이 필연적으로 증가되어야 하는데 이러한 응력을 받는 부재(member)는 기본 허용하중 해석 이외에 안정성 해석의 뒷받침 없이는 적용하는데 한계가 있다. 인장력을 받는 부재는 응력이 재료의 극한강도에 도달하면 파괴되므로 극한강도를 알면 부재의 하중전달능

력을 구하는 것은 간단하다. 그러나 좌굴은 가해진 응력이 어떤 예상가능한 재료강도에 도달한 결과로 생기지는 않고 부재의 치수, 지지된 조건, 재료특성 등 다양한 요소에 의해 발생하므로 좌굴응력의 결정은 상대적으로 복잡한 문제이다.

등방성 원통셸의 좌굴에 대한 연구는 Greenhill의 연구를 시작으로 많은 연구자들에 의해 수행되어 왔다.⁽¹⁾⁽²⁾ 비틀림을 받는 복합재 원통셸에 관한 안정성 해석은 March 등⁽³⁾에 의해 처음으로 제시되었으며, Hui등⁽⁴⁾은 초기결함이 있는 원통셸의 비틀림좌굴을 연구하였고, Tabiei등⁽⁵⁾은 두께가 비교적 두꺼운 셸의 비틀림 좌굴에 대해 연구하였다. 좌굴과 관련한 국내의 연구로는 이영신 등⁽⁶⁾이 복합재 원통셸의 동적 및 좌굴해석을 수행하였는데 비틀림하중과 관련한 좌굴연구는 아직 없는 실정이다. 본 연구에서는 길이대 직경의 비가 비교적 작은 복합재료 원통셸이 비틀림하중을 받고 있는 경우의 좌굴하중을 실험으로 구하였으며, 실험결과와 유용성을 확인하기 위해 이론해석치와 비교하였고, 재료, 적층수, 적층각, 기하학적 매개변수 및 경계조건의 변화에 따르는 좌굴거동을 해석하였다.

* 국방과학연구소

** 충남대

2. 이론적 해석

2.1 지배방정식

Fig. 1과 같이 비틀림을 받고 있는 원통셸을 고려한다. 여기서 셸의 반경은 R , 두께는 h , 셸의 길이는 L 이며 양단에 비틀림하중 T 가 작용한다. 셸 중앙면의 좌표는 각각 x , ϕ 및 z 라 한다. 이 셸은 두께가 동일한 n 개의 프리프랙이 임의의 각으로 적층되어 있다.

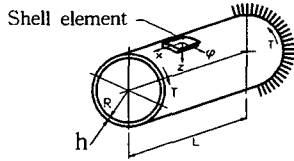


Fig. 1. Shell under torsion

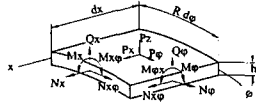


Fig. 2. Cylindrical shell element

셸이 평형상태에 있는 경우 가상변위에 대한 총포텐셜에너지의 변분은 영이다. 즉,

$$\delta\Pi = \delta U_e + \delta V_e = 0 \quad (1)$$

한편, 분기좌굴(bifurcation buckling) 전후의 상태를 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$(U, V, W) = (U_0, V_0, W_0) + (U_1, V_1, W_1) \quad (2)$$

$$(N_x, N_\phi, N_{x\phi}) = (N_{x0}, N_{\phi0}, N_{x\phi0}) + (N_{x1}, N_{\phi1}, N_{x\phi1}) \quad (3)$$

여기서 아래첨자 "0"은 전좌굴(prebuckling) 상태를 나타내고 "1"은 좌굴하는 동안의 미소증분을 나타낸다. 이 분기좌굴 직후의 관계식과 식(1)을 고려하면 선형좌굴 근방에서의 평형방정식을 얻을 수 있는데 여기에 무차원양 $\xi = \frac{x}{R}$, $\theta = \frac{\phi}{R}$ 을 도입하면 비틀림하중이 작용하는 복합재료 원통셸의 지배방정식 (4)를 얻는다.

$$\begin{aligned} A_{11}U_{1,\xi\xi\xi} + A_{66}U_{1,\theta\theta} + (A_{12} + A_{66})V_{1,\xi\theta} - A_{12}W_{1,\xi} &= 0 \\ (A_{12} + A_{66})U_{1,\xi\theta} + A_{66}V_{1,\xi\xi} + A_{22}V_{1,\theta\theta} - A_{22}W_{1,\theta} &= 0 \\ -A_{12}U_{1,\xi} - A_{22}V_{1,\theta} + A_{22}W_{1,\xi} - 2thW_{1,\xi\theta} & \\ + D_{11}W_{1,\xi\xi\xi\xi} + (2D_{12} + 4D_{66})W_{1,\xi\xi\theta\theta} + D_{22}W_{1,\theta\theta\theta\theta} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

2.2 경계조건 및 해법

경계조건은 다음과 같이 셸의 양단이 고정된 경우와 단순지지된 경우를 각각 고려하였다.

○ 양단 고정 (CC)인 경우 :

$$W_1 = W_{1,x} = U_1 = V_1 = 0 \quad (5)$$

○ 단순지지 (SS)인 경우 :

$$W_1 = M_{1,x} = U_1 = V_1 = 0 \quad (6)$$

위의 경계조건을 만족하는 변위식을 다음과 같이 가정한다.

$$(U_1, V_1, W_1) = (A, B, C) \exp [i(r\xi + n\theta)] \quad (7)$$

이 식을 지배방정식 (6)에 대입하여 변위식의 함수로 전개하고 아래의 관계를 도입하면

$$r = \frac{2R}{L} \rho, \quad \gamma = \frac{L}{2R} n, \quad k_s = \left(\frac{L}{\pi R}\right)^2 \lambda_s, \quad \lambda_s = \frac{R^2}{D_{11}} th \quad (8)$$

다음 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \rho^8 + C_6 \gamma^2 \rho^6 + \frac{\pi^2}{2} k_s \gamma \rho^5 + (C_{41} \left(\frac{L}{2R}\right)^4 + C_{42} \gamma^4) \rho^4 & \\ + C_3 \frac{\pi^2}{2} k_s \gamma^3 \rho^3 + C_2 \gamma^6 \rho^2 + C_1 \frac{\pi^2}{2} k_s \gamma^5 \rho + C_0 \gamma^8 &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

식(9)에 주어진 경계조건을 고려하면 C_j 가 유용해(nontrivial solution)를 가지기 위한 다음의 행렬식(determinant)을 얻을 수 있다. 즉,

$$\Delta(A_{ij}, D_{ij}; \lambda_s, n) = 0 \quad (10)$$

이 행렬식에서 λ_s 의 최소치와 그때의 파수(wave number) n 을 구한다. 이 λ_s 값이 임계하중계수(critical load parameter)이고 이때의 n 값이 임계하중 즉 좌굴하중에서의 파수이다.

3. 시험

비틀림시험을 하기 위하여 Fig. 3과 같이 인장시험기에서 축방향의 인장하중이 가해지면 원통셸에는 비틀림하중이 가해질 수 있는 시험치구를 설계하였다. 즉 원통셸의 길이방향 축을 중심으로 대칭구조인 "ㄷ"자 형상의 링크결합체를 원통셸을 고정하고 있는 고정판②의 좌우에 서로 엇물리 설치하고, 두 지지봉①을 바깥방향으로 잡아당기면 가하면 가로막대④를 통하여 이 하중은 가로막대 양단의 링크결합체⑦에 전달되어 결과적으로 셸의 양단에는 순수한 비틀림하중만이 가해지게 된다. 셸의 길이의 변화에 따라 시험치구

역시 조정가능토록 가로막대⑩을 설계하였다.

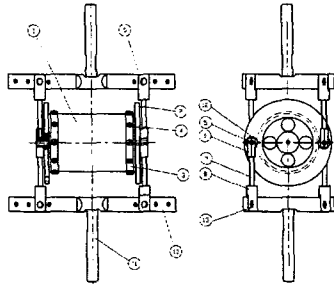


Fig. 3. Test fixture

본 연구에서 제작한 복합재 원통셸 시편은 평직 (plain weave) GFRP 재료로 제작되었으며 (표1 참조) 물성치는 다음과 같다.

$$E = 22.6 \text{ GPa}, G_{12} = 2.38 \text{ GPa}, \nu_{12} = 0.119,$$

$$\rho = 12.2 \text{ kN/m}^3$$

Table 1. Specifications of plain weave composite cylindrical shells

Specimen	Thickness (mm)	Fiber angle	Number of Plies	Remark
Type 1	0.25	[$^{\circ}0^{\circ}$]	1	Diameter : 60mm Length : 30, 60, 90mm
Type 2	0.5	[$^{\circ}0^{\circ}$]	2	
Type 3	0.75	[$^{\circ}0^{\circ}$]	3	
Type 4	0.75	[$^{\circ}45^{\circ}$]	3	

4. 결과 및 고찰

네 종류의 복합재 원통셸에 대해 각각 3회씩 비틀림좌굴시험을 수행하였다. Fig. 4는 시험시료의 나선형 형상의 좌굴모드와 하중선도를 보여준다.

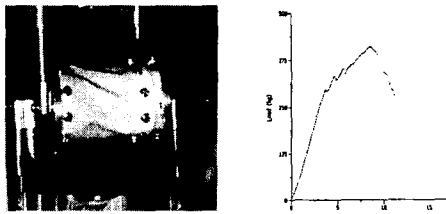


Fig. 4. Buckling mode and load-deflection curve for [$^{\circ}0^{\circ}$]₂ GFRP cylindrical shell

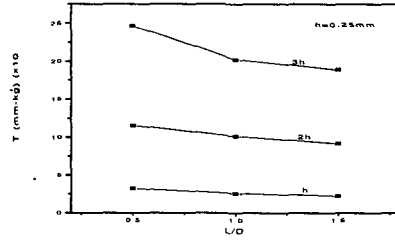


Fig. 5. Experimental torque variation on thickness for clamped cylindrical shells

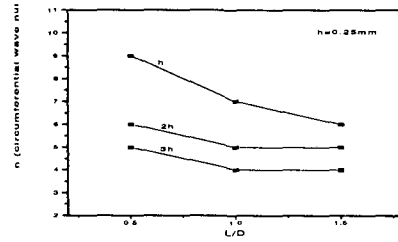


Fig. 6. Experimental circumferential wave number variation on thickness for clamped cylindrical shells

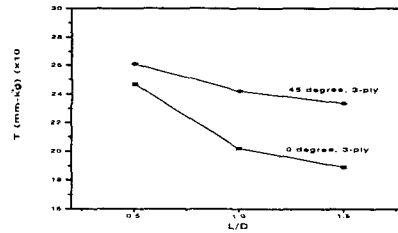


Fig. 7. Experimental torque variation on fiber angle for clamped-clamped shell

Fig. 5는 셸 두께가 변화할 때의 좌굴하중의 변화를 나타낸 것이다. L/D가 0.5일 때 1적층인 경우의 좌굴하중은 3240mm-kg 이며, 이 경우를 기준으로 하면 2층인 경우에는 3.6배, 3층인 경우에는 7.6배 증가하는 경향을 보여주고 있다. 즉 적층수가 많아짐에 따라 좌굴하중도 증가하는 경향을 보여준다. Fig. 6은 적층수의 변화에 따르는 원주방향 파의 수를 보여준다. L/D가 일정한 경우에 적층수가 많아질수록 원주방향 파의 수가 감소함을 보여준다. Fig. 7은 적층각도에 따른 좌굴하중의 변화를 보여준다. 45°로 적층된 셸이 0°로 적층된 셸보다 더 높은 좌굴하중에 견딘다는 것을 알 수 있다. 이것은 신장강성 계수 A_{66} 이 비틀림거동에 지배적인 영향을 주기

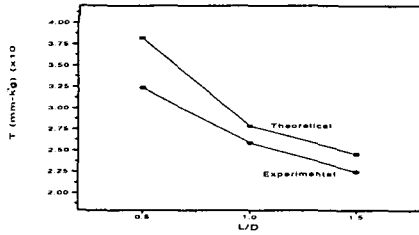


Fig. 8 Comparison of theoretical buckling torque with experimental result for clamped $[0^0]_1$ GFRP cylindrical shells

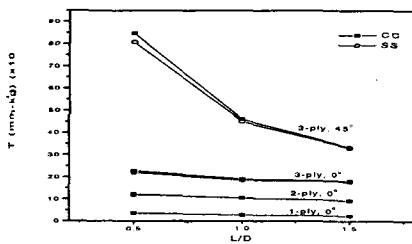


Fig. 9. Torque variation on boundary conditions for composite cylindrical shells

때문인 것으로 판단된다. Fig. 8은 1적층인 경우에 실험치와 이론결과를 비교한 것이다. L/D가 0.5인 경우에는 이론치와 실험결과 사이의 오차는 17.9%이고, 이 오차는 L/D가 커질수록 작아지는 경향을 보여주고 있으며 L/D가 1.5인 경우에는 약 9.2%이다. Fig. 9는 경계조건의 변화에 따르는 좌굴하중을 비교한 것이다. 이 결과로 볼 때 본 연구에서 고려한 두 경계조건은 좌굴하중에 거의 영향을 미치지 않는 것으로 판단된다. 이것은 Tabiei등⁽⁵⁾의 연구결과와도 일치한다.

5. 결론

본 연구에서는 길이 대 직경의 비가 비교적 짧은 복합재 원통셸의 비틀림좌굴 거동을 해석하였다. 고려된 경계조건은 양단고정 및 양단 단순지지이다. 이론해석 결과에 대한 유용성을 확인하기 위하여 비틀림실험 결과와 비교 검토하였다. 이 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 인장시험기를 이용하여 원통셸에 비틀림하

중을 가할 수 있는 실험치구를 고안하였다. 본 실험방법에 의하면 하중-변위의 모든 평행경로가 인장시험기에 의해 기록되는 유용한 치구이다.

2) 이론해석을 수행하여 실험결과와 비교하였다. 실험에서 구한 좌굴하중은 하중-변위선도에서 분기점의 하중을 취하였다. 적층각이 0° 인 경우 최대 17.8%의 오차를 보였다.

3) 두께가 일정한 경우 L/D가 증가하면 좌굴하중과 원주방향 파의 수는 감소한다. L/D가 일정한 경우에는 두께가 얇을수록 좌굴하중 지탱능력이 감소함을 확인할 수 있었다. 한편, 셸의 두께와 L/D가 동일한 경우에는 적층각이 45° 로 적층된 셸이 0° 로 적층된 셸에 비해 훨씬 높은 좌굴하중에 견딜 수 있다.

4) 비틀림 좌굴하중은 양단이 고정된 경우와 단순지지된 경우에는 거의 차이가 없었다. 따라서 본 연구에서 고려한 두 경계조건의 경우 비틀림하중은 지지조건의 영향을 거의 받지 않는다.

참고문헌

- (1) A.G. Greenhill, 1883, "On the Strength of Shaft when Exposed both to Torsion and to End Thrust", Proceedings of Institute of Mechanical Engineers, London, pp. 182~209.
- (2) L.H. Donnell, 1933, "Stability of Thin-walled Tubes under Torsion", NACA TR-479.
- (3) H.W. March, C.B. Norris, C.B. Smith and E.W. Kuenzi, 1945, "Buckling of Thin-Walled Plywood Cylinders in Torsion", Forest Products Labs., Madison, Wisconsin Report 1529.
- (4) D. Hui and I.H.Y. Du, 1987, "Initial Post buckling Behavior of Imperfect, Antisymmetric Cross-Ply Cylindrical Shells Under Torsion", Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 54, No. 1, pp. 174~180.
- (5) A. Tabiei and G.J. Simitses, 1994, "Buckling of Moderately Thick, Laminated Cylindrical Shells Under Torsion", AIAA Journal, Vol. 32, No. 3, pp. 639~647.
- (6) 이영신, 안상균, 이우식, 1989, "비원형복합재료 원통셸의 동적 및 좌굴해석", 대한기계학회 논문집, 제13권, 제5호, pp. 807~819.