

몬테-칼로 방법을 이용한 단일전자인버터 회로의 과도특성 계산

정 용 익(鄭 鏞 益), 유 윤 섭(柳 允 燮), 황 성 우(黃 晟 寓)
고려대학교 전기전자전파공학부
전화 : (02) 927-6114 / 팩스 : (02) 927-6114

Monte-Carlo Calculation of Single-Electron Inverter Transient Characteristics

Yong Icc Jeong, Yun Seop Yu, Sung Woo Hwang
School of Electrical Engineering, Korea University
E-mail : swhwang@mail.korea.ac.kr

Abstract

In this paper, a complete methodology of incorporating the displacement current for the calculation of a single electron inverter characteristics has been devised. It has been implemented for the calculation of the low frequency noise spectrum in a single electron inverter in the framework of Monte-Carlo method. Our new methodology opens up a systematic way of analyzing transient behaviors of single electron circuits.

I. 서론

단일전자회로의 전류는 터널링 전류, 외부 bias 전압의 변화에 의한 displacement 전류 (DISC)와 전자가 터널링할 때 생기는 전자 우물의 포텐셜 변화에 의한 DISC로 구성된다 [1]. 그러나 몬테-칼로 방법을 이용한 대부분의 단일전자회로 시뮬레이터의 경우 과도전류 해석을 위해 전자의 터널링 전류만 계산하는 방식을 취하고 있다 [2-3]. 재래식 회로의 과도 특성 계산에서는 DISC가 전체 과도전류 중에서 큰 부분을 차지

하고 있으며 [4], 단일전자회로에서도 DISC가 과도특성에서 매우 중요한 부분을 차지할 것으로 기대된다.

본 논문에서는 몬테-칼로 방법에서 DISC를 고려한 단일전자인버터의 과도특성을 계산하는 방법을 제시하였고 이러한 새롭게 제시된 방법으로 단일전자인버터의 DC bias조건에서의 low frequency noise spectrum을 계산하였다.

II. 본론

전자우물의 전위 변화에 의한 DISC를 구하기 위해서는 전자가 터널접합을 터널링하는데 걸리는 시간 (tunneling time)을 알아야 한다. 하지만 몬테-칼로 방법을 이용할 경우에는 tunneling time을 정확히 알 수 없기 때문에 DISC를 직접적으로 계산하는 데는 어려움이 있다. 한 개의 독립된 단일전자트랜지스터에서 몬테-칼로 샘플링 시간이 tunneling time보다 훨씬 긴 경우 (low frequency limit)에 샘플링 시간동안의 평균 터널링 전류로 DISC를 표현하는 기법이 알려져 있다 [5]. 본 연구에서는 이 기법을 확장시켜 두 개의 단일전자트랜지스터로 구성된 단일전자인버터 회로에서 DISC를 평균 터널링 전류로 표시하는데 성공하였다.

그림 1은 터널접합저항 R_i ($i = 1, 2, 3, 4$), 터널접합 커패시턴스 C_i ($i = 1, 2, 3, 4$), 게이트커패시턴스 C_{gi}

커패시턴스 C_i ($i = 1, 2, 3, 4$), 게이트커패시턴스 C_{gi} ($i = 1, 2$), 부하커패시턴스 C_L 를 가진 단일전자인버터의 모식도이다. 레저버 (reservoir)와 전자우물 사이로 또는 전자우물 서로 간에 전자가 터널링 할 때, 전자우물의 전위는 변화하게 되고 이러한 전자우물의 전위 변화는 전자우물에 연결된 각 터미널에 DISC를 발생 시키게 된다. 각 터널접합과 게이트, 부하커패시터에서의 DISC를 I_i^D ($i = 1, 2, 3, 4$), I_{gi}^D ($i = 1, 2$), I_L^D 이라 할 때, Δt 의 tunneling time동안 전자우물의 일정한 전위 변화를 가정하면 [5], 각 터미널에서의 DISC (I_i^D , I_{gi}^D , I_L^D)는 다음과 같다. 이 때, 터널접합 커패시턴스 C_i ($i = 1, 2, 3, 4$)는 C 로 같고, 게이트 커패시턴스 C_{gi} ($i = 1, 2$)는 C_g 로 같은 경우를 생각한다.

$$\begin{aligned}
 I_{g1}^D &= C_g \frac{V_{c1}(i) - V_{c1}(f)}{\Delta t} \\
 I_{g2}^D &= C_g \frac{V_{c3}(i) - V_{c3}(f)}{\Delta t} \\
 I_L^D &= C_L \frac{V_{c2}(i) - V_{c2}(f)}{\Delta t} \\
 I_1^D &= C \frac{V_1(f) - V_1(i)}{\Delta t} = C \frac{V_{c1}(i) - V_{c1}(f)}{\Delta t} = \frac{C}{C_g} I_{g1}^D \\
 I_2^D &= C \frac{V_2(f) - V_2(i)}{\Delta t} = C \frac{V_{c1}(f) - V_{c1}(i)}{\Delta t} + C \frac{V_{c2}(i) - V_{c2}(f)}{\Delta t} \\
 &= -\frac{C}{C_g} I_{g1}^D + \frac{C}{C_L} I_L^D \\
 I_3^D &= C \frac{V_3(f) - V_3(i)}{\Delta t} = C \frac{V_{c2}(f) - V_{c2}(i)}{\Delta t} + C \frac{V_{c3}(i) - V_{c3}(f)}{\Delta t} \\
 &= -\frac{C}{C_L} I_L^D + \frac{C}{C_g} I_{g2}^D \\
 I_4^D &= C \frac{V_4(f) - V_4(i)}{\Delta t} = C \frac{V_{c3}(f) - V_{c3}(i)}{\Delta t} \\
 &= -\frac{C}{C_g} I_{g2}^D
 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 V_i ($i = 1, 2, 3, 4$), $V_{c\alpha}$ ($\alpha = 1, 2, 3$)는 각각 터널접합 양단의 전압과 전자우물의 전위이고 인자 i , f 는 터널링 전후를 나타낸다. 각 터널접합에서의 전류 I_i ($i = 1, 2, 3, 4$)는 터널링 전류 I_i^D ($i = 1, 2, 3, 4$)와 각 터미널에서의 DISC (I_i^D , I_{gi}^D , I_L^D)의 합으로 나타내어진다. C_L 터널접합에서 터널링이 일어날 때, 각 노드에서의 전류의 합은 항상 '0' ($I_1 + I_1^D + I_{g1}^D - I_2^D = 0$, $I_2^D + I_L^D - I_3^D = 0$, $I_3^D + I_{g2}^D - I_4^D = 0$)이라는 Kirchhoff 전류법칙을 적용하면 각 터미널에서의 DISC (I_i^D , I_{gi}^D , I_L^D)는 식 (3)와 같이 표현되고, 마찬가지로 C_2 , C_3 , C_4 터널접합에서 터널링이 일어날 때의 각 터미널에서의 DISC (I_i^D , I_{gi}^D , I_L^D)는 식 (4), (5), (6)과 같이 나타내어 짐을 알 수 있다.

$$C_{\Sigma} = 4C^3 + 6C^2C_g + 4C^2C_L \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
 &+ 2CC_g^2 + 4CC_gC_L + C_g^2C_L \\
 I_1^D &= -(3C^3 + 2C^2C_g + 2C^2C_L + CC_gC_L)I_1^D/C_{\Sigma} \\
 I_2^D &= (C^3 + C^2C_g + 2C^2C_L + CC_gC_L)I_1^D/C_{\Sigma} \\
 I_3^D &= (C^3 + C^2C_g)I_1^D/C_{\Sigma} \\
 I_4^D &= C^3I_1^D/C_{\Sigma} \\
 I_{g1}^D &= -(2C^2C_g + 3CC_g^2 + 2CC_gC_L + C_g^2C_L)I_1^D/C_{\Sigma} \\
 I_{g2}^D &= -C^2C_gI_1^D/C_{\Sigma} \\
 I_L^D &= -(2C^2C_L + CC_gC_L)I_1^D/C_{\Sigma}
 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
 I_1^D &= (C^3 + C^2C_g + 2C^2C_L + CC_gC_L)I_2^D/C_{\Sigma} \\
 I_2^D &= -(3C^3 + 4C^2C_g + 2C^2C_L + CC_g^2 + CC_gC_L)I_2^D/C_{\Sigma} \\
 I_3^D &= (C^3 + 2C^2C_g + CC_g^2)I_2^D/C_{\Sigma} \\
 I_4^D &= (C^3 + C^2C_g)I_2^D/C_{\Sigma} \\
 I_{g1}^D &= (C^2C_g + CC_g^2 + 2CC_gC_L + C_g^2C_L)I_2^D/C_{\Sigma} \\
 I_{g2}^D &= -(C^2C_g + CC_g^2)I_2^D/C_{\Sigma} \\
 I_L^D &= -(2C^2C_L + 3CC_gC_L + C_g^2C_L)I_2^D/C_{\Sigma}
 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
 I_1^D &= (C^3 + C^2C_g)I_3^D/C_{\Sigma} \\
 I_2^D &= (C^3 + 2C^2C_g + CC_g^2)I_3^D/C_{\Sigma} \\
 I_3^D &= -(3C^3 + 4C^2C_g + 2C^2C_L + CC_g^2 + CC_gC_L)I_3^D/C_{\Sigma} \\
 I_4^D &= (C^3 + 2C^2C_L + C^2C_g + CC_gC_L)I_3^D/C_{\Sigma} \\
 I_{g1}^D &= (C^2C_g + CC_g^2)I_3^D/C_{\Sigma} \\
 I_{g2}^D &= -(2C^2C_g + 2CC_gC_L + C_g^2C_L)I_3^D/C_{\Sigma} \\
 I_L^D &= (2C^2C_L + 3CC_gC_L + C_g^2C_L)I_3^D/C_{\Sigma}
 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 I_1^D &= C^3I_4^D/C_{\Sigma} \\
 I_2^D &= (C^3 + C^2C_g)I_4^D/C_{\Sigma} \\
 I_3^D &= (C^3 + C^2C_g + 2C^2C_L + CC_gC_L)I_4^D/C_{\Sigma} \\
 I_4^D &= -(3C^3 + 2C^2C_L + 2C^2C_g + CC_gC_L)I_4^D/C_{\Sigma} \\
 I_{g1}^D &= C^2C_gI_4^D/C_{\Sigma} \\
 I_{g2}^D &= (3C^2C_g + 2CC_g^2 + 2CC_gC_L + C_g^2C_L)I_4^D/C_{\Sigma} \\
 I_L^D &= (2C^2C_L + CC_gC_L)I_4^D/C_{\Sigma}
 \end{aligned} \quad (6)$$

co-tunneling을 무시했을 때, tunneling time보다 상당히 큰 샘플링 시간동안의 평균 DISC $\langle I_i^D \rangle$, $\langle I_{gi}^D \rangle$, $\langle I_L^D \rangle$ 는 몬테-칼로 방법을 이용한 평균 터널링 전류 $\langle I_i \rangle$ 만으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \langle I_1^D \rangle &= -C/C_{\Sigma} \cdot \left[(3C^2 + 2CC_g + 2CC_L + C_g C_L) \langle I_1' \rangle \right. \\
 &\quad - (C^2 + CC_g + 2CC_L + C_g C_L) \langle I_2' \rangle \\
 &\quad \left. - (C^2 + CC_g) \langle I_3' \rangle - C^2 \langle I_4' \rangle \right] \\
 \langle I_2^D \rangle &= -C/C_{\Sigma} \cdot \left[(C^2 + CC_g + 2CC_L + C_g C_L) \langle I_1' \rangle \right. \\
 &\quad - (3C^2 + 4CC_g + 2CC_L + C_g^2 + C_g C_L) \langle I_2' \rangle \\
 &\quad \left. + (C^2 + 2CC_g + C_g^2) \langle I_3' \rangle + (C^2 + CC_g) \langle I_4' \rangle \right] \\
 \langle I_3^D \rangle &= C/C_{\Sigma} \cdot \left[(C^2 + CC_g) \langle I_1' \rangle + (C^2 + 2CC_g + C_g^2) \langle I_2' \rangle \right. \\
 &\quad - (3C^2 + 4CC_g + 2CC_L + C_g^2 + C_g C_L) \langle I_3' \rangle \\
 &\quad \left. + (C^2 + CC_g + 2CC_L + C_g C_L) \langle I_4' \rangle \right] \\
 \langle I_4^D \rangle &= C/C_{\Sigma} \cdot \left[C^2 \langle I_1' \rangle + (C^2 + CC_g) \langle I_2' \rangle \right. \\
 &\quad \left. + (C^2 + 2CC_L + CC_g + C_g C_L) \langle I_3' \rangle \right. \\
 &\quad \left. - (3C^2 + 2CC_L + 2CC_g + C_g C_L) \langle I_4' \rangle \right] \\
 \langle I_{g1}^D \rangle &= -C_g/C_{\Sigma} \cdot \left[(3C^2 + 2CC_g + 2CC_L + C_g C_L) \langle I_1' \rangle \right. \\
 &\quad - (C^2 + CC_g + 2CC_L + C_g C_L) \langle I_2' \rangle \\
 &\quad \left. - (C^2 + CC_g) \langle I_3' \rangle - C^2 \langle I_4' \rangle \right] \\
 \langle I_{g2}^D \rangle &= -C_g/C_{\Sigma} \cdot \left[C^2 \langle I_1' \rangle + (C^2 + CC_g) \langle I_2' \rangle \right. \\
 &\quad \left. + (C^2 + CC_g + 2CC_L + C_g C_L) \langle I_3' \rangle \right. \\
 &\quad \left. - (3C^2 + 2CC_g + 2CC_L + C_g C_L) \langle I_4' \rangle \right] \\
 \langle I_L^D \rangle &= -C_L/C_{\Sigma} \cdot \left[(2C^2 + CC_g) \langle I_1' \rangle \right. \\
 &\quad + (2C^2 + 3CC_g + C_g^2) \langle I_2' \rangle \\
 &\quad + (2C^2 + 3CC_g + C_g^2) \langle I_3' \rangle \\
 &\quad \left. - (2C^2 + CC_g) \langle I_4' \rangle \right] \quad (7)
 \end{aligned}$$

또한 단일전자인버터의 각 터미널 전압이 시간에 따라 변할 경우 터미널 전압의 변화에 따른 DISC는 잘 알려진 바와 같이 시간에 따른 터미널 전압의 변화율 (CdV/dt)의 형태로 나타낼 수 있다 [1].

III. 시뮬레이션 결과

그림 2는 첫 번째 터널접합, 첫 번째 게이트, 부하에 서의 low frequency current noise spectrum을 보여준다. DISC 보정 이후의 noise spectrum (S_{CI}^D)이 거의 shot noise spectrum ($2qI$) 과 유사한 값을 가지는 반면 [6-8], DISC 보정 전의 noise spectrum (S_{CI})은 shot noise spectrum과 상당한 차이를 가짐을 확인할 수 있다. 또한 DISC에 기인한 게이트와 부하커패시터에서의 노이즈 (S_{Cgt}^D , S_L^D)도 상당한 양의 값을 가짐을 알 수 있다.

그림 3은 최대 normalized noise를 가지는 단일전자인버터의 C_4 터널접합에서의 여러 부하커패시터 값에 따른 normalized noise spectrum이다. 부하커패시터의

값이 증가함에 따라 터널접합에서의 normalized noise spectrum이 shot noise와 일치하는 1의 값에 가까워짐을 확인할 수 있다.

그림 4는 여러 부하커패시터 값에 따른 단일전자인버터의 부하커패시터에서의 low frequency current noise spectrum을 나타내고 있다. 부하커패시터 값이 커짐에 따라 노이즈의 크기도 같이 상당히 급격하게 증가함을 알 수 있다.

IV. 결론

본 논문에서는 DISC를 고려한 단일전자인버터의 과도특성을 계산하는 방법을 제시하였고, 이러한 DISC 보정 방법을 이용하여 DC bias조건에서의 단일전자인버터에서의 low frequency current noise spectrum을 계산하여 보았다. 단일전자인버터의 low frequency current noise spectrum은 부하커패시터의 값이 증가함에 따라 터널접합에서는 shot noise spectrum과 유사한 값을 가지며, 부하커패시터에서는 증가함을 알 수 있었다.

참고문헌

- [1] Masahru Kirihara, Kazuo Nakazato and Mathias Wangner, "Hybrid circuit simulator including a model for single electron tunneling devices", *Jpn. J. Appl. Phys.* **38**, 2028 (1998)
- [2] MOSES (A. N. Korotov, R. H. Chen, and K. K. Likharev *J. Appl. Phys.* **78**, 2520 (1995))
- [3] SIMOM (C. Wasshuber, H. Kosina, S. Selberherr, *IEEE Trans. Computer Aided Design*, **16**, 937 (1997))
- [4] See, for example, HSPICE manual.
- [5] H. S. Lee, Y. S. Yu, S. W. Hwang, "Displacement current correction for dc and transient simulation of single electron transistors", *Journal of Korea Physical Society* **33**, S266 (1998)
- [6] U. Hanke, Y. M. Garlperin, K. A. Chao and N. Zou, "Finite-frequency shot noise in a correlated tunneling current", *Phys. Rev. B* **48**, 17206 (1993)
- [7] S. Hershfield, J. H. Davies, P. Hyldgaard, C. J. Stanton, and J. W. Wilins, "Zero-frequency current noise for the double-tunnel-junction Coulomb blockade" *Phys. Rev. B* **47**, 1967 (1992)

[8] U. Hanke, Y. M. Garlperin, K. A. Chao, "Finite-frequency shot noise in a single electron transistor", *Phys. Rev. B* **50**, 1595 (1994)

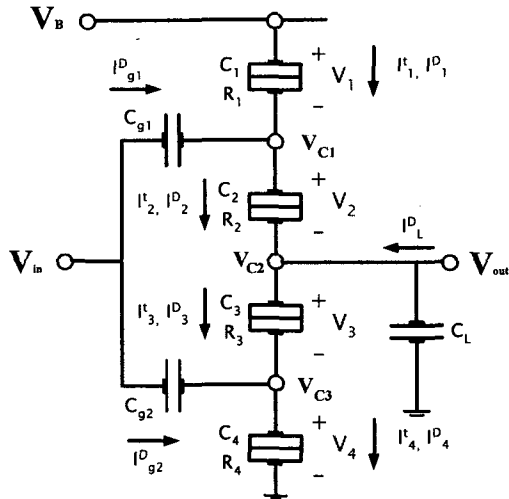


그림 1. 단일전자인버터의 모식도
Fig. 1. A schematic diagram of a single electron inverter

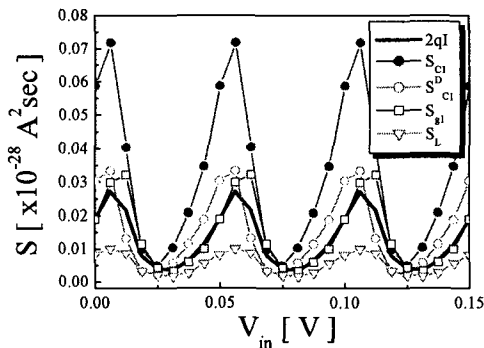


그림 2. 단일전자인버터구조에서 입력전압에 대한 DISC 보정 전후의 low frequency current noise spectrum
Figure 2. The low frequency current noise spectrum of the single electron inverter as a function of the input voltage(V_{in}) with and without the DISC correction. The simulation conditions are R_i ($i = 1, 2, 3, 4$)= $100 M\Omega$, C_i ($i = 1, 2, 3, 4$)= $1.6 aF$, C_{gi} ($i = 1, 2$)= $3.2 aF$, $C_L = 1.6 aF$, and $T = 15 K$.

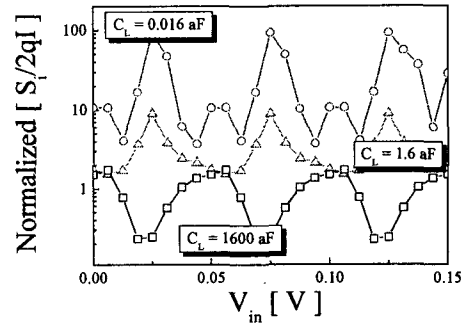


그림 3. 단일전자인버터의 C_4 터널접합에서의 여러 부하커패시터 값에 따른 normalized noise spectrum.

Figure 3. The normalized noise spectrum of the C_4 tunnel junction of the single electron inverter with the different load capacitance. The simulation conditions are R_i ($i = 1, 2, 3, 4$) = $100 M\Omega$, C_i ($i = 1, 2, 3, 4$) = $1.6 aF$, C_{gi} ($i = 1, 2$) = $3.2 aF$, and $T = 15 K$.

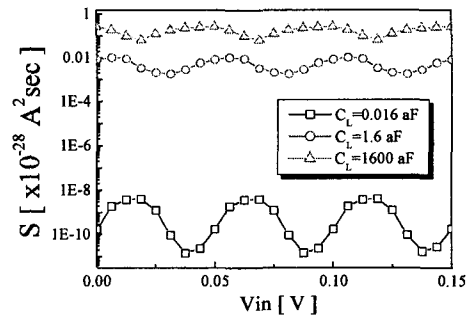


그림 4. 서로 다른 부하커패시터를 가지는 단일전자인버터의 부하커패시터에서의 low frequency current noise spectrum

Figure 4. The low frequency current noise spectrum of the load capacitor of the single electron inverters with the different load capacitance. The simulation conditions are R_i ($i = 1, 2, 3, 4$) = $100 M\Omega$, C_i ($i = 1, 2, 3, 4$) = $1.6 aF$, C_{gi} ($i = 1, 2$) = $3.2 aF$, and $T = 15 K$.