

# 확장 PASTd 알고리즘을 이용한 블라인드 다중사용자 검출

전재진, 임준석\*, 성평모

서울대학교 전기 공학부, \*세종대학교 전자공학과

## Blind Multiuser Detection using Extended PASTd Algorithm

Jae-jin Jun, Jun-Seok Lim\*, Koeng-Mo Sung

Seoul National University, \*Sejong University

e-mail: jjjun@acoustics.snu.ac.kr

### 요약

기존의 신호 공간 추적 방법을 이용한 blind multiuser detector는 nonstationary 환경에서 새로운 환경에 적응하기 위해 비교적 긴 시간을 필요로 한다. 본 논문은 가변 망각 인자를 도입한 확장 PASTd (Projection Approximation Subspace Tracking with Deflation) 알고리즘을 이용하여 환경 변화에 좀더 신속히 적응하는 성능 향상을 모의실험을 통해 보이고자 한다.

### 1. 서론

다중사용자 검출기법은 CDMA 시스템에서 단일 사용자 검출에서 나타나는 사용자간 간섭신호와 원근 문제를 극복하기 위해 제안되었다. Training sequence를 이용한 적응 다중사용자 검출에 대한 연구가 최근 활발히 진행되고 있다. 그러나 다른 사용자에 대한 정보를 알지 못하는 경우에는 이를 적용하기 힘들다. 단지 한 사용자의 signature waveform과 timing에 대한 정보만을 가지고 다중 사용자 검출을 수행하는 것이 blind multiuser detection이다. 최근에 신호 부공간 추정 방법을 이용한 blind multiuser detection 방법이 제안되었다. 고유치 분해나 특이치 분해 방법을 적응적으로 응용하기 위해서는 연산량이 너무 많기 때문에 이 대신 PASTd 알고리즘을 사용하였다[1].

다중사용자 환경은 사용자의 수와 채널의 영향이 바뀌기 때문에 nonstationary와 stationary 환경이 혼재되었다고 생각할 수 있다. 이때 고정 망각 인자를 사용한 PASTd 알고리즘은 이런 두 환경에 잘 적응하지 못한다. 이를 해결하기 위해 가변 망각인자를 도입한 확장 PASTd 알고리즘이 제안되었다[2]. 본 논문에서는 이를 사용하여 blind multiuser detector의 성능 향상을 보이고자 한다.

먼저 부공간 추정을 이용하여 선형 MMSE 검출기를 유도하고, 확장 PASTd 알고리즘을 적용하여 환경이 변함에 따라 평균 자승 오차와 신호대 간섭비의 성능이 어떻게 변하는지 보이기로 한다.

### 2. 신호 부공간과 선형 MMSE 검출기

사용자가 K명인 동기 CDMA 시스템에서의 수신신호는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$r(t) = \sum_{k=1}^K A_k b_k s_k(t) + \sigma n(t), t \in [0, T] \quad (1)$$

Normalized signature waveform vector는

$s_k = (1/\sqrt{N})[\beta_0^k \beta_1^k \dots \beta_{N-1}^k]^T$ 로 나타낼 수 있고 이것을 이용하여 수신신호를 벡터의 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{r} = \sum_{k=1}^K A_k b_k \mathbf{s}_k + \sigma \mathbf{n} \quad (2)$$

이때  $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1 \mathbf{s}_2 \cdots \mathbf{s}_K]$ ,  $\mathbf{A} = \text{diag}(A_1^2, \dots, A_K^2)$  로 정의한 다면,

$$\mathbf{C} = E\{\mathbf{r}\mathbf{r}^T\} = \sum_{k=1}^K A_k^2 \mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^T + \sigma^2 \mathbf{I}_N = \mathbf{S}\mathbf{A}\mathbf{S}^T + \sigma^2 \mathbf{I}_N \quad (3)$$

이다. 이  $\mathbf{C}$  에 대해 고유치 분해를 수행하면,

$$\mathbf{C} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^T = [\mathbf{U}_s \mathbf{U}_n] \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_s & \\ & \mathbf{\Lambda}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s^T \\ \mathbf{U}_n^T \end{bmatrix} \quad (4)$$

이다.

$\mathbf{U} = [\mathbf{U}_s \mathbf{U}_n]$ ,  $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\mathbf{\Lambda}_s, \mathbf{\Lambda}_n)$ ,  $\mathbf{\Lambda}_s = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_K)$  에서  $\lambda_1, \dots, \lambda_K$  는 크기가 가장 큰 5 개의 고유값 이고  $\mathbf{U}_s$  는 고유값에 해당하는 orthonormal 고유 벡터이다. 이때  $\mathbf{U}_s$  를 신호 부공간 라고 하고,  $\mathbf{U}_n$  을 잡음 공간이라고 한다.

사용자 1 에 대해 선형 MMSE 다중사용자 검출기  $\mathbf{m}_1$  을 구하기 위해서는

$MSE(\mathbf{m}_1) = E\{(A_1 b_1 - \mathbf{m}_1^T \mathbf{r})^2\}$  을 최소화해야하고  $\mathbf{m}_1^T \mathbf{s}_1 = 1$  의 조건을 만족하는  $\mathbf{m}_1$  을 찾는다. Lagrange multiplier 를 이용하면,

$$\begin{aligned} L(\mathbf{m}) &= MSE(\mathbf{m}) - 2\mu(\mathbf{m}^T \mathbf{s}_1 - 1) \\ &= \mathbf{m}^T E\{\mathbf{r}\mathbf{r}^T\} \mathbf{m} - 2A_1 \mathbf{m}^T E\{b_1 \mathbf{r}\} \\ &\quad + A_1^2 - 2\mu(\mathbf{m}^T \mathbf{s}_1 - 1) \\ &= \mathbf{m}^T \mathbf{C} \mathbf{m} - 2(A_1^2 + \mu) \mathbf{m}^T \mathbf{s}_1 + (A_1^2 + 2\mu) \end{aligned} \quad (5)$$

을 얻을 수 있다.

여기서  $\nabla L(\mathbf{m}_1) = 0$  을 만족하는  $\mathbf{m}_1$  은

$$\mathbf{m}_1 = \frac{1}{[\mathbf{s}_1^T \mathbf{U}_s \mathbf{\Lambda}_s^{-1} \mathbf{U}_s^T \mathbf{s}_1]} \mathbf{U}_s \mathbf{\Lambda}_s^{-1} \mathbf{U}_s^T \mathbf{s}_1 \quad (6)$$

이다.

### 3. 확장 PASTd 알고리즘

stationary 와 nonstationary 환경이 혼재되어 있는 경우 상황에 더욱 능동적으로 대처하기 위해 가변 망각인자를 사용하여 비유함수를 다음과 같이 정의한다.

$$J = 1/2 \sum_{i=0}^t \beta(t, i) e^H(i) e(i) \quad (7)$$

여기서  $\beta(t, t) = 1, \beta(t, i) \leq 1, e(i) = x(i) - wy(i)$  의 조건을 만족해야 한다. 이 식을 최소화 하는 망각인자  $\beta$  를 구하기 위해 steepest descent 방식을 이용하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \beta(t+1, t) &= \beta(t, t-1) - 1/2\alpha \frac{\partial E}{\partial \beta} \\ &= \beta(t, t-1) - \alpha \text{Re}(e^H(t) e'(t)) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서  $E = e^H(t) e(t)$  이다. 위 식에서 순시미분  $e^H(t) e'(t)$  을 사용하면 노이즈에 민감한 특성을 나타낸다. 따라서 다음과 같은 평탄화된 미분을 도입한다.

$$J' = \sum_{i=0}^t \beta(t, i) e^H(i) e'(i) \quad (9)$$

이를 사용하여  $\beta$  에 대한 식을 다시 쓰면 다음과 같다

$$\beta(t+1, t) = \beta(t, t-1) - \alpha \text{Re}(J') \quad (10)$$

그리고  $J'$  는 일반적으로 순환식 형태로 나타낼 수 있다

$$J' = \beta(t, t-1) J' + e^H(t) e'(t) \quad (11)$$

추정된 고유값을 이용하여 AIC(Akaike information criterion) 를 이용하면 현재 사용자의 수를 구할 수 있다. AIC 는 다음과 같이 정의 된다.

$$\begin{aligned} \alpha(k) &= \left[ \sum_{i=k+1}^N \lambda_i(t) / (N-k) \right] / \left( \prod_{i=k+1}^N \lambda_i(t) \right)^{1/(N-k)} \\ AIC(k) &= (N-k) \ln[\alpha(k)] / (1-\beta) + k(2N-k) \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 이것을 최소화 하는  $k$  를 찾는다.

이를 사용하여 표 1 에 확장 PASTd 알고리즘을 정리하였다. 여기서  $\psi_k(t)$  는  $\mathbf{u}_k(t)$  를  $S_k(t)$  는  $\lambda_k(t)$  를 망각인자로 미분한 것이다.

### 4. 모의 실험

모의 실험을 위해  $N=31$  이고 사용자가 6 명인 시스템을 가정한다. 사용자 1 의 signature waveform 만을 사용하여 선형 MMSE 다중 사용자 검출기를 구한다. 그리고 Random Initialization 을 하여 초기 수렴속도를 비교해 보고자 한다. 여기서 사용자 중 4 명은 사용자 1 의 에너지보다 10 배 큰 에너지를 가지고 나머지 한명은 100 배 큰 에너지를 가진다.

표 1. 확장 PASTd 알고리즘

Update the eigenvalue and eigenvector

$$\mathbf{x}_1(t) = \mathbf{r}(t)$$

For  $k = 1 : K_{t-1}$

$$y_k(t) = \mathbf{u}_k^H(t-1)\mathbf{x}_k(t)$$

$$\lambda_k(t) = \beta(t-1)\lambda_k(t-1) + |y_k(t)|^2$$

$$\mathbf{e}_k(t) = \mathbf{x}_k(t) - \mathbf{u}_k(t-1)y_k(t)$$

$$\mathbf{e}_k'(t) = -\boldsymbol{\Psi}_k(t)\mathbf{u}_k^H(t-1)\mathbf{x}_k(t)$$

$$-\mathbf{u}_k(t-1)\boldsymbol{\Psi}_k^H(t-1)\mathbf{x}_k(t)$$

$$J_k'(t) = \beta(t-1)J_k'(t-1) + \mathbf{e}_k'(t)\mathbf{e}_k'(t)$$

$$y_k'(t) = \boldsymbol{\Psi}_k^H(t-1)\mathbf{x}_k(t)$$

$$S_k(t) = \lambda_k(t-1) + \beta(t-1)S_k(t-1)$$

$$+ 2\text{Re}(\boldsymbol{\Psi}_k^H(t-1)\mathbf{x}_k(t)\mathbf{x}_k^H(t)\mathbf{u}_k(t-1))$$

$$\boldsymbol{\Psi}_k(t) = \boldsymbol{\Psi}_k(t-1) + \mathbf{e}_k'(t)[y_k^*(t)/\lambda_k(t)]$$

$$+ \mathbf{e}_k'(t)[y_k^*(t)\lambda_k(t) - y_k^*S_k(t)]/\lambda_k(t)^2$$

$$\beta(t) = \beta(t-1) - \alpha\text{Re}(J_k')$$

$$\mathbf{u}_k(t) = \mathbf{u}_k(t-1) + \mathbf{e}_k(t)[y_k^*(t)/\lambda_k(t)]$$

$$\mathbf{x}_{k+1}(t) = \mathbf{x}_k(t) - \mathbf{u}_k(t)y_k(t)$$

End

$$\sigma^2(t) = \beta\sigma^2(t-1) + \|\mathbf{x}_{K_{t-1}+1}(t)\|^2 / (N - K_{t-1})$$

Update the rank of signal subspace  $K_t$

For  $k = 1 : K_{t-1}$

$$\alpha(k) = [\prod_{i=k+1}^N \lambda_i(t) / (N-k)] / (\prod_{i=k+1}^N \lambda_i(t))^{1/(N-k)}$$

$$AIC(k) = (N-k) \ln[\alpha(k)] / (1-\beta) + k(2N-k)$$

End

$$K_t = \arg \min_{0 \leq k \leq N-1} AIC(k) + 1$$

If  $K_t < K_{t-1}$

$$\text{remove}\{\lambda_k(t), \mathbf{u}_k(t)\}_{k=K_t+1}^{K_{t-1}}$$

Elseif  $K_t > K_{t-1}$

$$\mathbf{u}_k(t) = \mathbf{x}_{K_{t-1}+1}(t) / \|\mathbf{x}_{K_{t-1}+1}(t)\|$$

$$\lambda_{K_t}(t) = \sigma^2(t)$$

End

그림 1에서 이 모의 실험의 평균 자승 오차를 보였다.

확장 PASTd 알고리즘이 수렴속도가 빠르고 1000 샘플 후에는 비슷한 성능을 나타낸다.

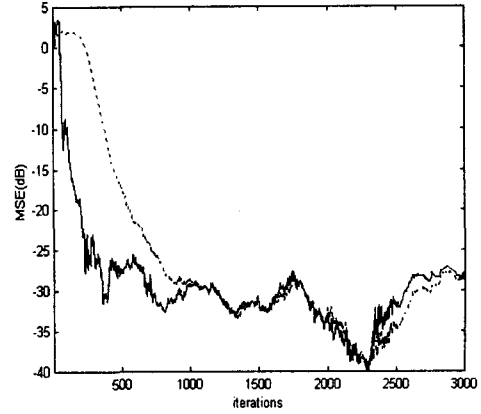


그림 1. MSE 비교(실선 : 확장 PASTd, 점선: PASTd)

다음으로 사용자 수가 변하는 경우에 대해서 살펴보기로 한다. 처음에 사용자의 수는 7명이고 다른 사용자들의 신호 크기는 사용자 1의 신호보다 10dB 크다. T=2000에서 20dB 큰 신호를 가진 사용자가 들어온다. 이 이전에 stationary 상태에 있어야 하기 때문에 50개의 데이터를 이용하여 특이치 분해를 수행한 후 이 결과를 이용하여 초기화 하였다. 그림 2에서는 이 모의 실험의 평균 자승 오차를 보였고, 그림 3에서는 신호대 간섭비(Signal to Interference Ratio)을 보였다. 그림 2의 실선이 확장 PASTd 알고리즘을 사용한 것으로 새로운 MAI가 들어옴으로 인해 MSE가 갑자기 커졌지만 기존 알고리즘에 비해 재수렴속도가 빠르다는 것을 알 수 있다. 그림 3에서도 SIR이 빨리 수렴하는 것을 알 수 있다.

## 5. 결론 및 향후 연구

모의 실험 결과를 통해 Extended PASTd 알고리즘이 기존의 것에 비해 더 빨리 수렴 한다는 것을 보였다. 실제 구현상에서  $\alpha, \beta$ 의 값에 따라 수렴 성능이 달라진다는 것을 알 수 있다. 보통  $\beta$ 의 하한 값이 수렴 속도에 영향을 미치고, 상한 값이 수렴 후 상태 변화에 영향을 미친다. 이 값의 변화에 따라 결과

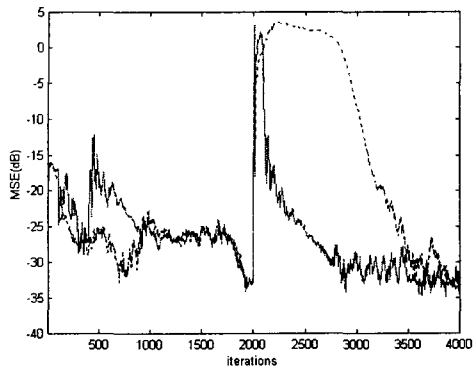


그림 2. MSE 비교(실선: 확장 PASTd, 점선: PASTd)

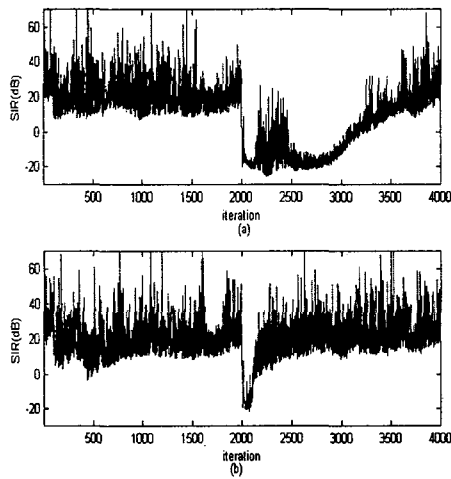


그림 3. SIR 비교 (a: PASTd, b: 확장 PASTd)

가 민감하게 반응하기 때문에 최소값을 0.8~0.9 정도로 설정하였고, 최대값은 0.995~0.998 로 설정하였다. 향후 Rayleigh fading 환경에서 채널 추정 성능이 얼마나 좋아지는지 보일 예정이다.

### 참고문헌

- [1] Xiaodong Wang and H. Vincent Poor, "Blind Multiuser Detection : A subspace Approach", IEEE Trans. On Information Theory, Vol. 44, No. 2, March 1998.
- [2] 임준석, 이종명, "시변 방위 추정을 위한 Extended PASTd(Projection Approximation Subspace Tracking with Deflation) 알고리즘", 2000년도 음향학회 학술발표대회 논문집 제 19 권 제 1(s)호, 2000

[3] B. Yang, "An extension of the PASTd algorithm to both rank and subspace tracking", IEEE Trans. Signal Processing, vol.44, 1995.

[4] Simon Haykin, "Adaptive Filter Theory", Prentice Hall, 1996.