

## LOS 환경에서 위상 차이 보상을 이용한 병렬 구조 빔 형성기

심세준, 정성현, 양승철, 이충용

연세대학교 전기, 전자 공학과, 음향, 음성, 신호처리 연구실

## A Parallel Structure Beamformer Using The Compensation for Phase Differences In LOS Environment

Seijo Shim, Sunghun Jung, Seungchul Yang and Chungyong Lee  
ASSP Lab. Dept. of Electrical Eng. Yonsei University

### 요약

배열 안테나에서 안테나 소자의 개수의 증가는 안테나의 이득을 증가시킬 수 있으므로 열악한 채널 환경에서도 채널이 필요로 하는 링크 마진을 얻을 수 있다. 그러나, 기존 빔 형성기에서 사용되는 배열 안테나 기법은 많은 계산량과 소모 메모리량 때문에 배열 소자의 개수에 제한이 따르게 된다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 본 논문에서는 배열 안테나의 구조에 따른 위상 차이를 보상하여 적은 계산량과 메모리를 갖는 배열 위상 차이 보상을 이용한 평행 구조 빔 형성기를 제안한다. 배열 위상 차이를 보상하는 기법으로 적은 계산량과 메모리로 개수가 많은 긴 배열 안테나에서 얻을 수 있는 분해능과 안테나 이득을 얻을 수 있다. 제안된 기법의 성능을 비교하기 위해 기존의 빔 형성기법으로 delay-sum 빔 형성기와 공분산 행렬의 고유치 해석을 통한 고유벡터 기법의 빔 스펙트럼과 연산량을 비교하였다. 제안된 기법으로 빔 형성을 하면, 배열 안테나의 소자의 개수가 늘어나도 기존의 방법보다 최소 30%의 연산량으로 스펙트럼 상 비슷한 성능을 얻을 수 있다.

### 1. 서론

배열 안테나를 이용한 신호처리 기법은 채널에서 요구하는 링크 마진에 필요한 안테나 이득을 얻거나 효율적인 입사각 추정에 널리 이용되어 왔다. 특히 위성 통신과 같이 채널이 열악한 상황에서 링크 마진에 필요한 안테나 이득을 얻거나 HAPS(High Altitude Platform Stations)[5] 등의 측면에서 안테나의 개수를 고려하면 연산량의 감소는 필수적이다.

배열 안테나 이득은 한 개의 배열 안테나로 신호를 수신했을 때 얻어지는 수신 신호의 신호대 잡음비에 대해  $N$  개의 배열 안테나를 이용하여 수신된 출력 신호의 신호대 잡음비의 증가율로 구할 수 있으며[1] 이러한 안테나 이득은 안테나의 개수에 비례하게 된다. 그러므로, 채널이 열악한 상황에서 필요로 하는 링크 마진은 배열 안테나의 개수를 늘리면 간단히 얻을 수 있다. 그러나, 배열 안테나 개수의 증가는 빔 형성 가중치

벡터를 구할 때, 계산량 및 메모리의 문제를 야기하므로 적당한 방법이라고 할 수 없다. 따라서, 본 논문에서는 제안된 기법을 이용하여 강한 LOS(Line Of Sight) 신호가 존재하는 AWGN(Additive White Gaussian Noise) 채널에 대해 배열 안테나의 개수를 증가시켜 원하는 안테나의 이득을 얻으면서 계산량을 감소시킬 수 있는 방법인 위상 차이를 보상한 평행 구조 빔 형성기를 연구하였다.

제안된 빔 형성 기법은 배열 소자가 많은 긴 배열 안테나를 여러 개의 짧은 배열 안테나로 나누고 짧은 배열 안테나에서 1차 가중치 벡터를 구한 후, 여러 개로 나뉘어진 짧은 배열 안테나로부터 위상 차이를 보상해서 2차 가중치 벡터를 구하면 적은 계산량과 메모리로 기존의 긴 배열 안테나에서 얻을 수 있는 분해능과 안테나 이득을 얻게 된다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 기존의 빔 형성기 알고리즘을 분석하여 일반적인 계산량을 살펴보고, 3장에서는 제안된 빔 형성기 알고리즘을 분석하고 구체적인 연산량을 계산할 것이며, 이를 통해 4장에서는 기존의 빔 형성기의 알고리즘과 제안된 알고리즘의 성능을 비교한 후, 마지막으로 5장에서 결론을 맺는다.

### 2. 기존의 빔 형성 기법

기존의 빔 형성 알고리즘이 가장 적은 알고리즘이 delay-sum 빔 형성기이다. Delay-sum 빔 형성기는 입사 신호가 배열 안테나에 도달할 때 입사 각도에 따라 발생하는 배열 안테나 간의 시간 지연을 보상해서 빔을 형성해준다.

선형 배열 안테나에 입사하는 신호의 방위각(azimuth)을  $\phi$ , 배열 안테나의 간격을  $d$ , 신호의 전파 속도를  $c$ 라 할 때, 각 배열 안테나 간의 시간 지연  $\tau$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau = \frac{d}{c} \sin \phi \quad (2-1)$$

식(2-1)을 기본으로  $N$ 개의 배열 안테나에 입사하는 신호의 조향 벡터  $\mathbf{a}(\phi)$ 를 구성하면,

$$\mathbf{a}(\phi) = [1 e^{j2\pi f\tau} \dots e^{j2\pi(N-2)f\tau} e^{j2\pi(N-1)f\tau}]^T \quad (2-2)$$

가 된다. 식(2-2)의 시간 지연에 의한 위상 지연을 보상

본 연구는 삼성통증CSF의 지원으로 이루어졌습니다.

하는 delay-sum 빔 형성기의 가중치 벡터  $\mathbf{w}_{CON}$  은 다음과 같다.

$$\mathbf{w}_{CON} = \text{conj}(\mathbf{a}(\phi)) \quad (2-3)$$

여기서,  $\text{conj}(\bullet)$ 은 공액 복소수를 나타내는 함수이다.

L개의 다중 신호가 입사하는 경우 조향 벡터 행렬  $\mathbf{A}(\phi)$ 를 단일 신호의 방향 벡터를 겹쳐 표현할 수 있다. 그러므로, 안테나의 입사 신호의 모델링은 다음과 같은 형태로 정리될 수 있다.

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\phi)\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2-4)$$

$$\mathbf{A}(\phi) = [\mathbf{a}(\phi_1) \ \mathbf{a}(\phi_2) \ \cdots \ \mathbf{a}(\phi_L)] \quad (2-5)$$

$$\mathbf{n}(t) = [n_1(t) \ n_2(t) \ \cdots \ n_N(t)]^T \quad (2-6)$$

여기서,  $n_i(t)$  는  $i$ 번째 안테나에 부가되는 i.i.d (identically independent distributed) 특성을 갖는 분산이  $\sigma_n^2$  인 잡음이며,  $\mathbf{s}(t)$ 는 신호의 정보 벡터이다.

식 (2-4) 의해 delay-sum 빔 형성기의 빔 패턴을 결정하는데 영향을 미치는 공간 공분산 행렬  $\mathbf{R}$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] \\ &= \mathbf{A}E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)]\mathbf{A}^H + E[\mathbf{n}(t)\mathbf{n}^H(t)] \\ &= \mathbf{ASA}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (2-7)$$

여기서,  $E[\bullet]$ 는 각 안테나 출력 사이의 기대값을 나타내는 함수이다. 일반적으로 행렬  $\mathbf{R}$ 은 미리 알 수 없으므로 추정된 공분산 행렬  $\hat{\mathbf{R}}$ 을 다음과 같이 정의해서 사용한다.

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{t=1}^K \mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t), \quad K > N \quad (2-8)$$

추정 공분산 행렬  $\hat{\mathbf{R}}$ 은 사용된 샘플수( $K$ )가 증가할수록 추정값이 참값에 수렴하게 된다. 그리고, 식(2-8)은 다음과 같이 변형시켜 매 샘플마다 값을 갱신하는 방법으로 바꿔줄 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{R}}(k) &= \frac{1}{k} \sum_{t=1}^k \mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t) \\ &= \frac{k-1}{k} \left( \frac{1}{k-1} \sum_{t=1}^{k-1} \mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t) \right) + \frac{1}{k} \mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k) \\ &= \frac{k-1}{k} \hat{\mathbf{R}}(k-1) + \frac{1}{k} \mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k) \end{aligned} \quad (2-9)$$

식(2-8)과 (2-9)에 의해서 구해진 공분산 행렬을 이용하여 배열 안테나 출력의 파워 스펙트럼은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P(\mathbf{w}) = \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{R}} \mathbf{w} \quad (2-10)$$

Delay-sum 빔 형성기는 가중치 벡터를 구하기 위해서 전 방위 탐색을 하여 각 배열 안테나에 입사하는 신호의 시간 지연을 보상한 후, 파워를 계산하여 가중치 벡터를 결정하게 된다. Delay-sum 빔 형성기의 전 방위 탐색은 염밀히 말해서 배열 안테나의 가중치 벡터를 구하는 것이 아니라 가중치 벡터를 각 방위에 따라서 변화시켜 수신 파워가 가장 큰 방위각을 찾아 주는 것에 불과하다. 그러므로, 전 방위 탐색을 하지 않고 신호의 입사각에 빔을 형성시키고 가중치 벡터를 결정하기 위해서, 공간 공분산 행렬을 고유치 해석을 해주고 가장 큰 고유치에 해당하는 고유 벡터( $\mathbf{w}_{ eig}$ )를 가중치 벡터로 삼는 방법을 고려할 수 있다.

고유 벡터 방법은 먼저 배열 안테나에서 받아들인 데이터들의 출력 공분산 행렬을 구하고, 그 행렬을 고유치 분해한다.

$$\mathbf{R} = \sum_{n=1}^N \lambda_n \mathbf{e}_n \mathbf{e}_n^H \quad (2-11)$$

여기서,  $\lambda_n$ 은  $n$ 번째 고유치이며,  $\mathbf{e}_n$ 은 그에 대응하는 고유 벡터를 의미한다. 이 때,

$$\mathbf{E} = [\mathbf{e}_1 \ \mathbf{e}_2 \ \cdots \ \mathbf{e}_N] \quad (2-12)$$

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \cdots > \lambda_N \quad (2-13)$$

가 된다. 이렇게 고유치 분해를 통해서 얻어진 고유치와 고유 벡터들 중에서 가장 큰 값을 갖는 고유치  $\lambda_1$ 에 해당하는 고유 벡터  $\mathbf{e}_1$ 을 선택한다. 이 고유 벡터는 입사 신호가 각 배열 소자에 입사된 시간 지연 성분을 포함한 위상 정보를 지니게 된다. 즉, 최대 고유치에 해당하는 고유 벡터는 고유치의 성질에 의해 입사 방향 중에서 파워에 비례하는 성분을 포함하기 때문에 배열 안테나에 입사하는 신호의 방향 벡터라 볼 수 있다[3].

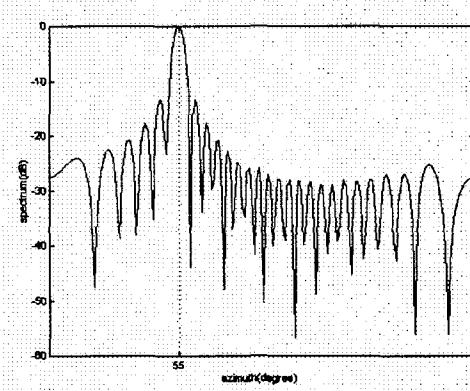


그림 1 고유 벡터에 의한 빔 스펙트럼(N=27)

고유 벡터 방법에 의한 계산량을 구하면 공분산 행렬을 구하는 계산이 가장 큰 영향을 미친다. 이런 공분산 행렬을 계산하는 데 필요한 연산량은 식(2-9)에 의해서 배열 안테나의 개수가  $N$ 이고 공분산 행렬의 추정값을 얻기 위한 데이터의 개수가  $K$ 일 때, 곱셈과 덧셈의 개수는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \text{기존 방법의 덧셈 및 곱셈 각각의 연산량} &\approx \\ &N \times N \times K \end{aligned} \quad (2-14)$$

여기서 제시한 연산량은 제안된 방법에 의해서 구해진 연산량과 비교되어 성능을 평가할 척도가 된다.

### 3. 제안된 빔 형성 기법

제안된 빔 형성 기법은 배열 안테나를 몇 개의 블록으로 나누어서 각 데이터 샘플마다 첫번째 블록에 입사하는 수신 데이터와 그 외의 블록에 수신되는 데이터 간의 위상 차이를 구해서 평균을 취함으로써 첫번째 블록의 짧은 배열 안테나에서 얻어지는 가중치 벡터를 보상해서 긴 배열 안테나의 가중치 벡터를 얻는 기법이다. 이렇게 함으로써 배열 안테나의 개수가 늘어나도 많은 연산량의 증가 없이 기존의 빔 형성 기법과 비슷한 성능을 보일 수 있다.

그림2는 제안된 빔 형성 기법의 데이터 취득 방법을 설명하고 있다. 블록1에서는 배열 안테나로부터 수신되는 모든 데이터를 이용해서 공분산 행렬을 만들고 이로부터 고유치 해석을 통해 1차 가중치 벡터를 얻어낸다. 블록2와 블록3에서는 그림과 같이 블록1의 혹점의 위치

와 같은 점에서의 위상차를 구해서 각 배열 안테나 별로 평균을 취해 1차 가중치 벡터를 보정하는 평균 위상차 벡터를 얻는다. 이 때, 데이터를 취득하는 방법은 블록1에서처럼 수신되는 모든 데이터가 필요한 것이 아니라 식(3-1)에서 계산된 개수가 필요하게 된다.

$$\# \text{ of the sampled data} = \frac{K}{\# \text{ of the arrays in a block}} \quad (3-1)$$

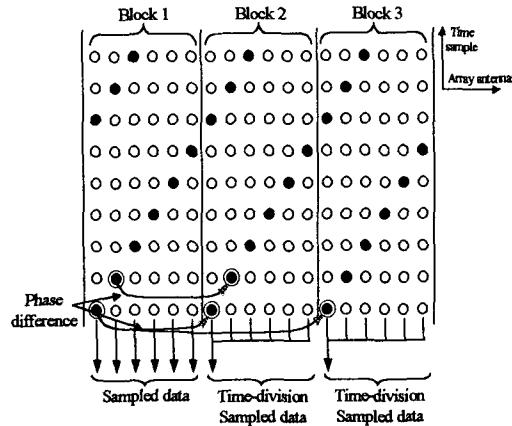


그림 2. 제안된 빔 형성 기법의 데이터 취득 방법

식(2-2)에 의해서 배열 안테나의 개수가  $N$ 이고, 안테나에 입사하는 신호의 개수가  $L$ 일 때, 기저 대역에서의 수신 신호는 식(3-2)와 같이 주어진다.

$$\mathbf{x} = \left[ \sum_{l=1}^L \sqrt{P_l} e^{-j2\pi f_l t} \dots \sum_{l=1}^L \sqrt{P_l} e^{j2\pi(n-1)f_l(t_l-t)} \dots \sum_{l=1}^L \sqrt{P_l} e^{j2\pi(N-1)f_l(t_l-t)} \right]^T + \mathbf{n}(t) \quad (3-2)$$

여기서,  $P_l$ 은  $l$ 번째 신호의 파워를 나타낸다. 그림2에서 첫번째 블록의  $n$ 번째 방향 성분과  $m$  번째 블록의  $n$ 번째 방향 성분의 비교해서 위상차  $\Delta_{ph}$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\Delta_{ph} = \frac{\sum_{l=1}^L P_l e^{j2\pi(n_m-1)f_l(t_l-t)}}{\sum_{l=1}^L P_l e^{j2\pi(n_1-1)f_l(t_l-t)}} \quad (3-3)$$

식(3-2)에서 계산된 위상차는 첫번째 블록에서 고유치 벡터 방법으로 계산된 가중치 벡터를 보정하는 데 사용된다.

제안된 기법에 의해 가중치 벡터를 구하는 방법은 다음과 같다. 우선, 첫번째 블록에서 우선  $N_s (< N)$ 개의 작은 배열 소자를 이용해 데이터를 취득한 후  $N_s \times N_s$  차원을 갖는 공분산 행렬을 만든다. 이로부터 고유치 해석을 하여 가장 큰 고유치의 고유 벡터를 첫번째 블록의 가중치 벡터로 삼는다. 이렇게 얻어진 가중치 벡터는 차원이  $N_s \times 1$ 이므로 전체의 배열 안테나를 이용하여 얻어진 차원이  $N \times 1$ 인 가중치 벡터에 분배능과 안테나 이득 면에서 성능이 떨어진다. 그러므로 식(3-3)의 위상차로 첫번째 블록에서 구한  $N_s \times 1$ 차원의 가중치 벡터를 보상하여  $N \times 1$ 차원의 가중치 벡터로 확장 시켜 줄 수 있다. 그러나 식(3-3)은 한 개의 데이터 표본에서 보상된 위상차이므로 잡음성분에 의해서 일정한 값을 지니지 않는다. 따라서 각 배열 소자별로 시평균을 취해 잡

음 성분에 의한 영향을 줄여서  $N_s(b-1)$ 개의 평균 위상차 성분을 얻을 수 있다. 여기서  $b$ 는 블록의 개수이다. 이렇게 얻어진 평균 위상차 성분은 먼저 얻어진 가중치 벡터의 각 성분에 곱해져서 차원이  $N_s(b-1) \times 1$ 인 나머지 블록에 대한 가중치 벡터를 얻게 된다. 이렇게 얻어진 가중치 벡터는 첫번째 블록에서 얻어진 가중치 벡터와 결합해서  $N \times 1$ 차원의 가중치 벡터로 확장된다.

평균 위상차 성분을 얻을 때, 데이터 취득은 각 블록의 배열 소자 별로  $N_s$ 에 한 번씩 데이터를 얻게 되므로 평균을 취할 데이터의 개수는  $K/N_s$ 가 된다. 일반적으로 전체 데이터 개수  $K$ 는 매우 크기 때문에  $K/N_s$ 의 데이터의 평균을 취해도 위상차 성분을 얻을 때 충분한 통계적인 특성을 얻을 수 있게 된다.

제안된 방법에서 계산량에 가장 큰 영향을 미치는 부분은 공분산 행렬을 구하는 부분과 위상 차이를 구하는 부분인데, 이 때 곱셈과 덧셈의 개수는 블록의 개수를  $b$ 라 하면 다음과 같이 대략 계산할 수 있다.

제안된 방법의 덧셈 및 곱셈 각각의 연산량 ≈

$$N_s \times N_s \times K + N_s \times \frac{K}{N_s} \times (b-1) \quad (3-4)$$

#### 4. 제안된 방법의 성능 분석 및 비교

제안된 방법의 성능을 비교하기 위한 실험 환경은 다음과 같다. 신호는 강한 LOS를 갖는 단일 주파수를 가정했고, 채널은 AWGN 채널을 가정했으며, 배열 안테나의 각 안테나 간의 간격은 일사 신호의 파장의 1/2이라 하였다. 제안된 방법의 성능 검증을 위해 기존의 방법인 delay-sum 빔 형성기와 고유치 분해에 의한 고유 벡터 기법의 빔 스펙트럼을 이용하였고, 연산량의 비교는 고유 벡터 기법의 연산량과 비교하였다.

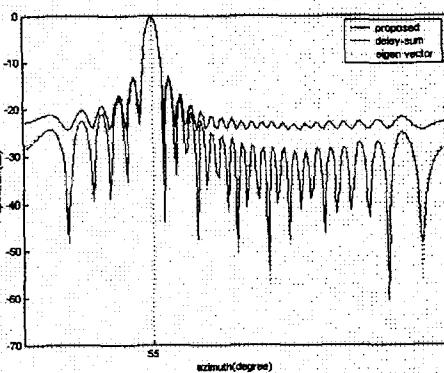


그림 3. 제안된 기법과 기존 방법의 빔 스펙트럼  
( $N=27, N_s=9, b=3$ )

그림3은 기존의 delay-sum 기법을 이용한 빔 형성 스펙트럼과 고유 벡터 방법, 그리고 제안된 배열 위상차이를 보상한 병렬 구조 빔 형성기의 빔 스펙트럼을 보여준다. 긴 배열 안테나의 개수는 27개, 짧은 배열 안테나의 개수가 9개, 블록의 개수가 3개에 대한 시뮬레이션이다. 55°인 방위각(azimuth angle)에서 신호 대 잡음비(SNR)가 10 dB인 신호가 배열 안테나에 입사할 때, 제안된 방법의 스펙트럼이 신호의 입사 방향으로 지향되어 있고, 지향되어 있는 빔의 인접 스펙트럼의 크기도 기존의 방법과 비슷하다. 그러므로, 빔 형성의 면에서 제안된 기법과 기존 방법에 비해 성능이 나빠지지

않음을 알 수 있다. 오히려 고유 벡터를 이용하는 기법과 같이 배경 잡음에 대해 강인한 특성을 보여 delay-sum 빔 형성기에 비해서 인접 빔 스펙트럼의 특성이 더 좋아짐을 알 수 있다.

연산량 면에서 제안된 기법과 고유 벡터에 의한 빔 형성기를 비교하기 위해 제안된 기법의 연산량을 기준으로 기존 방법의 연산량 비를 계산하는 방법과 로그 연산량 곡선을 이용하였다[4]. 로그 연산량 곡선은 연산량의 차수를 계산하는 방법으로 연산량을 공통된 변수를 갖는 합수로 만든 후, 로그 크기로 변환해서 연산량 차수를 측정하는 방법으로 그래프의 기울기가 연산량의 차수를 나타내는 방법이다.

$N$ 을 전체 배열 안테나의 개수,  $N_s$ 를 한 블록 당 배열 안테나 개수,  $b$ 를 블록의 개수라 하고,  $\gamma$ 를 한 블록 당 배열 안테나의 개수 대 블록의 개수의 비( $N/b$ )라 하면, 식(2-14)와 식(3-4)는 다음과 같이 변환된다.

표 1. 제안된 기법과 기존 방법의 연산량

고유 벡터 방법의 덧셈, 곱셈 수	$\gamma^2 b^4 K$
제안된 기법의 덧셈, 곱셈 수	$\gamma^2 b^2 K + K(b-1)$

표 1에 의해서  $\gamma$ 를 특정값에 고정시키고  $b$ 를 변화시키면서 값을 계산하여 두 기법의 연산량을 연산량 비를 나타내는 곡선과 로그 연산량 곡선으로 나타내었다. 다음 그림 4와 그림 5는  $\gamma=3$ 으로 두고 연산량을 비교한 그림이다.  $\gamma=3$ 일 때,  $N$ 과  $N_s$ 의 같은  $b$ 가 변함에 따라 다음 표 2와 같이 변한다.

표 2.  $\gamma=3$  일 때,  $b$ 에 따른  $N$ 과  $N_s$ 의 개수

$b$	$N_s$	$N$
1	3	3
2	6	12
3	9	27
4	12	48
5	15	75

그림 4는 기존 방법에 의한 연산량을 1이라 했을 때,  $b$ 에 따른 제안된 기법의 연산량을 나타내는 그림이고, 그림 5는 기존 방법과 제안된 기법의 연산량의 차수를 나타내는 그림이다. 그림 4를 보면 제안된 기법의 연산량이 기존 방법의 최소 30%( $b \geq 2$ )정도임을 알 수 있다. 그림 5에서 나타내는 기울기는 기법에 따른 연산량의 차수를 나타내는 데, 기존의 방법은 기울기가 4이고 제안된 방법은 기울기가 2로서 제안된 방법이 연산량의 차수를 줄이는 것을 알 수 있다.

## 5. 결론

본 논문에서는 배열 위상차를 이용하여 많은 배열 안테나를 사용했을 때 생기는 연산량의 부담을 줄이면서 기존의 방법인 delay-sum 빔 형성기와 고유 벡터 방법의 빔 형성기의 성능과 거의 같은 성능을 보일 수 있는 빔 형성기를 제안하였다.

제안된 기법에 의해서 빔 형성을 하면 기존의 방법과 비슷한 성능과 링크 마진이 요구하는 필요 안테나 이득을 얻을 수 있으며 연산량을 줄일 수 있었다.

따라서, 제안된 기법으로 열악한 채널에서 LOS 존재 할 때, 채널이 요구하는 링크 마진을 얻기 위해 많은 개수의 배열 소자를 갖는 배열 안테나를 사용할 수 있을 뿐더러, 연산량의 부담을 줄여 효율적인 하드웨어를

설계할 때 매우 용이하게 사용될 수 있다.

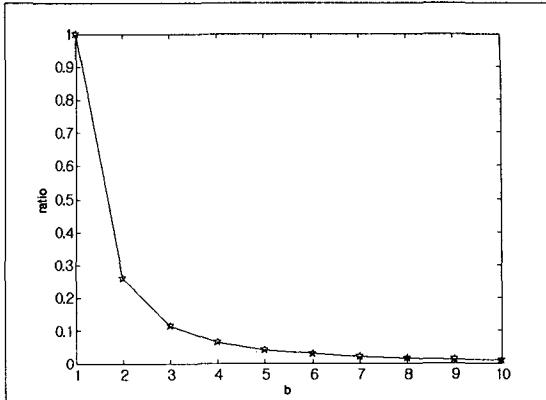


그림 4. 제안된 기법과 기존 방법의 연산량 비

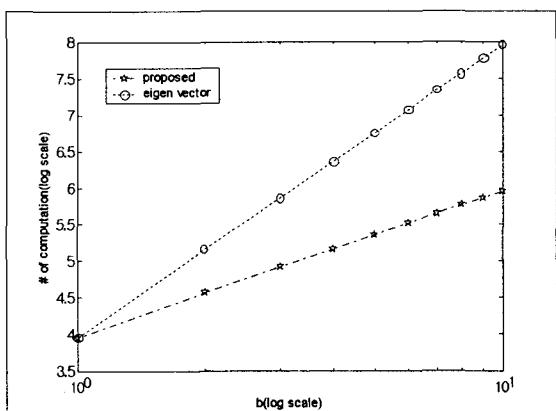


그림 5. 제안된 기법과 기존 방법의 로그 연산량 곡선

## 6. 참고 문헌

- [1] Joseph C. Liberti, Jr. and Theodore S. Rappaport, *Smart Antennas for Wireless Communications*, Prentice Hall, 1999.
- [2] Lal C. Godara, "Application of Antenna Arrays to Mobile Communications, Part II: Beam-Forming and Direction-of-Arrival Considerations", Vol.85, *Proc of the IEEE*, pp.1195-1245, NO.8, Aug, 1997.
- [3] 김승일, 비선형 형상 견인 어레이를 위한 빔형성 기법, 석사 논문, 연세대학교, 1999.
- [4] Gilbert Strang, *Linear Algebra And Its Applications 3rd Editions*, Harcourt Brace Jovanovich, 1988.
- [5] ITU, Doc 8/115-E, Nov, 1999