

# DWT 및 전치 왜곡기를 이용한 볼테라 시스템 선형화

강 동 준, 김 영 근, 남 상 원  
한양 대학교 전기공학과

## On the Linearization of Volterra Nonlinear Systems using DWT and a Predistorter

Dong-Jun Kang, Young-Keun Kim, and Sang-Won Nam

Division of Electrical and Computer Eng., Hanyang Univ.,  
Seoul, 133-791, Korea, swnam@email.hanyang.ac.kr

### Abstract

This paper proposes an adaptive linearization method of Volterra nonlinear systems using DWT(Discrete Wavelet Transform) and an LMS-type predistorter. In particular, the proposed wavelet transform-domain linearization method leads to diagonalization of the input vector auto-correlation matrix, which yields improvement of the convergence rate of the corresponding transform-domain LMS algorithm. Furthermore, the adaptive Volterra predistorter followed by a corresponding weakly Volterra nonlinear system(here, a TWT amplifier model in a satellite communication system) is utilized to compensate for the distortion in the output. Also, 12-PSK and 4-QAM are applied as the input to the nonlinear system to be tested. Some simulation results show that the proposed linearization approach has better performance than DCT-based or conventional normalized LMS algorithms do.

### I. 서론

실제 비선형성이 존재하는 시스템(예를 들어, 디지털 라디오 시스템에서의 QAM, 비선형성으로 인해 소리 재생의 충실도가 크게 저하되는 loudspeaker 등)에서, 시스템이 선형성을 갖는 것이 바람직한 경우 시스템 선형화가 필수적으로 요구된다. 이러한 비선형 시스템에서 생기는 비선형 왜곡 보상 방법으로는 송신단에서 전치왜곡보상 방법과 수신단에서의 등화 방법이 있다. 본 논문에서는 비선형성을 보상하는 기술로 다양한 공학분야에 응용되어 온 적응 볼테라 필터를 이용한다. 그러나 적응 볼테라 필터 적용시의 문제점은 비선형 필터 구조에 기인하는 계산량의 증가와 선택한 알고리즘에 따라 그 수렴 성능이 좌우된다는 점이다. 특히, 적응 볼테라 필터 알고리즘에 최소 평균 자승 (LMS) 법을 이용할 때, 선형 FIR 필터에서의 마찬가지로 입력 벡터의 상관 행렬 고유치 분포가 수렴 성능에 큰 영향을 미친다. 본 논문에서는 LMS 적응 볼테라 필터의 수렴 속도를 향상시키기 위해, 웨이블릿 변환 영역 볼테라 필터링 방법을 적용하였는데, 볼테라 입력 벡터

는 이산 웨이블릿 변환 (DWT)을 한 후 전력 정규화하면 입력벡터 자기 상관행렬의 고유치 분포를 줄일 수 있는 특성을 이용하였다[1,2]. 즉, 전력 정규화 및 변환 영역 LMS 선형 필터링 접근 방법을 볼테라 필터에 확장 적용하였다. 즉, 본 논문에서는 통신채널의 왜곡을 앞 단에서 보상하고, 또한 보상기의 수렴속도를 향상시키기 위해서 DWT(Discrete Wavelet Transform)에 근거한 적응 볼테라 필터를 제안하였다.

### II. Volterra 시스템 모델링

본 논문에서 제안한 비선형 시스템을 다음과 같이 복소 3 차 볼테라 급수로 모델링하였다.

$$y[n] = \sum_{i=0}^{N-1} h_1[i]x[n-i] + \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} h_3[i, j, k]x[n-i]x[n-j]x^*[n-k] \quad (1)$$

여기서  $x[n]$  과  $y[n]$  은 각각 보상기의 입력과 출력을 나타내며,  $h_1[i]$  와  $h_3[i, j, k]$  는 각각 선형과 3 차 비선형 커널이며[1],  $N$  은 시스템의 메모리 수를 나타낸다.  $K_1$  을 1 차 복소 볼테라 커널의 개수,  $K_3$  를 3 차 복소 볼테라 커널의 개수,  $K_T$  를 시스템의 총 볼테라 커널 개수라고 나타내면 다음과 같다.

$$K_1 = N \quad (2)$$

$$K_3 = \frac{N(N+1)}{2} N \quad (3)$$

$$K_T = K_1 + K_3, \quad N=4 \quad (4)$$

입·출력관계를 벡터 형식으로 표현하면 다음과 같다.

$$y[n] = \mathbf{h}_v^H \mathbf{X}_v[n] \quad (5)$$

여기서  $(\cdot)^H$  은 Hermitian 연산자이고  $\mathbf{h}_v$  는 볼테라 커널 벡터,  $\mathbf{X}_v[n]$  는 전체 볼테라 입력 벡터를 의미하며 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\mathbf{X}_v[n] = [x[n], x[n-1], \dots, x[n-N+1]]$$

$$\begin{aligned} & x^2[n]x^*[n], x^2[n]x^*[n-1], \dots, x^2[n-N+1]x^*[n-N+1]]^T \\ & = [\mathbf{x}_L^T[n] \mid \mathbf{x}_C^T[n]]^T \end{aligned} \quad (6)$$

$\mathbf{x}_L[n]$ 은 볼테라 필터의 선형 입력 벡터,  $\mathbf{x}_C[n]$ 은  $\mathbf{x}_L[n]$ 로 부터 구성될 수 있으며, 선형 입력의 자승부분과 선형 입력의 다른 원소들의 조합으로 이루어진 부분이다.

$$\mathbf{R}_x = E[\mathbf{X}_v[n]\mathbf{X}_v^H[n]] \quad (7)$$

$\mathbf{R}_x$ 는 볼테라 입력 상관 행렬을 말하며 LMS 적응 알고리즘의 수렴 속도는 입력 상관 행렬  $\mathbf{R}_x$ 의 고유치 분포와 밀접한 관련이 있기 때문에, 고유치 분포를 줄이기 위해서 유니터리 변환(DWT)과 전력 정규화(power-normalization)를 통하여 입력신호  $\mathbf{X}_v[n]$ 을 decorrelating 시킬 필요가 있다.

### III. 이산 웨이블릿 변환

웨이블릿 변환은 신호처리, 수치해석, 수학적 모델링 등의 분야에 해석적 도구로서 많이 적용되어 왔다[3-4]. 웨이블릿 변환이 갖는 장점은 시간 분해 특성이 우수한 짧은 고주파 신호와 주파수 분해 특성이 우수한 긴 저주파 신호를 기저 함수로 사용함으로써 적응성있는 시간-주파수 분해가 가능하다는 점이다[3-5]. 2-밴드 웨이블릿 변환은 다음과 같이 표현될 수 있다[3].

$$f(t) = \sum_k c(k)\varphi_k(t) + \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} 2^{j/2} d_j(k)\psi(2^j t - k) \quad (8)$$

여기서  $c_j(k), d_j(k)$ 는 다음과 같다.

$$c(k) = \int f(t)\varphi(t-k)dt \quad (9)$$

$$d_j(k) = \int f(t)2^{j/2}\varphi(2^j t - k)dt \quad (10)$$

2-밴드 웨이블릿 필터 뱅크 구조는 그림 1과 같다.

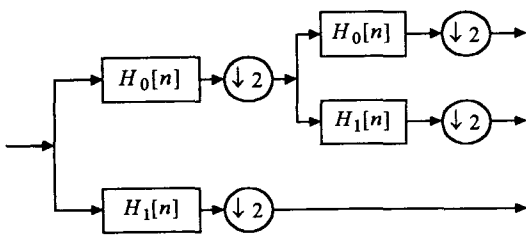
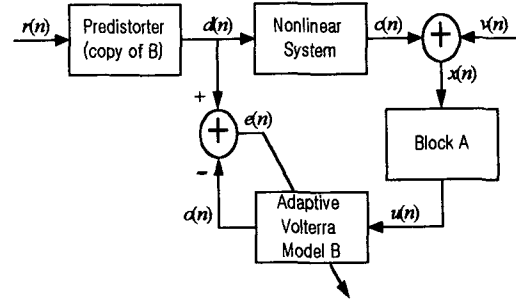


Fig. 1. Filter bank structure of two-band Wavelet Transform  
그림 1. 2-밴드 웨이블릿 변환의 필터 뱅크 구조

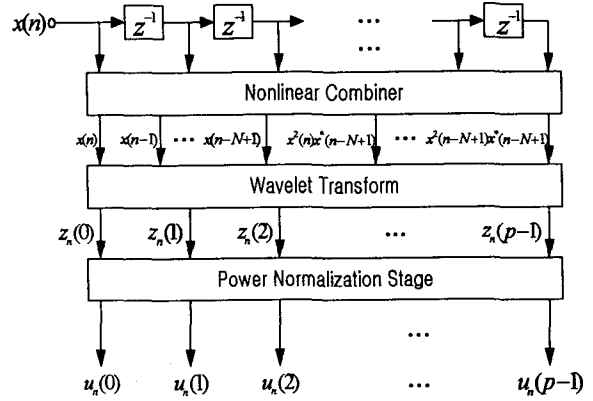
### IV. 웨이블릿 영역 적응 볼테라 필터링

그림 2는 본 논문에서 제안한 웨이블릿 변환 영역에

서 LMS 적응 볼테라 선형처리기 구조의 다이어그램이며 그 방법은 다음과 같다. 본 장에서는 모든 볼테라 입력벡터를 만들기 전에 선형 입력만으로 유니터리 변환처리(즉, DWT)를 하였을 때의 적응 LMS 볼테라 필터링 방법을 제안한다. 제안한 구조는 그림 2와 같으며, 제시된 방법은 다음과 같은 절차로 되어있다.



(a)



(b) Diagram of Block A

Fig. 2. The proposed Volterra series-based predistorter

그림 2. 볼테라 기반 전치왜곡기

비선형 시스템의 출력과 노이즈  $v(n)$ 의 합으로 이루어진 볼테라 입력 벡터  $\mathbf{x}_v[n]$ 은 nonlinear combiner를 통해 발생되고, 유니터리 변환(DWT)[3-4]을 통해 변환된다. 변환된 입력 벡터  $\mathbf{z}[n]$ 은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\mathbf{z}[n] = \mathbf{T} \mathbf{x}_v[n] \quad (11)$$

$$(\mathbf{z}[n] = [z_n(0), \dots, z_n(p-1)]^T)$$

여기서 행렬  $\mathbf{T}$ 는 식 (12)의 구조를 가지는 유니터리 DWT 행렬이다:

$$\mathbf{T}\mathbf{T}^T = \mathbf{T}^T\mathbf{T} = \mathbf{I} \quad (12)$$

식 (11)에서,  $p$  ( $p = N + N(N+1)N/2$ )는 필터의 길이

이다. 변환된 입력 벡터  $\mathbf{z}[n]$  은 추정한 전력  $P_n(i)$  의 제곱근으로 정규화되며, 추정 전력  $P_n(i)$  는  $z_n^2(i)$  를  $0 \leq \beta < 1$  사이의 매개 변수를 갖는 exponentially decaying window 로 필터링함으로써 얻을 수 있다[2]:

$$P_n(i) = \beta P_{n-1}(i) + (1-\beta)z_n^2(i), u_n(i) = \frac{z_n(i)}{\sqrt{P_n(i) + \epsilon}}, \quad i=0,1,\dots,p-1 \quad (13)$$

작은 상수  $\epsilon$  은 추정 전력  $P_n(i)$  이 영에 가까울 때, numerical instability 를 피하기 위해서 사용된다. 위에서 언급한 선행 처리 방법은 입력 벡터 자기 상관 행렬의 고유치를 감소시켜 거의 1에 가깝게 함으로써 적응 볼테라 필터의 수렴 속도를 향상시킬 수 있다

전력 정규화된 신호  $u_n(i)$  는 그림 2에서와 같이 변환 영역 LMS 적응 볼테라 필터의 입력신호이며, 시스템 커널 갱신 알고리즘은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} e(n) &= d(n) - \mathbf{u}^T[n] \mathbf{g}[n], \\ \mathbf{g}[n+1] &= \mathbf{g}[n] + \mu e(n) \mathbf{u}^*[n] \end{aligned} \quad (14)$$

여기서  $\mathbf{u}[n]$  은  $\mathbf{u}[n] = [u_n(0), \dots, u_n(p-1)]^T$  이며  $\mathbf{g}[n]$  은 적응 볼테라 필터의 변환 영역 커널 벡터이다. 또한, 볼테라 커널 벡터  $\mathbf{h}_v$  는 다음 식으로 추정될 수 있다.

$$\mathbf{h}_v = \mathbf{T}^T \mathbf{g}[n] \quad (15)$$

변환 영역 커널 벡터  $\mathbf{g}[n]$  은 전치왜곡기 커널 벡터로 그대로 복사되어 입력 원신호  $r(n)$  을 미리 앞 단에서 왜곡시킨다. 왜곡된 신호  $d(n)$  이 비선형 시스템의 입력으로 이용된다[9].

## V. 모의 실험 및 결과

제안된 방법의 보상기 성능을 평가하기 위하여 위성 통신 채널의 기본 모델을 이용하였다. 위성 통신 채널에서는, 송신단에서 전송된 신호가 위성에 도달하기까지 그 크기가 심하게 감소된다. 이렇게 손실된 신호의 전력을 증폭하기 위하여 Travelling-Wave-Tube(TWT)를 이용한다.

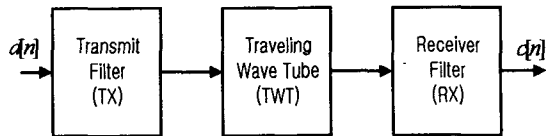


Figure 3. The baseband satellite communication channel model  
그림 3. 위성 통신 채널의 baseband 모델

위성통신 채널의 기본 모델은 송신단(TX)과 수신단(RX)의 선형 필터와 신호의 증폭을 위한 TWT의 비선형 필터로

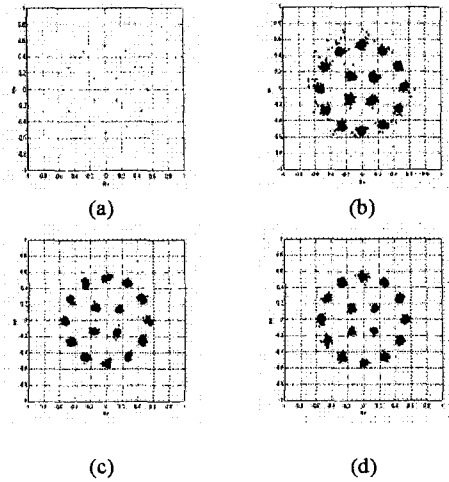
써 모델링 된다[6-9]. 본 모의 실험에서는 송신기와 수신기 필터는 각각 TX=[0.8, 0.1]와 RX=[0.9, 0.2, 0.1]로 하였으며, TWT의 비선형성은 다음과 같은 AM/AM과 AM/PM 변환에 의해 결정될 수 있다.

$$A(r) = \frac{\alpha_a r}{1 + \beta_a r^2}, \phi(r) = \frac{\alpha_\phi r^2}{1 + \beta_\phi r^2} \quad (16)$$

$\alpha_a = 2, \beta_a = 1, \alpha_\phi = \pi/3, \beta_\phi = 1$  그리고  $r$  은 입력 크기이다. 입력 신호는 12-PSK 신호와 4-QAM 신호로 이루어진 신호이다[8]. 제안된 알고리즘의 성능을 비교하기 위하여 100 회의 독립 시행 실시하여 얻은 ensemble average mean square error 를 DCT와 Normalized LMS 를 이용한 적응 볼테라 필터와 비교하였고, 또한 Normalized mean-squared error(NMSE)를 비교하였다.

$$NMSE = \frac{\sum_{k=1}^L |r_k - c_k|^2}{\sum_{k=1}^L |r_k|^2} \quad (17)$$

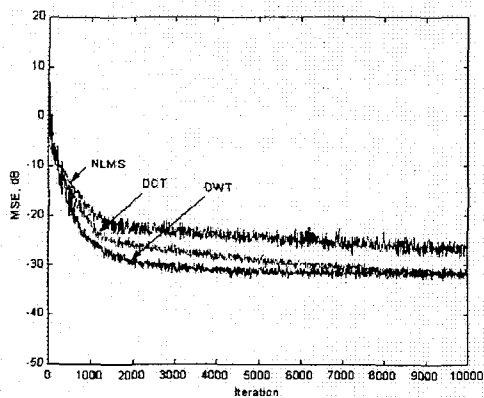
여기서  $L$  은 실험한 신호의 길이이고,  $r_k$  는  $k$  번째 입력 신호이고  $c_k$  는 보상된 시스템의  $k$  번째 출력값이다. 모의 실험 결과는 그림 4 이고 표 1 은 대응하는 NMSE 를 나타낸다. 모의실험 결과, 제안된 변환영역 DWT-LMS 알고리즘은 다양한 입력 신호 분포의 경우에 있어서도 DCT와 Normalized LMS 보다 알고리즘의 수렴 성능이 뛰어난을 알 수 있다.



## VI. 결론

본 논문에서는, 웨이블릿 변환을 이용한 LMS 적응 볼테라 선행처리 방법을 제시하였으며, 이산 웨이블릿과 전력 정규화라는 처리 과정을 통해 입력신호를 decorrelating 시킴으로써 적응 볼테라 필터의 수렴속도를 향상시킬 수 있었다. 모의 실험을 통해 다양한 입

력 신호경우에도 제안된 알고리즘(DWT-LMS)이 DCT-LMS 및 기존의 NLMS 알고리즘과 비교하여도 빠른 수렴 성능을 나타냄을 확인할 수 있었다.



(e)

Fig 4. Simulation results: (a) Input (b)-(d) compensated outputs(NLMS,DCT, and DWT, respectively), (e) Error learning curve

그림 4. 모의실험 결과 (a) 입력신호, (b)-(d) 보상된 출력신호, (e) 적응 수렴 곡선

Table 1. NMSE at the compensated system output

표 1. 보상된 시스템 출력단에서 NMSE

	SNR=30dB
NLMS	$4.97 \times 10^{-2}$
DCT	$4.4 \times 10^{-3}$
DWT	$2.5 \times 10^{-3}$

#### 참고 문헌

- [1] Francois Beaufays, "Transform-domain adaptive filters: an analytical approach," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 43, pp. 422-431, Feb. 1995.
- [2] G. Glens, K. Berberidis, and S. Theodoridis, "Efficient least squares adaptive algorithms for FIR transversal filtering," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 16, no. 4, pp. 13-41, Jul. 1999.
- [3] C.S. Burrus, R.A. Gopinath and H. Guo, *Introduction to wavelets and wavelet transforms*, Prentice Hall, 1998.
- [4] G. Strang and T. Nguyens, *Wavelet and Filter Banks*, Wellesley-Cambridge Press, 1997.
- [5] P.P Vaidyanthan, *Multirate systems and filter banks*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1992.
- [6] Chang-Soo Eun, *Design and Comparison of Nonlinear*

*Compensators*, Ph.D. dissertation, The University of Texas at Austin, Dec. 1995.

- [7] In-Seung Park, *Design of equalizers for Nonlinear Digital Communication System using Volterra filtering techniques*, Ph.D. dissertation, The University of Texas at Austin, Dec. 1994.
- [8] Suk-Young Kim, *Utilization of Signal Constellation and A Volterra Series-Based Compensator for The Linearization of Digital Satellite Communication Channels*, M.S. thesis, Hanyang Univ. Dec. 1998.
- [9] Changsoo Eun and Edward J. Powers, "A New Volterra Predistorter Based on the Indirect Learning Architecture," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 45, no. 1, pp.223-227, Jan. 1997.