

공간 변형 영상에서의 Hough 변환

김장식, 진성일
경북대학교 전자공학과

Development of Hough Transform for Space-Variant Image

Jang-Sik Kim, Sung-Il Chien
Department of Electronics, Kyungpook National University

E-mail : jang@palgong.knu.ac.kr
Sichien@ee.knu.ac.kr

Abstract

This paper presents a parametric line equation on the log-polar mapped plane to detect the straight lines in an original image. The log-polar edge image used in Hough transform is constructed by combining the edge images of both fovea and periphery. The foveal edge image detected by a Sobel mask on the Cartesian plane is transformed to the log-polar plane by forward mapping but the edge detection of the peripheral region is obtained by directly applying the newly developed mask to the log-polar plane. This paper also proposes a analytic method when determining a border between the fovea and the periphery regions.

1. 서론

실제 인간 망막에서의 영상 사상은 fovea 영역과 주변 영역(periphery)으로 구분된다. Fovea 영역에서는 일반적인 고해상도 사상이 이루어지나 주변 영역에서는 공간

변형 사상 (space-variant mapping)으로 이루어진다. 이러한 사상은 넓은 영역을 포괄적으로 다룰 수 있고 처리되는 데이터량을 감소시킬 수 있는 장점이 있는데 1977년 Schwartz [1]에 의해 $\log(z)$ 모델, 즉 log-polar 사상으로 제안되었다. 1979년에 Weiman과 Chaikin [2]이 실제 이미지에 적용했을 때 물체의 회전·크기 변화에 불변할 수 있음을 보였다. $\log(z)$ 모델에서 $z=0$ 에서 발생하는 특이점 문제를 해결하기 위하여 Schwartz [3]는 수정된 모델인 $\log(z+a)$ 을 제안하였다. 위에서 언급된 동각 사상(conformal mapping) 모델과는 다른 계통으로 중첩 원형 (overlapping circular) receptive field 모델이 Wilson [4]에 의하여 제안되었고, Yamamoto [5]에 의해 구현되었다. Wilson의 모델은 receptive field내의 화소의 평균치를 이용하여 log-polar 사상을 수행함으로써 블러링 효과를 동반한다. 본 논문에서는 mask operation의 적용성을 고려하여 $\log(z+a)$ 보다는 $\log(z)$ 모델을 선택한다. $\log(z)$ 모델에서는 $\log(z+a)$ 경우와 달리 fovea와 주변 영역의 경계를 결정하는 문제가 발생하며 [6], fovea가 제외된 주변 영역에서 log-polar 사상에 적용된다. 이러한 fovea 영역과 주변 영역을 분할하여 시각 센서를 만

드는 여러가지 방법들이 제안되고 있다 [10, 11].

본 논문에서는 주변 영역이 사상 된 log-polar 평면에서 직접 에지를 구하도록 gradient 연산자를 새로 개발하였는데, 이 때 공간 변화를 보상하기 위한 가중치가 고려되어야 한다. 또한 본 논문에서 제안된 방법으로 주변 영역과 분리된 fovea에서는 직각 좌표계의 Sobel 연산자에 의하여 추출되고 log-polar 평면에 직접 사상 된다. 본 논문에서는 이와 같이 최종적으로 fovea 및 주변 영역에서 얻어진 log-polar 평면에서 원 영상에 존재하는 직선을 검출한다. 이를 위하여 주변 영역의 공간 변형을 보상할 수 있는 log-polar 형 직선 검출 식을 새로이 제안한다.

2. log-polar 사상의 구현

스케일 인자 (K)가 고려된 log-polar 사상은

$$\begin{aligned} w = \log_b z, z = K \ln z = K \ln(x + iy) = \rho + i\phi \\ K = 1/\ln b, \rho = K \ln(r) \\ \phi = K\theta = K \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \end{aligned} \quad (1)$$

와 같이 표현된다. $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 은 원점에서 임의의 점 (x, y) 까지의 거리를 나타낸다. z 와 w 는 각각 원 영상과 log-polar 출력 영상이고 radial basis b 는 원 영상의 최대 반지름 r_{\max} 와 log-polar 출력 영상의 ρ 방향의 해상도 ρ_{\max} 를 이용하여 다음과 같이 정의된다.

$$b = e^{\ln r_{\max} / \rho_{\max}} \quad (2)$$

3. log-polar gradient 연산자

log-polar gradient 연산자는 log-polar 영상에서 에지를 추출하기 위하여 필요하다. 본 논문은 Schwartz [7]에 의

하여 유도된 log-polar 평면에서의 gradient 연산자를 식 (1)을 이용하여 다음과 같이 수정한다.

$$\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \mathbf{j} \right) = Ke^{-\rho/K} \left(\frac{\partial f}{\partial \rho} \mathbf{e}_\rho + \frac{\partial f}{\partial \phi} \mathbf{e}_\phi \right) \quad (3)$$

여기서 \mathbf{i} 와 \mathbf{j} 는 직각 좌표계의 단위 벡터이고, \mathbf{e}_ρ 와 \mathbf{e}_ϕ 는 각각 $\mathbf{e}_\rho = \mathbf{i} \cos \phi / K + \mathbf{j} \sin \phi / K$ 와 $\mathbf{e}_\phi = -\mathbf{i} \sin \phi / K + \mathbf{j} \cos \phi / K$ 로 표현되는 log-polar 좌표계의 단위 벡터이다.

본 논문은 fovea의 영역을 결정하는 방법을 제안한다. 기존의 방법은 생물학적인 정보[8]에 근거를 두거나 몇 가지 가정[5, 9]을 이용한 반면, 본 논문에서 제안된 경계선 식은 log-polar 사상의 metric tensor를 이용하여 비교적 간단히 유도될 수 있다. log-polar 사상의 metric tensor는 수학적 의미에서 직각 좌표계의 거리가 log-polar 좌표계로 어떻게 변화하는지를 표현한다. 식 (3)에서 metric tensor를 나타내는 $Ke^{-\rho/K}$ 는 log-polar 사상이 many-to-one 사상 또는 one-to-many 사상인지를 결정한다. $Ke^{-\rho/K}$ 이 1과 동일할 때 직각 좌표계의 변화율과 log-polar 좌표계의 변화율이 동일하고 이 경우에 ρ 는 log-polar 좌표계에서 fovea와 주변 영역의 경계 (ρ_{border})를 다음과 같이 나타낸다.

$$\rho_{border} = \log_b K \quad (4)$$

log-polar 좌표계에서 ρ_{border} 는 직각 좌표계의 원 영상에서 fovea의 반지름 (r_{fovea})로 변환된다.

$$r_{fovea} = b^{\rho_{border}} = K \quad (5)$$

그림 1에서 실선은 b 의 변화에 대한 $\rho = \log_b r$ 의 사상 관계를 나타내고, 점선은 b 가 결정되었을 때 ρ_{border} 의 레적을 보여준다.

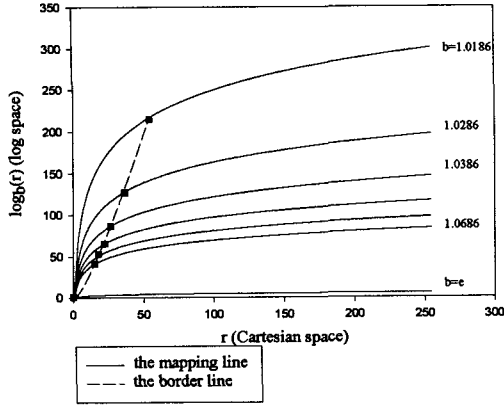


Fig. 1 The determination of foveal radius as radial basis (b) changes.

4. log-polar 영상의 에지 검출

본 논문은 log-polar 영상의 에지를 검출하기 위하여 식 (3)에서 수정된 gradient 연산자를 사용한다. [8]에서 제안된 log-polar 영상에 대한 에지 검출은 공간 변화에 대한 가중치($Ke^{-\rho/K}$)를 고려하지 않음으로써 주변 영역의 에지의 강도가 지나치게 높다. 본 논문은 다음과 같이 화소 값의 변화율(G_ρ , G_ϕ 그리고 $|\nabla G(\rho, \phi)|$)을 정의하여 공간 변환 가중치가 고려된 log-polar 영상에서 직접 적용하여 에지를 검출한다.

$$\begin{aligned} G_\rho &= v(\rho+1, \phi) - v(\rho-1, \phi) \\ G_\phi &= v(\rho, \phi+1) - v(\rho, \phi-1) \\ |\nabla G(\rho, \phi)| &= Ke^{-\rho/K} (G_\rho^2 + G_\phi^2)^{1/2} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 $v(a, b)$ 는 log-polar 좌표 값 (a, b) 에 대한 화소 값을 의미한다. 주변 영역의 에지는 식 (6)에서 제안된 방법으로 log-polar 좌표에서 직접 검출되는 반면, fovea의 에지는 직각 좌표의 Sobel 연산자를 이용하여 에지를 검출한 후 log-polar 좌표계로 사상 된다. 이와 같이 log-polar 좌표계의 fovea와 주변 영역의 에지는 결합되어 Hough 변환에 사용된다.

5. log-polar 영상을 이용한 Hough 변환

본 논문은 직각 좌표계의 직선의 식을 log-polar 좌표계로 변환된 식을 제안하여 log-polar 영상에서 직접 Hough 변환을 수행한다. 직각 좌표계 (x, y) 의 직선의 식을 log-polar 좌표계 (ρ, ϕ) 로 다음과 같이 변환한다.

$$s = x \cos \theta + y \sin \theta = b^\rho \cos(\theta - \phi/K) \quad (7)$$

여기서 s 와 중심점에서 직선과의 거리, θ 는 직선의 정규방향의 각도를 나타낸다. 식 (7)에서 각각

$$\log_b \sqrt{x^2 + y^2} \text{ 와 } K \tan^{-1}(y/x) \text{로 표현되는 } \rho \text{ 와 } \phi \text{는}$$

식 (1)의 log-polar 좌표계의 단위 벡터임을 알 수 있고, 식 (7)은 직각 좌표계의 직선의 식을 log-polar 좌표계로 성공적으로 변환하였음을 알 수 있다. log-polar 영상에 대하여 [8]에서 제안된 Hough 변환 방법은 fovea를 지나 는 직선은 검출할 수 없다. 본 논문에서 제안된 방법은 fovea와 주변 영역에 존재하는 대부분의 직선을 검출할 수 있다. 본 방법의 특징의 하나는 식 (7)이 fovea와 주변으로부터 얻어진 log-polar 공간에 통합적으로 적용된다는 점이다. 어떤 직선이 fovea와 주변 영역에 걸쳐 존재하는 경우에도 식 (7)에 의해서 한 peak로 변환된다.

6. 실험 결과 및 검토

본 논문의 접근 방법의 중요한 점은 수학적 방법에 의하여 분리된 fovea와 주변 영역의 에지가 각각의 적합한 방법으로 검출되고, 두 영역의 정보가 Hough 변환에 이용된다는 것이다. 실험에서 그림 2의 (a)와 같이 256×256 의 원 영상은 128×128 의 log-polar 영상으로 변환된다. 식 (2)에 의하여 K 와 b 는 $K = 26.4$ 와 $b = 1.0386$ 로 정해지고, 식 (4)와 (5)에 의하여 ρ_{border} 와 r_{fovea} 는 $\rho_{border} = 86.4$ 와 $r_{fovea} = 26.4$ 로 구해진다. 최종

적으로 원 영상에서 fovea의 반지름은 52, log-polar 출력 영상에서 주변 영역은 42×128 로 결정된다. 그림 2의 (b)는 분리된 fovea와 주변 영역의 에지 영상을 보여 주며 에지 영상은 (c)와 같이 log-polar 평면에서 128×128 영상으로 결합되어 Hough 변환에 적용된다. 그림 (d)는 log-polar 에지 영상을 복구한 영상이다. Hough 변환에서 샘플링으로 인한 화소의 개수를 보상하기 위하여 하나의 화소를 기준으로 1 대신, 원점에서 거리가 r 인 화소를 대하여 b^r 의 정수 값을 누적한다. 그림 2의 (e)는 본 논문에서 제안한 Hough 변환을 수행하는 방법이 타당함을 보여준다. 그림 (e)에서 보여 주듯이 주변 영역에 존재하는 직선의 경우 샘플링으로 좌표가 소실되므로 왜곡이 발생하지만 대부분의 직선이 검출되었다.

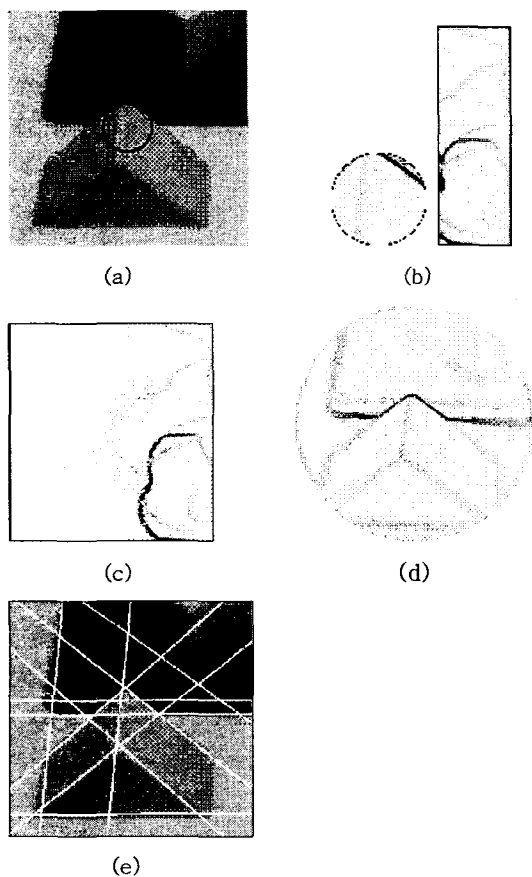


Fig. 2 (a) fovea 영역을 표시한 원 영상, (b) fovea와 주변

영역의 확대된 에지 영상, (c)(b)의 에지 영상들이 log-polar 평면에서 결합된 에지 영상, (d) log-polar 역 사상한 에지 영상, (e) 제안된 방법으로 검출된 직선의 영상.

References

- [1] E.L. Schwartz, "Spatial mapping in the primate sensory projection: Analytic structure and relevance to perception," *Biol. Cybern.*, vol. 25, pp. 181-194, 1977.
- [2] C.F. Weiman and G.M. Chaikin, "Logarithmic spiral grids for image processing and display," *Computer, Graphics and Image Processing*, vol. 11, pp. 197-226, 1979.
- [3] E.L. Schwartz, "Computational anatomy and functional architecture of the striate cortex," *Vision Research*, vol. 20, pp. 645-669, 1980.
- [4] S. W. Wilson, "On the retino-cortical mapping," *Intl. Journal on Man-Machine Studies*, vol. 18, pp. 361-389, 1983.
- [5] H. Yamamoto, Y. Yeshurun, and M. D. Levine, "An active foveated vision system: Attentional mechanisms and scan path convergence measures," *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 63, pp. 50-65, 1996.
- [6] Marc Bolduc and Martin D. Levine, "A review of biologically motivated space-variant data reduction models for robotic vision," *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 69, no. 2, pp. 170-184, 1998.
- [7] Bruce Fischl, Michael A. Cohen and Eric L. Schwartz, "The local structure of space-variant images," *Neural Networks*, vol. 10, no. 5, pp. 815-831, 1997.
- [8] Efrat Nattel and Y. Yeshurun, "An efficient data structure for feature extraction in a foveated environment," *First IEEE International Workshop, BMCV 2000*, Seoul, Korea, pp. 217-226, May 2000.
- [9] N. Oshiro, N. Maru, A. Nishikawa, and F. Miyazaki, "Foveated vision for scene exploration," *ACCV'98*, vol. 1, pp. 256-263, 1998.
- [10] Marc Bolduc and Martin D. Levine, "A real-time foveated sensor with overlapping receptive fields," *Real-Time Imaging*, vol. 3, pp. 195-212, 1997.
- [11] Gal Sela and Martin D. Levine, "Real-time attention for robotic vision," *Real-Time Imaging*, vol. 3, pp. 173-194, 1997.