

# 호모모르픽 웨이브렛 기반 MMSE 필터를 이용한 초음파영상의 스펙클 잡음 제거

박원용\*, 장익훈\*\*, 김남철\*

\*경북대학교 전자전기공학부, \*\*경운대학교 전자공학과

## Speckle Noise Reduction for Ultrasonic Images Using Homomorphic Wavelet-based MMSE Filter

Won Yong Park\*, Ick Hoon Jang\*\*, and Nam Chul Kim\*

\*School of Electronic &amp; Electrical Eng., Kyungpook Nat'l University,

\*\*School of Electronic &amp; Electrical Eng., Kyungpook Univ.

E-mail: nckim@ee.knu.ac.kr

### Abstract

In this paper, a MMSE filter in homomorphic wavelet transform domain is proposed for restoring an ultrasonic images corrupted by speckle noise. In order to remove effectively the speckle noise which is a kind of multiplicative noise, speckle noise is transformed into a form of additive noise and then the additive noise is denoised through the MMSE filter in homomorphic wavelet transform domain. The proposed method shows much higher quality in terms of ISNR and subject quality.

### I. 서 론

최근에 영상처리 기술의 발달로 인체를 절개하지 않고 그 내부를 관찰할 수 있는 영상진단장비들이 많이 개발되었다. 이 중 초음파 진단장비는 인체 내부를 실시간으로 관찰할 수 있고 타 장비에 비하여 가격이 저렴하다. 또한, 휴대용 초음파 진단장비도 개발되어 있어 언제 어디서나 쉽게 진단을 할 수 있게 되었다. 그러나, 초음파 영상 내부에는 작은 반점 모양의 잡음이 영상 전체에 분포한다. 이 잡음은 스펙클 잡음을으로 초음파 펄스가 신체 내부조직의 균일하지 못한 경계 면에서 발생되어 올 때 발생하는 산란(scattering)과 간섭(interference)으로 인하여 발생하는 것이다[1-3]. 이 잡음은 인체 조직의 구조를 표현하는 신호를 왜곡시켜 관찰자의 잘못된 판단을 유도할 수 있다. 초음파영상의 잡음제거는 영상에 포함된 승산잡음(multiplicative noise)인 스펙클 잡음을 제거하여 관찰자의 판단을 돋도록 하는 것이다.

스펙클 잡음을 제거하는 방법에는 공간영역에서 처리하는 방법과 초음파 영상을 로그영역으로 변환시켜 가산잡음의 문제로 다루어 제거하는 방법으로 구분할 수 있다[1, 3-6]. 공간 영역 처리필터로는 공간 평균필터(spatial averaging filter)[1], 메디안 필터(median filter)[1], 적응 가중메디안 필터(adaptive weighted median filter)[2], 순환필터(recursive filter)[3] 등이 있다. 이 필터들을 초음파영상의 잡음제거에 그대로 적용을 하면 공간 평균필터는 스펙클 잡음의 제거 시에 둥동화(blurring)를 시키고, 메디안 필터나 적응 가중 메디안 필터는 임펄스 잡음을 제거가 되지만 애지가 불분명하고 해상도가 낮은 초음파 영상에서는 잡음 제거효과가 적다. 순환필터를 이용한 방법은 앞 프레임과의 반복적인 가중 평균을 통해 잡음

을 제거하는 방법으로 동영상에서의 잡음제거는 효과적이지만 누적되는 영상의 수가 많아지면 고스트(ghost)현상이 발생한다.

로그영역으로 변환시켜 호모모르픽 처리하는 방법으로는 평균필터[1], 다해상도 비선형 필터[4] 등이 있다. 로그영역에서의 평균 필터는 국부 창이 클수록 잡음을 많이 제거하나 애지를 심하게 둥동화 시킨다. 다해상도 비선형 필터는 로그 영역에서의 웨이브렛 변환을 수행한 후, 밴드내의 잡음을 제거하기 위해 추정된 잡음 표준편차에 비례하는 역치로 역치화를 행한다. 이러한 비선형 방법은 선형 방법에 비해 성능이 뛰어난다.

본 논문에서는 신호의 성분을 보존하면서 잡음을 감소시킬 수 있는 호모모르픽 웨이브렛 기반 MMSE 필터를 제안한다. 이 필터는 로그 영역에서 웨이브렛 변환의 다해상도 분해 특성과 MMSE 필터의 선택적인 잡음제거 방법을 이용하여 필터링을 한다. 웨이브렛 변환 영역에서는 국부 창의 크기를 대역에 따라 다르게 사용하고 대역별로 평균값을 고려한 MMSE 필터를 이용하여 잡음을 제거한다. 스펙클 잡음은 감소시키면서 신호성분은 손실이 없도록 필터링을 한다. 실험 결과, 호모모르픽 웨이브렛 기반 MMSE 필터링 방법이 비교한 다른 방법에 비해 높은 ISNR(improved signal to noise ratio)을 보이며, 비교적 까끗한 화질을 보임을 확인하였다.

### II. 초음파영상의 잡음모델과 기존의 스펙클 잡음 제거방법

본 장에서는 공간영역에서 초음파영상의 스펙클 잡음모델을 설명하고, 적용할 수 있는 스펙클 잡음 제거 방법을 기술한다.

#### 1. 초음파영상의 잡음 모델

초음파영상에 일반적으로 존재하는 스펙클 잡음인 승산잡음은 다음과 같이 모델링 된다.

$$g(i,j) = f(i,j) s(i,j) \quad (1)$$

여기서  $g(i,j)$ 는 잡음이 섞인 영상신호의 빛의 밝기이고,  $f(i,j)$ 와  $s(i,j)$ 는 각각 원 신호와 잡음 신호를 나타낸다. 이와 같이 잡음이 신호에 섞이지면 신호와 잡음성분을 분리해

내기는 어렵다. 그러므로 잡음을 모델을 변형을 시켜 줄 필요가 있다. 열화된 스펙클 영상을 로그영역으로 변환하면

$$y(i,j) = x(i,j) + n(i,j) \quad (2)$$

여기서  $y(i,j)$ 는 로그영역으로 변환된 잡음이 섞인 신호이고,  $x(i,j)$ 와  $n(i,j)$ 는 각각 로그영역으로 변환된 원 신호와 백색 잡음을 신호를 나타낸다[4, 5]. 이와 같이 영상을 로그영역으로 변환하면 로그영역에서 Gaussian 분포[1]를 갖는 가산 잡음이 되며 그림 1과 같은 처리가 가능하다. 여기서  $\hat{x}(i,j)$ 와  $\hat{y}(i,j)$ 는 각각 로그영역과 공간영역에서 추정된 원 신호이다.

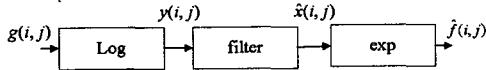


그림. 1. 로그 변환 방법의 블록 다이어그램  
Fig. 1. blockdiagram of log transform method to remove speckle noise

## 2. 기준의 스펙클 잡음 제거필터

기준의 필터 중 공간영역에서 스펙클 잡음을 처리할 수 있는 필터로는 공간 평균필터, 메디안 필터, 적응 가중메디안 필터, 순환필터 등이 있다. 공간 평균필터는 간단하고 백색 잡음(white noise)에 대하여 비교적 좋은 성능을 가지고 애지름 몽롱화 현상이 일어나는 단점이 있다. 메디안 필터는 고정된 창틀내의 중앙값을 중심 화소 값으로 대체하는 방법으로

$$\hat{f}(i,j) = \text{median}[g(k,l), (k,l) \in W] \quad (3)$$

파 같으며  $W$ 는  $(i,j)$ 를 중심으로 하여 고려되는 창틀내의 화소의 집합을 나타낸다. 메디안필터는 고정된 창 내의 중앙값을 중심 화소 값으로 대체하는 방법으로 임펄스 잡음을 제거해 주며 다른 필터들에 비해 몽롱화 현상이 적다.

적응 가중 메디안 필터는 창의 크기는 고정시켜 놓고 가중치를 주어 평탄영역과 애지영역에 대해 적응적으로 메디안 필터를 적용한다.

$$\text{med}_{\text{avg}}(i,j) = \text{median}[w(k,l) \circ g(k,l), (k,l) \in W] \quad (4)$$

$$\text{where } w(k,l) = [w(K+1, K+1) - cd \sigma^2/m]$$

여기서  $w(k,l)$ 은 가중치이고,  $\circ$ 는 반복을 의미하는 기호이며,  $c$ 는 가중치 계수,  $m$ 과  $\sigma^2$ 은  $2K+1$  국부 창의 평균과 분산을 의미한다.

순환 필터를 이용한 방법은 앞 프레임파의 반복적 평균을 통해 잡음을 제거하는 방법으로

$$\hat{f}_t(i,j) = (1-\alpha)g_t(i,j) + \alpha\hat{f}_{t-1}(i,j) \quad (5)$$

여기서  $\alpha$ 는 가중치이며 이 방법은 동영상에서의 잡음제거에 효과적이고 영상을 더해 줄수록 이전 영상의 영향이 적어져서 몽롱화 현상이 적어지지만 영상의 수가 많아질수록 앞 영상의 신호성분이 더해져서 고스트현상이 발생하게 된다.

로그영역으로 변환시켜 호모모르피 처리하는 방법으로 평균필터, 다해상도 비선형 필터 등이 있다. 로그영역에서의 평균 필터는 창의 크기가 커질수록 잡음의 제거는 잘 되지만 신호성분에 대한 고려가 없으므로 잡음과 마찬가지로 실제로는 중요한 정보를 내포하고 있는 경계선과 같은 성분들도 제거가 되는 문제점이 존재한다. 당연한 결과로 잡음이 많이 제거될수록 영상에 있어서의 몽롱화 현상도 많이 나타난다.

다해상도 비선형 필터는 로그 영역에서의 웨이브렛 변환을 수행하고, 벤드내의 잡음을 제거하기 위해 추정된 잡음 표준 편차에 비례하는 역치로 역치화를 행한다. 이러한 비선형 방법은 역치보다 낮은 값의 손실로 선형 방법에 비해 성능이 좋다. 이와 같은 이유로 손상된 영상을 콘트라스트 개선(contrast enhancement)를 통해 주관적 화질을 깨끗하게 해 주어야 한다.

## III. 제안된 스펙클 잡음 제거 필터

본 장에서는 호모모르피 웨이브렛 기반 MMSE(minimum mean square error) 필터를 제안한다. 호모모르피 웨이브렛 기반 MMSE 방법은 그림 2와 같이 먼저 승산잡음을 가산잡음으로 바꾼 후 웨이브렛 변환을 수행한다. 웨이브렛 변환 영역에서는 창의 크기를 적응적으로 사용하고 MMSE 필터를 이용하여 잡음을 감소 시킨다.

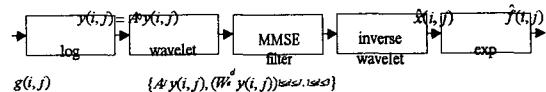


그림. 2. 호모모르피 웨이브렛 기반 MMSE 필터의 블록 다이어그램  
Fig. 2. blockdiagram of homomorphic wavelet based MMSE filter

웨이브렛 변환은 푸리에 변환과 같이 신호를 기저함수들의 접합으로 분해하여 표현하는 하나의 방법으로, 기저함수들은 모 웨이브렛(mother wavelet)을 확장(축소)시키고 이동시켜 얻는다. 그러나 푸리에 변환과는 달리 이들은 국부적으로 에너지가 집중된 대역통과 신호이므로 특정시간이나 공간에서의 주파수 특성을 알려준다.

로그영역에서 가산잡음이 섞인 관측영상  $y(i,j) = A_0 y(i,j)$ 이 웨이브렛 변환을 거치면  $A_j y(i,j)$ ,  $(W_i^d y(i,j))_{1 \leq i \leq J, 1 \leq d \leq 3}$ 와 같은  $3J+1$ 개의 부 대역으로 분해된다.  $d$ 는 각 방향을 의미하고  $J$ 는 스케일을 의미한다. 이렇게 분해된 각 부 대역은 어떤 범위 내의 주파수를 갖는 공간 대역의 영상으로 볼 수 있다. 각 부대역 별로 필터링을 하는데, 각 부대역이 애지 성분이 스케일 증가에 따라 적어지므로 스케일이 증가할 수록 필터 창의 크기를 작게 한다.

기저대역에서는 공간영역에서의 MMSE 필터를 그대로 사용하며 다음 식과 같다.

$$A_J \hat{x}(i,j) = \hat{m}_{A_J x}(i,j) + \frac{\hat{\sigma}_{A_J x}^2(i,j)}{\hat{\sigma}_{A_J x}^2(i,j) + \sigma_n^2/4^J} \times [A_J y(i,j) - \hat{m}_{A_J x}(i,j)] \quad (6)$$

그러나, 기저 대역을 제외한 나머지 부대역은 대역 내에서 전체 평균이 영이다. 그러므로, 전체 평균이 영인 나머지 부대역에는 필터를 그대로 적용하지 않고 MMSE 필터의 국부 평균치를 영으로 두고 필터링을 한다.

$$W_i^d \hat{x}(i,j) = \frac{\hat{\sigma}_{W_i^d x}^2(i,j)}{\hat{\sigma}_{W_i^d x}^2(i,j) + \sigma_n^2/4^d} W_i^d y(i,j), \quad 1 \leq i \leq J, 1 \leq d \leq 3 \quad (7)$$

여기서  $A_J \hat{x}(i,j)$ 와  $W_i^d \hat{x}(i,j)$ 은 각각 웨이브렛 변환 영역에서 기저대역과  $d$ 번쩨 스케일의  $d$ 방향의 부대역에서 필터링 된 신호이다.

로그영역에서 영상전체의 잡음 분산은 평탄영역에서의 분산을 가산 잡음의 분산으로 볼 수 있으므로, 잡음의 분산은

$$\hat{\sigma}_n^2 = \max(\min(\sigma_{y(i,j)}^2), 0) \quad (8)$$

와 같이 표현할 수 있다. 여기서  $\sigma_{y(i,j)}^2$ 는  $(i,j)$ 에서의 국부 분산이다. 이렇게 구해진 잡음의 분산  $\hat{\sigma}_n^2$ 은 웨이브렛 변환 영역에서 바로 적용할 수가 없다. 필터의 합이 1인 필터를 이용하면 1차원 필터링 할 때마다 신호의 전력이  $1/2$  씩 낮아지므로, 가로, 세로로 한번씩 필터링한 대역 내에서 잡음의 분산이 스케일이 증가할수록  $1/4$  씩 낮아지게 된다. 결국 각 대역에서의 잡음분산은  $\hat{\sigma}_n^2/4^J$ 이다. 이 값을 이용하여 국부 통제치  $\hat{m}_{A,y}(i,j)$ ,  $\hat{\sigma}^2_{A,y}(i,j)$ , 그리고  $\hat{\sigma}^2_{W_y}(i,j)$ 은 다음과 같이 구한다.

$$\hat{m}_{A,y}(i,j) = \frac{1}{[2m(J)+1][2n(J)+1]} \times \sum_{k=i-m(J)}^{i+m(J)} \sum_{l=j-n(J)}^{j+n(J)} A_{J,y}(k,l) \quad (9)$$

$$\hat{\sigma}^2_{A,y}(i,j) = \max\{\hat{\sigma}^2_{A,y}(i,j) - \hat{\sigma}_n^2/4^J, 0\} \quad (10)$$

$$\hat{\sigma}^2_{W_y}(i,j) = \max\{\hat{\sigma}^2_{W_y}(i,j) - \hat{\sigma}_n^2/4^J, 0\} \quad (11)$$

여기서

$$\hat{\sigma}^2_{A,y}(i,j) = \frac{1}{[2m(s)+1][2n(s)+1]} \times \sum_{k=i-m(s)}^{i+m(s)} \sum_{l=j-n(s)}^{j+n(s)} [A_{J,y}(k,l) - \hat{m}_{A,y}(i,j)]^2 \quad (12)$$

$$\hat{\sigma}^2_{W_y}(i,j) = \frac{1}{[2m(s)+1][2n(s)+1]} \times \sum_{k=i-m(s)}^{i+m(s)} \sum_{l=j-n(s)}^{j+n(s)} [W_s^d y(k,l)]^2 \quad (13)$$

이다. 그리고  $[2m(s)+1] \times [2n(s)+1]$ 은 필터 창의 크기로써 웨이브렛 변환 영역의 각 스케일 ( $1 \leq s \leq J$ ) 별로 그 크기를 달리 한다. 이와 같이 필터링을 한 다음에는 역 웨이브렛 변환을 수행하여 복원된 영상을 얻을 수 있다.

#### IV. 실험 및 고찰

본 논문에서는 제안한 방법의 성능을 평가하기 위하여 로그영역에서 백색 가우스 잡음을 가산된 512x512 크기의 Lena 영상에 대하여 실험을 수행하였다. 이때 객관적인 성능평가의 척도로는 다음과 같은 ISNR을 사용하였다.

$$\begin{aligned} \text{ISNR} &= 10 \log_{10} \frac{\text{output SNR}}{\text{input SNR}} \\ &= 10 \log_{10} \frac{\sigma_x^2 / \sigma_r^2}{\sigma_x^2 / \sigma_n^2} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서  $\sigma_x^2$ ,  $\sigma_n^2$ 은 각각 원 영상의 전체 분산 및 잡음의 전체 분산을 나타내고,  $\sigma_r^2$ 은 다음과 같은 재생오차 전력을 나타낸다.

다.

$$\sigma_r^2 = \frac{1}{256 \times 256} \sum_{i=1}^{256} \sum_{j=1}^{256} [x(i,j) - \hat{x}(i,j)]^2 \quad (15)$$

웨이브렛 변환을 위해 Irie의 QMF 필터[12]를 사용하였다. 제안된 방법으로 잡음을 제거하기 위해 호모모르피 웨이브렛 변환을 세 번째 스케일까지 수행하였다. 이렇게 나누어진 각 부대역에서 세 번째 스케일에서는  $3 \times 3$ , 두 번째 스케일에서는  $5 \times 5$ , 그리고 첫 번째 스케일에서는  $7 \times 7$  크기의 필터 창을 사용하였다. 이때 기저대역은 부대역의 평균이 영이 아니고 나머지 대역은 거의 영인 점을 감안하여, 기저대역은 MMSE 필터링을 그대로 수행하고 나머지 대역들은 국부 평균이 영으로 두고 MMSE 필터링을 하였다.

표 1. 로그영역에서 SNR 10dB의 AWGN인 스펙클 잡음을으로 열화된 Lena 영상에 대한 실험 결과

Table 1. Results for Lena image degraded by speckle noise of which appears AWGN of SNR 10dB in log domain

filter	median	AWMF	MMSE in log domain	Homomorphic wavelet based MMSE
ISNR	6.67 dB	6.92 dB	7.77 dB	9.82 dB

위의 표는 스펙클 잡음을으로 열화된 Lena 영상에 대한 실험 결과이다.  $5 \times 5$ 메디안 필터링에 비해 AWMF의 결과는 0.3 dB 정도의 개선이 된다. 호모모르피 MMSE 필터링은 메디안이나 AWMF에 비해 약 1dB 정도의 개선을 보인다. 제안된 호모모르피 웨이브렛 기반 MMSE필터의 성능이 다른 필터의 성능에 비해 2-3dB 정도 개선되었다.

그림 3은 스펙클 잡음을으로 열화된 Lena영상에 대한 필터링 결과 영상들이다.  $5 \times 5$ 메디안 필터링을 한 영상의 결과가 (c)이다. 영상 전체의 신호성분이 많이 손실되었다. (d)는 AWMF의 결과를 보이고 있으며 메디안 필터와 거의 비슷한 결과를 보이고 있다. (e)는 호모모르피 MMSE 필터링의 결과이다. 잡음의 제거가 전반적으로 많이 되어 있으나, 에지영역 잡음의 감소가 별로 되지 않았다. 호모모르피 웨이브렛 기반 MMSE 필터의 처리결과가 (f)이며, 평탄영역의 잡음이 많이 감소가 되었고 에지영역의 잡음을 많이 감소된다. 그러나, 에지 주변에서 링잉과 몽롱화가 조금씩 되어 전상이 남아 있음을 알 수 있다. 전반적으로 제안된 방법의 주관적 화질은 다른 방법에 비해 훨씬 깨끗하다는 것을 알 수 있다.

초음파 영상에 대한 필터의 성능은 그림 4와 같다.  $5 \times 5$ 메디안 필터링을 한 영상의 결과가 (b)인데 영상이 전반적으로 신호가 많이 손실되어 있다. AWMF의 결과도 여전히 신호가 많이 손실되었음을 알 수 있다. (d)는 호모모르피 MMSE 필터링의 결과이다. 평탄영역의 잡음이 많이 제거되어 있으나, 에지영역 잡음의 감소가 별로 되지 않았다. 호모모르피 웨이브렛 기반 MMSE 필터의 처리결과가 (e)인데 평탄영역의 잡음이 많이 감소됨을 보이고 있다. 그러나, 에지 주변에서 원래의 값보다 크게 잡음의 분산이 추정되어 몽롱화와 링잉이 부분적으로 나타난다.

#### V. 결 론

본 논문에서는 스펙클 잡음을 섞인 초음파 영상을 복원하기 위하여 호모모르피 웨이브렛 기반 MMSE 필터를 제안하였

다. 열화된 초음파 영상에서 승산 잡음을의 일종인 스펙클을 잡음의 효율적인 제거를 위하여 스펙클을 잡음을 가산잡음의 형태로 변환시킨 후 웨이브렛 기반 MMSE 필터를 적용하였다. 웨이브렛 변환 영역에서 스케일이 커져갈수록 잡음의 전력을  $1/4$  씩 줄여 추정을 하였다. 또한, 영상에서 중요한 정보를 차지하는 에지 신호 성분이 각 주파수 대역별로 다르게 분포하는 특성을 가지므로, 각 주파수 대역별로 크기가 다른 필터 창을 사용하여 잡음을 보다 효율적으로 제거하였다. 실험 결과, 제안된 호모모르피 웨이브렛 기반 MMSE 필터는 로그 영역에서 SNR이 10dB 인 Lena영상에 대하여 약 9.82 dB의 ISNR을 보였다. 이는 메디안 필터보다 3.15 dB, 호모모르피 MMSE 필터보다 2 dB의 성능향상을 보인다. 제안한 방법이 기존의 방법들에 비해 ISNR 측면 뿐 아니라 주관적 화질 측면에서도 높은 성능을 보임을 알 수 있다.

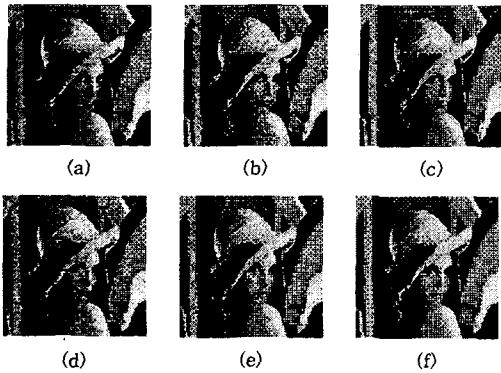


그림. 3. 스펙클 잡음으로 열화된 Lena영상에 대한 필터링 결과 영상

Fig. 3. Images restored by some filters for Lena degraded by speckle noise: (a) Original image, (b) degraded image SNR=10dB AWGN in log domain, (c) median filtering with 5x5 windows, (d) adaptive weighted median filtering, (e) homomorphic MMSE filtering with 5x5 windows, (f) homomorphic wavelet-based MMSE filtering with 3x3, 5x5, and 7x7 windows.

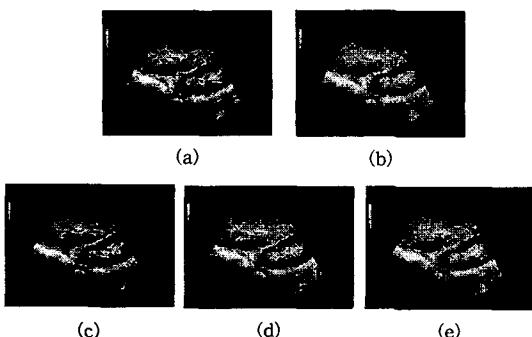


그림. 4. 초음파 영상의 스펙클 잡음을 필터링한 결과 영상

Fig. 4. Images restored by some filters for ultrasonic images degraded by speckle noise: (a) Original image, (b) median filtering with 5x5 windows, (c) adaptive weighted median filtering, (d) homomorphic MMSE filtering with 5x5 windows, (e) homomorphic wavelet-based MMSE filtering with 3x3, 5x5, and 7x7 windows.

## 참 고 문 헌

- [1] A. K. Jain, *Fundamentals of Digital Image Processing*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1989.
- [2] T. Lopas, "An adaptive weighted median filter for speckle suppression in medical ultrasonic image," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. 36, pp. 129-135, Jan. 1989.
- [3] D. T. Kuan, "Adaptive noise smoothing filter for images with signal dependent noise," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. PAMI-7, no. 2, pp. 165-177, Mar. 1985.
- [4] X. Zong and E. A. Geiser, "Speckle reduction and contrast enhancement of echocardiograms via multiscale nonlinear processing," *IEEE Trans. Med. Imaging*, vol. 17, pp. 532-540, Aug. 1998.
- [5] H. Guo and J. E. Odegard, "Wavelet based speckle reduction with applications to SAR based ATD/R," *Proc. 1st International Conference on Image Processing*, vol. 1, Nov. 1994.
- [6] V. Autt and J. F. Greenleaf, "Adaptive speckle reduction filter for log-compressed B-scan images," *IEEE Trans. Med. Imaging*, vol. 15, No. 6, December 1996.
- [7] X. Hao and S. Gao, "A novel multiscale nonlinear thresholding method for ultrasonic speckle suppressing," *IEEE Trans. Med. Imaging*, vol. 18, no. 9, Sep. 1999.
- [8] I. H. Jang and N. C. Kim, "Locally adaptive wiener filtering in wavelet domain for image restoration," *Proc. IEEE TENCON'97*, Dec. 1997.
- [9] J. S. Lim, *Two-dimensional Signal and Image Processing*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1990.
- [10] K. Irie and R. Kishimoto, "A study on perfect reconstructive subband coding," *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.*, vol. 1, no. 1, pp. 42-48, Mar. 1991.
- [11] P. Meer, R. H. Park, and K. J. Cho, "Multiresolution adaptive image smoothing," *Optical Models and Image Processing*, pp. 140-148, Mar. 1994.
- [12] K. Irie and R. Kishimoto, "A study on perfect reconstructive subband coding," *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.*, vol. 1, no. 1, pp. 42-48, Mar. 1991.