

안정성을 유지하는 머리전달함수의 저차 IIR 모델링 기법

김홍철, 이원철
승실대학교 정보통신전자공학부

Technique of Low-Order stable IIR HRTF Modeling

Hong-Choul Kim, Won-Cheol Lee
School of Electronic Engineering, Soongsil University
chouls@shinbiro.com, wlee@saint.ssu.ac.kr

요 약

입체음향 시스템에서 모노음에 방향감을 제어하기 위한 방법으로 FIR 필터 형태의 머리전달함수(HRTF: Head-Related Transfer Function)를 사용한다. 그러나 이때 사용되는 FIR형태의 머리전달함수는 높은 차수를 가지고 있어 실시간 음상정위 처리가 어려운 문제점을 가지고 있다. 본 논문에서는 FIR 형태의 머리전달함수를 ARMA 시스템 인지기법을 이용하여 저차의 IIR필터 형태로 모델링하여 실시간 데이터 처리가 가능하도록 하였다. 본 논문에서 제안하는 ARMA 시스템 인지기법을 이용하게 되면 주어진 고차의 FIR형태의 머리전달함수를 다양한 안정성을 갖는 IIR모델들을 얻을 수 있으며, 이들 중 적절한 스펙트럼오차를 갖는 저차의 IIR모델을 선택 할 수 있다.

1. 서론

입체음향 시스템에서 음상정위기술이란 음상을 공간상의 원하는 위치에 형성하고 제어하는 기술을 일컫는다. 최근 이러한 음상정위기술은 머리전달함수(HRTF)를 사용하여 3차원 공간상의 임의의 방향에 위치한 입체음상을 생성하는 기술을 발전시키기에 이르렀다. 머리전달함수란 음원의 3차원적 위치 변화에 따른 음원과 사람의 고막 사이의 전달함수를 말한다[1].

이러한 머리전달함수는 일반적으로 무향실 내에서 사람의 귀 모양 안에 설치된 더미헤드 마이크론폰(dummy head microphone)을 이용하여 임펄스 응답을

측정하고 이것들을 각 방향에 따라 데이터베이스화 한 것이다. 머리전달함수를 이용하여 실제로 모노음에 방향감을 주기 위해서는 머리전달함수를 FIR필터로 구현하기 위해 측정된 임펄스 응답 데이터를 정규화하여 필터계수로 사용하며, 모노음과 컨볼루션 연산을 통해 음상정위가 구현된다[1].

샘플링된 모노음에 음상정위를 하기 위해서는 좌,우 두 가지의 컨볼루션을 수행해야 하므로 매우 많은 계산량이 필요하게 되어 실시간 음상정위 처리를 하기 위해서는 매우 높은 사양의 시스템이 필요하게 된다. 따라서 실시간 데이터 처리를 가능하게 하기 위해서는 높은 차수를 갖는 머리전달함수의 저차 모델링이 필요하게 된다. 때문에 머리전달함수의 저차 모델링에 대한 연구가 계속되어 왔으며[2,3], 기존의 방법으로는 Balanced Model Reduction(BMR) 방법을 이용하여 저차의 IIR필터 형태로 머리전달함수를 모델링하는 방법등이 있다[3].

일반적으로 IIR필터의 경우 FIR필터보다 고주 스펙트럼 형태를 최대한 유지하면서 비교적 낮은 차수의 모델링이 가능하다. 저차 모델링시에 주의해야하는 것은 차수를 낮출 때 발생하는 오차를 최소화하여 원래의 스펙트럼의 특성을 최대한 유지하여야 하며, 특히 IIR필터의 형태로 모델링하는 경우는 실제 구현을 위해 IIR필터의 안정성(stability)이 절대적으로 보장되어야 한다. 참고문헌[4]는 주어진 2차 확률적인 통계특성을 사용하여 안정도를 보장하는 최소위상응답특성을 갖는 IIR형태의 시스템 인지방식을 소개하고 있다.

본 논문에서는 ARMA 시스템인지를 위한 신호처리

기법을 이용하여 주어진 고차의 FIR형태의 머리전달함수를 저차의 IIR필터의 형태로 모델링하는 방법을 제안한다. 이때 머리전달함수의 주파수특성을 최대한 보존하며 IIR필터의 안정성도 보장 할 수 있게 된다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 서론에 이어 2장에서는 ARMA시스템 인지 기법의 IIR모델링 방법과 이때의 IIR이 안정성을 유지하는지 여부를 판단하는 방법에 대해서 설명하고, 3장에서는 원래의 FIR형태의 머리전달함수와 모델링된 IIR의 스펙트럼을 비교하여 적절한 모델링 차수를 선정하는 방법을 설명한다. 4장에서는 실험결과를 보이고, 마지막으로 5장에서 결론을 맺는다.

2. ARMA 시스템 인지

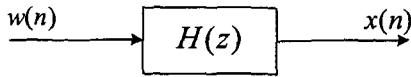


그림 1. 선형시불변시스템

그림 1에서 입력 $w(n)$ 은 백색잡음이고 출력 $x(n)$ 은 선형시불변시스템을 통과한 신호이다. 이때 출력신호에 대한 자기상관시퀀스는 다음과 같이 표시된다.

$$r_x(m) = E\{x(n+m)x^*(n)\} \quad (1)$$

그림 1에서 선형시불변시스템 $H(z)$ 가 ARMA(p, q)의 형태를 가진다면 $H(z)$ 는 아래와 같이 표현된다.

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{\beta_0 + \beta_1 z^{-1} + \beta_2 z^{-2} + \dots + \beta_q z^{-q}}{1 + \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2} + \dots + \alpha_p z^{-p}} \quad (2)$$

따라서 ARMA 시스템인지 문제는 주어진 출력단의 자기상관시퀀스들, 즉 $\{r_x(m)\}_{m=0}^n$ 을 사용하여, 식(2)에서의 시스템 파라미터, 즉 $\{\alpha_i\}_{i=1}^p$ 과 $\{\beta_i\}_{i=1}^q$ 들을 추정하는 문제로 고려된다.

만약 입력신호의 형태가 백색잡음이 아니라 충격신호라면 출력은 시스템 자체의 충격응답신호가 되며, 유한한 충격응답시퀀스들 즉, $\{h_i\}_{i=0}^N$ 을 사용하여 백색잡음 입력에 대한 출력신호의 자기상관함수들을 추정하면 다음과 같다.

$$\hat{r}_x(m) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-m} h_{i+m} h_i \quad (3)$$

따라서 식(3)에서 얻게되는 자기상관시퀀스들을 사용하여 ARMA 시스템을 인지 할 수 있다.

이때 ARMA(p, q)의 시스템 형태를 n 차의 Levinson 다항식 $A_n(z)$ 와 제한함수 $\rho_{n+1}(z)$ 및 $\Gamma_{n+1}(z)$ 로 표현하면 다음과 같다.

$$H(z) = \frac{\Gamma_{n+1}(z)}{A_n(z) - z^{-1} \rho_{n+1}(z) \bar{A}_n(z)} \quad (4)$$

식(4)에서 n 차의 Levinson 다항식 $A_n(z)$ 는 주어진 $n+1$ 개의 자기상관시퀀스들을 사용하여 반복적으로 계산되며, 이에 대한 갱신식은 다음과 같다.

$$\sqrt{1 - |s_k|^2} A_k(z) = A_{k-1}(z) - z^{-1} s_k \bar{A}_{k-1}(z), \quad k \geq 1 \quad (5)$$

위의 식에서 Levinson 다항식의 초기값은 $A_0(0) = 1/\sqrt{r_0}$ 이며, $\bar{A}_n(z)$ 는 다항식 $A_n(z)$ 에 대응하는 reciprocal 다항식 즉, $\bar{A}_n(z) = z^{-n} A_n(z^{-1})$ 이며, $\Gamma_{n+1}(z)$ 는 제한함수 $\rho_{n+1}(z)$ 와 다음과 같은 관계를 만족한다.

$$1 - \rho_{n+1}(z) \rho_{n+1}^*(z) = \Gamma_{n+1}(z) \Gamma_{n+1}^*(z) \quad (6)$$

식(6)에서 만약 $\rho_{n+1}(z)$ 가 제한함수 성질을 만족한다면, $\Gamma_{n+1}(z)$ 로 제한함수의 형태가 됨을 알 수 있다[4].

식(4)에서 다항식 $A_n(z)$ 는 항상 근을 단위원 안에 갖고 있으며 전체 시스템 $H(z)$ 가 안정성을 유지하기 위해서는 $\rho_{n+1}(z)$ 가 strict-Hurwitz 성질을 가져야 하며, 또한 단위원상의 주파수응답의 최대 크기가 1로 제한되어야 한다. 즉 $\rho_{n+1}(z)$ 는 제한함수 조건을 만족해야 하며 다음의 수식으로 표현된다[4].

$$\rho_{n+1}(z) = \frac{h_0 + h_1 z^{-1} + \dots + h_{q-1} z^{-(q-1)}}{1 + g_1 z^{-1} + \dots + g_{q-1} z^{-(q-1)} + g_q z^{-q}} \quad (7)$$

위의 식에서 $n \geq p - q$ 일 때 항상 유효하다. 이때 합리적인 제한함수를 선택하기 위해서는 가장 작은값의 n 이 필요하며, 그 때의 n 은 $p + q$ 로 판명된다[4].

식(7)에서 제한함수의 파라미터는 다음의 수식으로부터 얻을 수 있다.

$$Ax = b \quad (8)$$

식(8)에서 행렬 A 와 벡터 b 는 식(5)의 $A_{p+q}(z)$ 의 계수값들을 사용하여 식(9)와 식(10)으로 구성 할 수

있다.

$$A = \begin{bmatrix} a_p & a_{p-1} & \cdots & a_{p-q+1} & -a_q^* & -a_{q+1}^* & \cdots & -a_{2q-1}^* \\ a_{p+1} & a_p & \cdots & a_{p-q+2} & -a_{q-1}^* & -a_q^* & \cdots & -a_{2q-2}^* \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{p+q-1} & a_{p+q-2} & \cdots & a_p & -a_1^* & -a_2^* & \cdots & -a_q^* \\ a_{p+q} & a_{p+q-1} & \cdots & a_{p+1} & -a_0^* & -a_1^* & \cdots & -a_{q-1}^* \\ 0 & a_{p+q} & \cdots & a_{p+2} & 0 & -a_0^* & \cdots & -a_{q-2}^* \\ 0 & 0 & \cdots & a_{p+3} & 0 & 0 & \cdots & -a_{q-3}^* \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{p+q-1} & 0 & 0 & \cdots & -a_1^* \\ 0 & 0 & \cdots & a_{p+q} & 0 & 0 & \cdots & -a_0^* \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$b \triangleq -[a_{p+1} \ a_{p+2} \ \cdots \ a_{p+q} \ 0 \ 0 \ \cdots \ 0]^T \quad (10)$$

식(9)와 식(10)을 이용하여 식(8)을 풀면 제한함수의 파라미터들로 구성되는 벡터 x 는 아래의 식(11)과 같이 나타난다.

$$x \triangleq [g_1 \ g_2 \ \cdots \ g_q \ h_0 \ h_1 \ \cdots \ h_{q-1}]^T \quad (11)$$

식(8)을 통해 얻게되는 파라미터들을 사용하여 제한함수를 구성하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \rho_{n+1}(z) &= \frac{h(z)}{g(z)} \\ &= \frac{h_0 + h_1 z^{-1} + \cdots + h_{q-1} z^{-(q-1)}}{1 + g_1 z^{-1} + \cdots + g_{q-1} z^{-(q-1)} + g_q z^{-q}} \end{aligned} \quad (12)$$

만약 식(12)의 제한함수 조건을 만족한다면 안정도를 유지하는 $ARMA(p, q)$ 시스템을 구축 할 수 있다. 그러나 구한 x 벡터에 의한 $\rho_{n+1}(z)$ 가 제한함수 조건을 만족하지 않는다면, 안정도를 유지하는 $ARMA(p, q)$ 는 존재하지 않게된다. 만약 $\rho_{n+1}(z)$ 가 제한함수의 조건을 만족하는 경우 결과적으로 $ARMA(p, q)$ 형태의 시스템 $H(z)$ 는 아래와 같이 표현 될 수 있다.

$$H(z) = \frac{\psi(z)}{D(z)} = \frac{\tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 z^{-1} + \cdots + \tilde{\beta}_q z^{-q}}{\tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 z^{-1} + \cdots + \tilde{a}_p z^{-p}} \quad (13)$$

위의 식에서 분모의 파라미터는 다음의 식(14)에 의해 결정된다. 식(13)의 분모다항식에서 $\tilde{a}_0 = a_0$ 이며, 식(14)에서 $\{a_i\}_{i=0}^{p+q}$ 는 Levinson 다항식 $A_{p+q}(n)$ 의 계수값들이다.

$$\tilde{a}_i = \begin{cases} \sum_{k=0}^i g_k a_{i-k} - \sum_{k=0}^{i-1} h_k a_{p+q+k-i+1}^*, & 1 \leq i \leq q \\ \sum_{k=0}^i g_k a_{i-k} - \sum_{k=0}^{i-1} h_k a_{p+q+k-i+1}^*, & q+1 \leq i \leq p \end{cases} \quad (14)$$

또한 분자의 다항식 $\psi(z)$ 의 Hurwitz 성질을 만족하며, 식(9)를 통하여 구한 다항식 $g(z)$ 와 $h(z)$ 들과 분자다항식과는 다음의 관계를 갖는다.

$$\psi(z) \psi_*(z) = g(z) g_*(z) - h(z) h_*(z). \quad (15)$$

본 논문에서는 주어진 FIR형태의 머리전달함수를 사용하여, 즉 임펄스응답의 상관시퀀스들을 이용하여 위와같은 방법으로 식(13)에서의 안정도가 유지되는 최소 위상 시스템을 얻을 수 있다.

3. 모델차수 선정방법

$\rho_{n+1}(z)$ 가 제한함수를 만족하여 안정도가 유지되는 $ARMA(p, q)$ 가 존재할 때 모델링된 스펙트럼과 FIR형태의 원래 머리전달함수의 스펙트럼과의 차이를 비교하여 적절한 오차를 갖는 모델차수 p 와 q 를 선정할 수 있다.

$$\eta(n, m) \triangleq \sup_{\theta} \frac{|S(\theta) - K_r(\theta)|}{S(\theta)} \quad (16)$$

머리전달함수의 스펙트럼 $S(\theta)$ 와 $ARMA(p, q)$ 에 의해 모델링된 시스템의 스펙트럼 $K_r(\theta)$ 간의 오차는 식(16)으로 구할 수 있다.

결론적으로 2장에서 계산한 $\rho_{n+1}(z)$ 는 제한함수의 조건을 만족하여 안정도를 유지하는 $ARMA(p, q)$ 시스템을 구성할 수 있는가 여부를 확인 할 수 있고, 이 때의 차수 p 와 q 에 대해서 $ARMA(p, q)$ 시스템의 추정되는 스펙트럼오차를 식(16)을 계산하여 적절한 스펙트럼오차를 갖는 $ARMA(p, q)$ 에 대한 차수를 선택 할 수 있다.

4. 모의 실험

$ARMA$ 시스템을 이용한 저차의 IIR 모델링에 사용된 머리전달함수는 MIT의 Media Lab.에서 측정한 512개의 tap수를 갖는 FIR필터 형태의 데이터를 사용하였다. 그림 2는 고도각 10도와 방위각 270도에서 왼쪽귀로 들어오는 특성을 갖는 머리전달함수의 임펄스 응답이다.

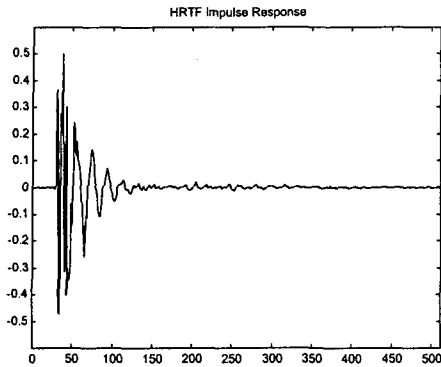


그림 2. FIR 형태의 512탭수의 HRTF의 임펄스응답

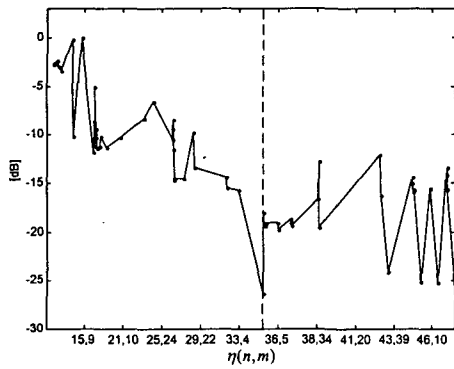


그림 3. 모델차수 선택을 위한 오차값 $\eta(n, m)$

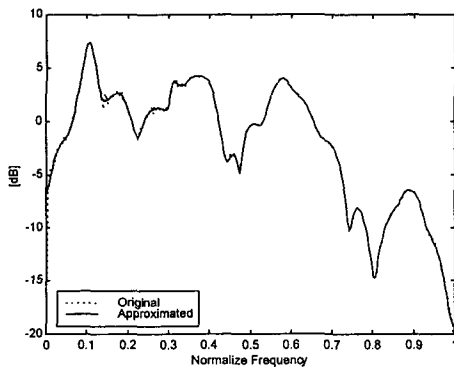


그림 4. 머리전달함수 512tap의 FIR과 근사화된 34/34tap의 IIR의 스펙트럼 비교

그림 3은 $ARMA(p, q)$ 시스템을 이용하여 모델링할 때 안정도를 유지하는 $ARMA(p, q)$ 시스템이 존재할 때의 p 와 q 의 차수를 보여주며, 그래프는 원래의

FIR 형태의 머리전달함수의 스펙트럼과 $ARMA(p, q)$ 에 의해 모델링된 시스템의 스펙트럼간의 스펙트럼오차 $\eta(n, m)$ 를 나타낸다. 그림 3에서 확인 할 수 있는 것처럼 차수가 어느선 이하에서는 비교적 높은 오차값을 갖지만 차수가 증가할수록 비교적 오차가 줄어드는 것을 확인 할 수 있다. 본 실험에서는 그림 3.에서 점선부분인 비교적 낮은 차수 이면서 또한 작은 오차를 갖는 $n=33$, $m=33$ 의 차수를 선택하였다. 그림 4는 이때 모델링된 시스템의 스펙트럼(실선)과 원래 512개의 차수를 갖는 FIR의 스펙트럼(점선)을 비교한 것이다.

5. 결론

본 논문에서는 $ARMA$ 시스템을 이용하여 높은 차수를 갖는 FIR 필터 형태의 머리전달함수를 안정성을 보장하는 저차의 IIR 필터로 모델링 하였다. 모의실험 결과에서 스펙트럼특성의 오차가 비교적 적음을 확인 할 수 있었으며, 차수를 증가시킬수록 원래의 스펙트럼에 보다 가까이 가는 것을 확인 할 수 있었다. 이렇게 모델링된 머리전달함수가 실제로 모노음원과 필터링을 통해서 음상정위를 구현할 때 어느정도 스펙트럼오차를 갖고 있는 IIR 필터 형태의 머리전달함수가 정확한 음상정위감을 제공하는가에 대한 정량적이고 주관적인 성능 평가에 대한 연구가 차후 진행될 예정이다.

참고문헌

- [1] W. G. Gardner, "The Virtual Acoustic Room", MIT, 1992
- [2] Norikazu Akutsu, Hiroshi Hasegawa, Masao Kasuga, "Realization of the sound localization using head-related transfer function (HRTF) approximated by IIR filter", Proceedings of ITC-CSCC, Japan, 1999
- [3] 김동현, 김기만, "머리전달함수의 저차 모델링에 관한 연구", 한국음향학회, 제17권 제2(s)호, 1998
- [4] S. Unnikrishna Pillai, Theodore I. Shim, "Spectrum Estimation and System Identification", New York: Springer-Verlag, 1993
- [5] S. Unnikrishna Pillai, Theodore I. Shim, Dante C. Youla, "A New Technique for ARMA-System Identification and Rational Approximation", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 41, No. 3, 1993