

다위상 서브밴드 분해를 이용한 적응 알고리즘

주 상 영, 이 동 규, 이 두 수
한양대학교 전자공학과
전화 : (02) 2290-0358

An Adaptive Algorithm Using A Polyphase Subband Decomposition

Sang-Young Ju, Dong-Gyu Lee, Doo-Soo Lee
Dept. of Electronics Engineering Hanyang University
E-mail : jsy@ses.hanyang.ac.kr

Abstract

In this paper, we present a new adaptive filter structure which is based on polyphase decomposition of the filter to be adapted. This structure uses wavelet transform to acquire transform-domain coefficients of the input signal. With this coefficients RLS algorithm is used for adaptation. Particularly, using the polyphase parallel structure, we can trace the system which has very long impulse response with only increasing the subband, and show that computational savings can be achieved. The proposed structure was applied to system identification for performance estimation and compared with fullband adaptive filter.

I. 서 론

시스템식별, 음향반향제거, blind deconvolution, 채널 등화, ADPCM, 잡음제거 등과 같은 응용분야에서 많이 사용되고 있는 적응 알고리즘은 선형시스템의 임펄스 응답을 추적하기 위하여 적응필터의 계수를 최적화하는 방법으로 일반적으로 다음의 두 가지로 나눌 수 있다. 첫 번째는 LMS(Least Mean Square) 알고리즘으로 적응필터의 계수갱신을 위하여 경사도 (gradient)방법[1]을 사용하는데 순시 입력신호의 값만

을 다음 번 계수 갱신을 위해 사용함으로 계산이 간단하여 많이 사용된다. 그러나 LMS는 필터 계수가 길어짐에 따라 수렴속도가 급격히 낮아지는 경향이 있다. 또한 입력신호의 자기상관행렬의 고유값 분포에 따라 수렴 성능이 크게 달라지는 단점이 있어 자기상관성이 큰 신호의 경우 효율적이지 못하다. 두 번째로 RLS(Recursive Least Square)알고리즘이 있다. RLS알고리즘에서는 적응 필터의 계수갱신에 필요한 이득 (gain) 값을 구하기 위해 입력신호의 자기상관행렬과 그의 역변환을 계산하여 계수를 갱신하므로 LMS에 비하여 비교적 수렴속도가 빠르나 재귀적으로 자기상관행렬을 계산해야하기 때문에 계산이 복잡해지는 단점이 있다. 이에 본 논문에서는 음향반향제거를 위한 적응 알고리즘으로 새로운 필터구조를 사용한 변환영역 RLS알고리즘을 제안하여 연산량의 이득을 얻고자 한다. 이에 앞서 II절에서는 일반적인 시스템식별 모델과 다위상 분해구조에 대해 살펴보고 III절에서는 제안된 알고리즘을 보인다. IV절에서 모의실험 결과를 보이고 끝으로 V절에서 결론을 맺는다.

II. System Identification and Polyphase Decomposition

그림 1은 적응필터를 사용한 시스템 식별 모델로써 알려지지 않은 시스템의 임펄스응답을 적응필터를 사용하여 추적하도록 한다. 그림 1 에서 시스템 입력신

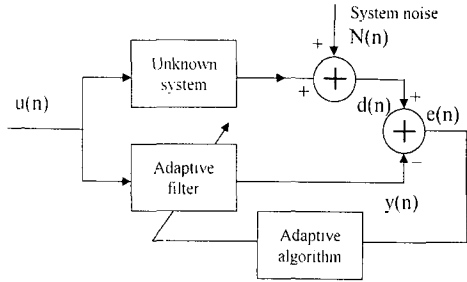


그림 1. System Identification model

호를 $u(n)$, 알려지지 않은 시스템의 출력신호와 시스템 노이즈와의 합을 기준신호 $d(n)$ 이라 하고 적응필터를 통과한 예측신호를 $y(n)$ 이라고 하면 에러 신호 $e(n)$ 은 다음과 같이 정의 될 수 있다.

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (1)$$

이때 일반적으로 에러신호를 이용하여 비용함수를 정의함으로써 비용함수를 최소화하는 방향으로 적응필터의 계수를 변화시켜간다. 그림 2는 그림 1의 등가구조로 M 개의 분해(analysis)필터 $H(z)$ 와 합성(synthesis)필터 $G(z)$ 를 사용하여 그림 1의 시스템 출력신호를 M 개의 서브밴드로 나눈다. 이때 그림 2의 적응필터 $\hat{S}(z)$ 는 다음과 같은 polyphase 요소로 나누어질 수 있다[6].

$$\hat{S}(z) = \hat{S}_0(z^M) + z^{-1} \hat{S}_1(z^M) + \dots + z^{-(M-1)} \hat{S}_{M-1}(z^M) \quad (2)$$

여기서, $\hat{S}(n)$ 의 탭수를 N 이라하고 각각의 요소들 즉, $\hat{S}_0(n), \hat{S}_1(n), \dots, \hat{S}_{M-1}(n)$ 의 탭수를 K 라고 가정하면 $MK = N$ 을 만족하게 된다[3]. 이렇게 나뉘어진 요소들은 앞단의 다운샘플링 과정과 순서가 바뀌어도 동일한 출력신호를 내보내게 된다[6]. 따라서 III절의 그림 3과 같은 서브밴드의 Polyphase Decomposition 구조를 얻을 수 있고 요소들의 계수를 최적화 시킴으로써 비용함수를 최소화 시킨다.

III. Proposed Algorithm

1. 제안된 구조의 알고리즘

알려지지 않은 시스템 $S(z)$ 를 추정하기 위한 새로운 적응 필터의 구조를 그림 3에 나타내었다. $H(z)$ 는 각 입력신호의 서브밴드 분해를 위한 웨이블릿 필터뱅크를 사용하며 비용함수와 에러신호를 각각 다음과 같이 정의 할 수 있다.

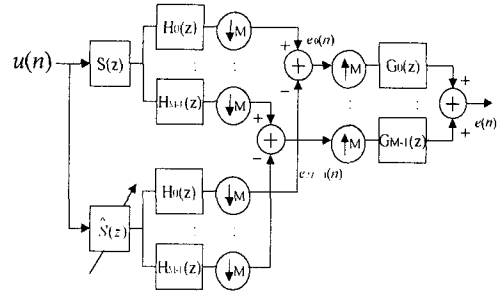


그림 2. Subband decomposition structure

$$J(n) = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{k=0}^n \lambda_i^{n-k} e_i^2(k) \quad (3)$$

$$e_i(k) = d_i(k) - \sum_{j=0}^{M-1} \mathbf{x}_{i,j}^T(k) \hat{s}_j(n) \quad (4)$$

이때 그림 3에서 보는 바와 같이 $e_i(k)$ 는 i 밴드 에러 신호를 나타내며, $\hat{s}_j(n)$ 은 각 밴드의 j 번째 적응필터 파라미터이고, $\mathbf{x}_{i,j}(k)$ 는 i 번째 서브밴드 분해되어 j 번째 요소로 들어가는 입력신호로 각각 다음과 같은 벡터로 표현된다.

$$\hat{s}_j(n) = [\hat{s}_{j,0}(n) \hat{s}_{j,1}(n) \dots \hat{s}_{j,K-1}(n)]^T$$

(K 는 각 밴드 j 번째 적응필터의 탭수)

$$\mathbf{x}_{i,j}(k) = [x_{i,j}(k) \ x_{i,j}(k-1) \ \dots \ x_{i,j}(k-K+1)]^T$$

또한 λ_i 는 i 밴드의 망각인자 이다. 이때 식 (3), (4)에서 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$J(n) = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{k=0}^n \lambda_i^{n-k} [d_i(k) - \sum_{j=0}^{M-1} \mathbf{x}_{i,j}^T(k) \hat{s}_j(n)]^2 \quad (5)$$

식 (5)에서 보는 바와 같이 새로운 구조의 비용함수는 적응필터 계수에 관한 이차식의 형태를 띠게 된다. 따라서 식 (5)의 비용함수를 최소화하기 위하여 다음과 같은 편미분 방정식의 해를 구하여 계수를 갱신 시키도록 한다.

$$\frac{\partial J(n)}{\partial \hat{s}_p(n)} = 0 \quad (0 \leq p \leq M-1) \quad (6)$$

식 (6)에서 첨자 p 는 각 밴드의 p 번째 적응필터를 나타내며 식 (7)과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\sum_{i=0}^{M-1} \sum_{k=0}^n \lambda_i^{n-k} \mathbf{x}_{i,p}(k) d_i(k) = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{k=0}^n \lambda_i^{n-k} \mathbf{x}_{i,p}(k) \sum_{j=0}^{M-1} \mathbf{x}_{i,j}^T(k) \hat{s}_j(n) \quad (7)$$

이때, 편의상 $\lambda_0 = \lambda_1 = \dots = \lambda_{M-1} = \lambda$ 라고 가정하고 $0 \leq p \leq M-1$ 를 만족하는 모든 p 값에 대해 식 (7)을 정리하면 다음과 같은 행렬식으로 나타낼 수 있다.

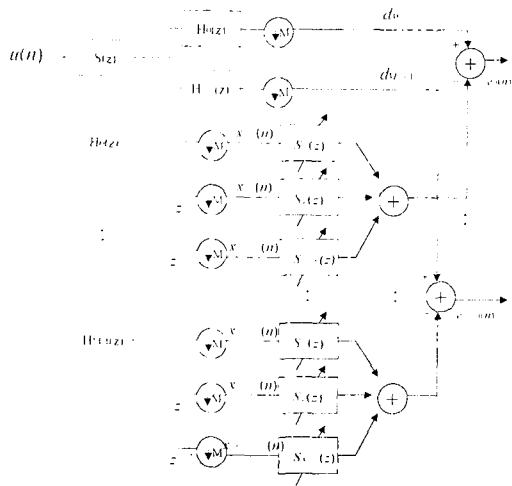


그림 3. Proposed Subband Polyphase decomposition structure (M-band case)

$$\sum_{k=0}^{n-1} \begin{bmatrix} x_{1,0}(k)x_{1,0}^T(k) & x_{1,0}(k)x_{1,1}^T(k) & \dots & x_{1,0}(k)x_{1,M-1}^T(k) \\ x_{1,1}(k)x_{1,0}^T(k) & x_{1,1}(k)x_{1,1}^T(k) & \dots & x_{1,1}(k)x_{1,M-1}^T(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1,M-1}(k)x_{1,0}^T(k) & x_{1,M-1}(k)x_{1,1}^T(k) & \dots & x_{1,M-1}(k)x_{1,M-1}^T(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{s}_0(n) \\ \hat{s}_1(n) \\ \vdots \\ \hat{s}_{M-1}(n) \end{bmatrix} = \sum_{k=0}^{n-1} \begin{bmatrix} x_{1,0}(k)d(k) \\ x_{1,1}(k)d(k) \\ \vdots \\ x_{1,M-1}(k)d(k) \end{bmatrix} \quad (8)$$

이때 각 밴드의 입력신호와 기준신호(desired signal)로 구성된 행렬을 각각 $X(k)$, $d_M(k)$ 라하고 M 개의 요소들의 계수를 $\hat{S}_M(n)$ 이라고 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$X(k) = \begin{bmatrix} x_{0,0}(k) & x_{1,0}(k) & x_{2,0}(k) & \dots & x_{M-1,0}(k) \\ x_{0,1}(k) & x_{1,1}(k) & x_{2,1}(k) & \dots & x_{M-1,1}(k) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{0,M-1}(k) & x_{1,M-1}(k) & x_{2,M-1}(k) & \dots & x_{M-1,M-1}(k) \end{bmatrix}$$

$$d_M(k) = [d_0(k) \ d_1(k) \ d_2(k) \ \dots \ d_{M-1}(k)]^T$$

$$\hat{S}_M(n) = [\hat{s}_0(n) \ \hat{s}_1(n) \ \dots \ \hat{s}_{M-1}(n)]^T$$

따라서, 식 (8)은 다음과 같은 Conventional RLS와 유사한 식을 얻을 수 있게 된다.

$$\left[\sum_{k=0}^{n-1} \lambda^{n-k} X(k) X^T(k) \right] \hat{S}_M(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \lambda^{n-k} X(k) d_M(k) \quad (9)$$

다시 M 밴드 입력신호의 correlation matrix $\Phi_M(n)$ 과 입력신호와 기준신호간의 cross correlation 벡터 $z_M(n)$ 을 식 (10), (11)같이 정의하면

$$\Phi_M(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \lambda^{n-k} X(k) X^T(k)$$

$$= \lambda \sum_{k=0}^{n-1} \lambda^{n-k-1} X(k) X^T(k) + X(n) X^T(n)$$

$$= \lambda \Phi_M(n-1) + X(n) X^T(n) \quad (10)$$

$$z_M(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \lambda^{n-k} X(k) d_M(k)$$

$$= \lambda \sum_{k=0}^{n-1} \lambda^{n-k-1} X(k) d_M(k) + X(n) d_M(n)$$

$$= \lambda z_M(n-1) + X(n) d_M(n) \quad (11)$$

식 (9)는 식 (12)로 표현할 수 있다.

$$\Phi_M(n) \hat{S}_M(n) = z_M(n) \quad (12)$$

결국, 적응필터의 필터계수 $\hat{S}_M(n)$ 의 최적해는 다음과 같이 $\Phi^{-1}(n)$ 을 양변에 곱하여 구해질 수 있다.

$$\hat{S}_M(n) = \Phi_M^{-1}(n) z_M(n) \quad (13)$$

단, 식 (13)에서 $\Phi_M^{-1}(n)$ 의 직접적인 연산의 경우 $O[N^3]$ 의 연산량을 가지므로 [7] 피하고 다음과 같은 Matrix Inversion Lemma [7]를 이용하여 재귀적인 형태의 식을 이용한다.

$$[A + BCD]^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B[DA^{-1}B + C^{-1}]^{-1}DA^{-1} \quad (14)$$

식 (14)에서 $A = \lambda \Phi_M(n-1)$, $B = X(n)$, $C = I_M$ (I_M 은 $M \times M$ 의 단위행렬), $D = X^T(n)$ 이라고 하면 식 (10), (14)에서 다음의 역행렬 갱신식을 얻을 수 있다.

$$\Phi_M^{-1}(n) = \lambda^{-1} \{ \Phi_M^{-1}(n-1) - \Phi_M^{-1}(n-1) X(n) [\lambda I_M + X^T(n) \Phi_M^{-1}(n-1) X(n)]^{-1} X^T(n) \Phi_M^{-1}(n-1) \}$$

이때 각 밴드의 적응필터를 통과한 출력신호 벡터 $y_M(n)$ 과 에러벡터 $e_M(n)$ 을 정의하면 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$y_M(n) = X^T(n) \hat{S}_M(n) \quad (16)$$

$$e_M(n) = d_M(n) - y_M(n) \quad (17)$$

결론적으로 기존의 전대역 RLS에서의 입력신호를 서브밴드로 나누어 새로운 입력신호 행렬을 구성하여 RLS를 적용할 경우 다운샘플링 과정에 의한 연산량 감소로 인해 수렴시간의 향상을 가져오게 된다.

2. Computational Complexity

제안된 알고리즘의 계산의 복잡성을 전대역 적응알고리즘과 비교한다. 특히 convolution과 적응과정에 필요한 곱셈의 수를 비교대상으로 한다. 먼저 전대역 적응필터의 뱀수를 N 이라 하고 제안된 구조의 서브밴드 수를 M 으로 가정하면 전대역 RLS에서 convolution과 적응과정에서 각각 매 입력샘플 마다 N 번과 $5N^2 + 4N$ 의 곱셈이 필요하다. 제안된 구조의 경우 매 M 샘플마다 MN 과 $M^3 + M + 2M^2N + 3MN^2 + MN + N + 2N^2$ 의

값이 수행된다. 또한 입력신호의 서브밴드 분해와 합성을 위한 필터뱅크에서의 곱셈 $3HM^2$ (H 는 필터뱅크 탭수)가 요구된다. M 과 N 값에 따른 실제 계산 결과는 IV절의 그림 5에 나타내었다.

IV. SIMULATION RESULTS

적용필터의 수렴성능 평가를 위해 100탭의 알려지지 않은 임펄스 응답을 갖는 FIR시스템의 식별에 제안된 구조를 적용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 입력신호로는 0.95의 Pole을 갖는 AR source를 사용하였으며 서브밴드의 수는 2로 하였다. 서브밴드 분해를 위해 Daubechies 6탭 필터를 사용하였고 망각인자 $\lambda=0.9$ 로 고정시켰다. 시스템 노이즈는 -40dB로 수렴성능은 20번의 모의실험을 앙상블 평균(ensemble average)을 취하여 평가하였다. 그림 4는 전대역 RLS와 제안된 구조의 MSE값을 비교한 것이며 그림 5는 적응과정에 필요한 곱셈량을 비교한 것이다. 그림 4에서 보듯이 기존의 알고리즘과 비교했을 때 수렴속도는 그다지 차이가 없음을 알 수 있다. 그러나 그림 5에서의 연산량을 보면, 제안된 알고리즘에서의 서브밴드 분해를 위한 연산을 감안하더라도 밴드수를 늘임으로 인한 상당량의 계산이 주는 것을 보여주고 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 LMS보다 빠른 수렴속도를 나타내지만 연산량이 많은 기존의 전대역 RLS알고리즘의 연산량을 줄이기 위한 방법으로 서브밴드 다위상 분해 구조를 제안하였다. 특히 음향 반향제거와 같이 필터탭이 긴 경우 급격한 연산량의 증가를 막을 수 있었다. 좀더 나은 수렴성능의 개선을 위해서는 수렴성능에 중대한 영향을 미치는 망각인자를 밴드마다 최적화 시키는 연구가 더 이루어져야겠다.

Reference

[1] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 3rd ed. Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1996.
 [2] Paulo S. R. Diniz and Keiichi Tokuda, "New adaptive algorithms based on multi-band decomposition of the error signal," *IEEE trans. Circuits and Systems* vol. 45 no. 5, May 1998
 [3] S. Sandeep Pradhan and V. U. Reddy, "A new approach to subband adaptive filtering," *IEEE*

trans. Signal Processing vol. 47 no. 3 Mar 1999

[4] A. Gilloire and M. Vetterli, "Adaptive filtering in subbands with critical sampling: Analysis, experiments, and application to acoustic echo cancellation," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 40, pp. 1862-1875, Aug. 1992
 [5] R. G. Alves and M. R. Petraglia "RLS algorithm for a new subband adaptive structure with critical sampling," *Proc. IEEE Int. Symp. Telecommunications*, vol. 2, 442-447
 [6] A. N. Akansu and R. A. Haddad, *Multiresolution Signal Decomposition Transforms, Subbands, and Wavelets*, Academic Press 1992
 [7] P. S. R Diniz, *Adaptive Filtering : Algorithms and Practical Implementation*, Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, 1997

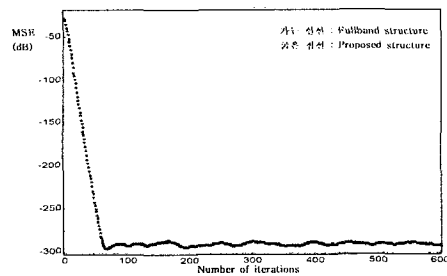


그림 4. Fullband와 제안된구조의 수렴성능 비교

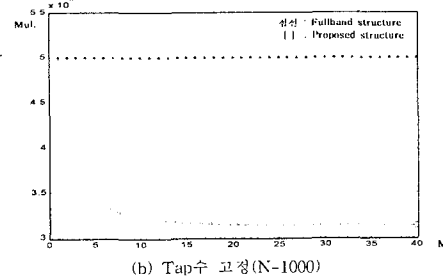
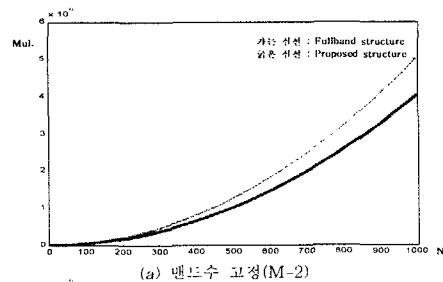


그림 5. Fullband와 제안된구조의 연산량 비교