

# 바이폴라 트랜지스터의 Gummel Poon 등가회로 파라미터 추출 프로그램의 구현

조재한, 김명진, 최인규, 박종식  
경북대학교 전자과  
전화 : 053-940-8839 / 핸드폰 : 019-678-5579

## Implementation of Gummel-Poon model parameter Extraction Program for a bipolar transistor

Jae-Han Cho, Myung-Jin Kim, In-Kyu Choi, Jong-Sik Park  
Dept. of Electronics Engineering, Kyungpook National University  
E-mail : hani@jsp.knu.ac.kr

### Abstract

DC Gummel-Poon SPICE model parameter extraction program has been implemented. This program extracts the parameters from measured data using Levenberg-Marquardt algorithm. Measured data consist of forward and reverse Gummel plot, forward and reverse output characteristics and RE and RC measurements.

### I. 서론

바이폴라 트랜지스터의 정확한 모델 파라미터 추출은 SPICE에 하나의 트랜지스터에 대한 등가회로 파라미터를 입력하여 집적회로의 전기적 특성 및 성능을 제조공정을 거치기 전에 예측하고 최적화 된 집적회로를 설계하는데 있어서 필수적인 과정이다.

정확한 회로시뮬레이션 결과를 얻기 위해서는 집적회로 소자의 모델 파라미터들의 정확한 값들을 알아야 한다. 지금까지 모델 파라미터의 추출을 위해서 대체로 두 가지 방법이 사용되어 왔다. 모델 파라미터들을 몇 개의 group으로 나누어 추출이 용이한 형태의 데이터 세트들을 이용해 group 별로 단계적으로 추출하는 국부 최적화(local optimization)방법과 일반적인 전류-전압 측정 데이터로부터 최적화 프로그램을 사용하여

한꺼번에 모든 모델 파라미터들을 추출하는 전역 최적화(global optimization)방법이 있다.

본 논문에서는 측정된 바이폴라 트랜지스터의 전기적 DC특성 데이터를 전역 최적화 방법 중 Levenberg Marquardt 알고리즘[1]을 이용해서 DC SPICE 등가회로 파라미터를 추출하는 프로그램을 완성하였다. 초기 모델 파라미터의 추측값에 따라 결과가 다르게 나오는 LM 알고리즘의 국부 최적점(local optimum)에 갇히는 단점을 보완하기 위해서 가능한 한 전역 최적점(global optimum point)과 가까운 초기 추측값을 얻기 위하여 모델 파라미터를 몇 개의 군으로 나누어 각 군에 속해있는 파라미터들의 추출에 용이한 데이터 세트들로부터 단계적으로 추출하였다.

### II. 바이폴라 트랜지스터의 DC등가모델

회로시뮬레이터인 SPICE에서 바이폴라 트랜지스터에 대한 등가회로는 Gummel-Poon model [3]을 근거로 하여 구성되어 있다. 그림 2-1은 바이폴라 트랜지스터의 DC 특성을 나타내 주는 Gummel-Poon model의 DC 등가회로를 나타낸다.

SPICE에서 DC 모델을 구성하는 파라미터들은 다음과 같다. forward current gain 특성을 결정하는 파라미터는 IS, BF, NF, C2, IKF, NE 이고, reverse current gain 특성을 결정하는 파라미터는 IS, BR, NR, C4, IKR, NC이다. 그리고, forward 와 reverse 영

역에서 출력 컨덕턴스를 결정하는 파라미터들은 VAF와 VAR이다. 여기에 3개의 ohmic resistance 인 RB, RC, RE도 포함된다.

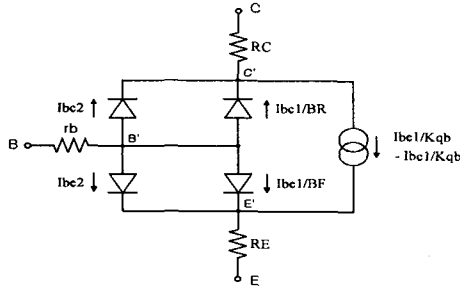


그림 2-1. 바이폴라 트랜지스터의 DC Gummel-Poon model

각 단자를 통해 흐르는 DC전류는 아래 식들과 같다. 단자로부터 트랜지스터 안으로 흘러 들어가는 방향을 양으로 하였다.

$$I_b = \frac{I_{bc1}}{BF} + I_{bc2} + \frac{I_{bc1}}{BR} + I_{bc2} \quad (2-1)$$

$$I_c = \frac{I_{bc1}}{K_{qb}} - \frac{I_{bc1}}{K_{ob}} - \frac{I_{bc1}}{BR} - I_{bc2} \quad (2-2)$$

$$I_e = -(I_b + I_c) \quad (2-3)$$

$$I_{bc1} = IS(e^{\frac{V_{BE}}{NF \cdot VT}} - 1) \quad (2-4)$$

$$I_{bc2} = ISE(e^{\frac{V_{BE}}{NE \cdot VT}} - 1) \quad (2-5)$$

$$I_{bc1} = IS(e^{\frac{V_{BC}}{NR \cdot VT}} - 1) \quad (2-6)$$

$$I_{bc2} = ISC(e^{\frac{V_{BC}}{NC \cdot VT}} - 1) \quad (2-7)$$

$$K_{qb} = K_{q1} \frac{1 + \sqrt{1 + 4 \cdot K_{\phi}}}{2} \quad (2-8)$$

$$K_{q1} = (1 + \frac{V_{BC}}{VAF} + \frac{V_{BE}}{VAR}) \quad (2-9)$$

$$K_{\phi} = \frac{I_{bc1}}{IKF} + \frac{I_{bc1}}IKR} \quad (2-10)$$

$$r_b = RBM + \frac{3(RB - RBM)(\tan(x) - x)}{\tan^2(x)x \cdot area} \quad (2-11)$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{1 + \frac{14.59025 \cdot I_b}{IRB}}}{2.4317 \cdot \sqrt{\frac{I_b}{IRB}}} \quad (2-12)$$

$V_{BE}$ ,  $V_{BC}$ 는 접합부분에서 인가된 전압이다.

$$V_{BE} = V_{be} - I_b \cdot r_b + I_e \cdot RE \quad (2-15)$$

$$V_{BC} = V_{bc} - I_b \cdot r_b + I_c \cdot RC \quad (2-16)$$

### III. Levenberg Marquardt 알고리즘

LM(Levenberg-Marquardt)알고리즘은 비선형 최소자승법(Least Mean square)의 일종으로 steepest descent 알고리즘과 Newton 알고리즘을 결합하여, 현재 iteration에서의 값이 최적점과 멀리 떨어져 있을 때는 steepest descent 알고리즘처럼 동작하고 최적점에 가까울 때는 Newton 알고리즘처럼 동작한다.[2]

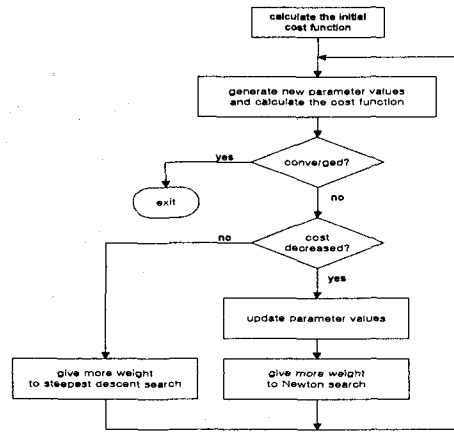


그림 3-1. LM(Levenberg Marquardt) 알고리즘의 흐름도

그림 3-1에 LM 알고리즘의 흐름도를 나타내었다. LM 알고리즘은 빠르고 안정된 알고리즘으로 최적화 프로그램에 널리 쓰이고 있다.

Gauss 알고리즘은 초기 값이 최소 값에 근접하면 할수록 반복횟수가 적어도 쉽게 수렴된다. 반면 steepest descent 알고리즘은 일정한 비율로 변화하기 때문에 정확한 목표 값에 수렴되기는 어렵다. 하지만, Gauss 알고리즘보다는 빠르게 목표 값에 근접할 수 있다. 이런 두 가지 알고리즘의 특성을 고려하여 적절하게 합친 것이 식 3-1의 LM 알고리즘이다.[4]

$$W_{i+1} = W_i - (H + \mu I)^{-1} \nabla \epsilon(W_i) \quad (3-1)$$

$\mu = 0$  : 완전한 Newton 알고리즘

$\mu \rightarrow \infty$  : 아주 작은 변화 비율( $\frac{1}{\mu} \rightarrow 0$ )

완전한 Steepest descent 알고리즘

### IV. 파라미터 추출방법

바이폴라 트랜지스터의 특성에 대한 측정결과로부터 II장에서 기술된 SPICE 등가회로 파라미터를 추출하

는 과정은 다음과 같다. 그림 4-1처럼 6개의 측정바이어스 회로를 구성하여 측정결과로 얻어진 특성곡선에서 초기 파라미터를 구한 다음 III장의 LM 알고리즘을 이용하여 이 파라미터들을 최적화 하였다.

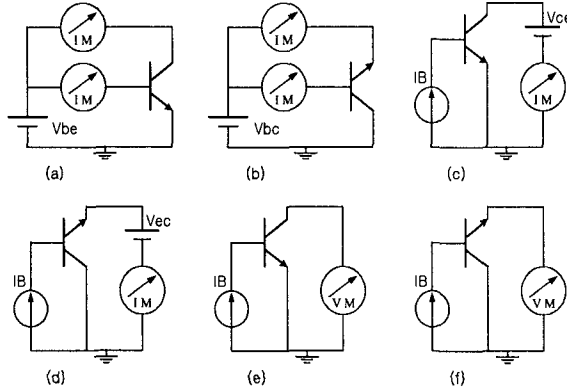


그림 4-1. 바이폴라 트랜지스터의 특성측정을 위한 바이어스 회로

- (a)순방향 Gummel-plot      (b)역방향 Gummel-plot
- (c)순방향 출력 특성      (d)역방향 출력 특성
- (e)RE 측정      (f)RC 측정

순방향 Gummel-plot에서 IS, BF, NF, ISE, NE, RE, RB, RBM, IRB 의 9개의 파라미터들이 베이스 전류와 관련이 되므로 IS를 제외한 8개의 파라미터들을 베이스 전류 방정식과 측정된 Ib 데이터를 fitting 시켜서 얻었다. IS는 초기값이 비교적 정확하며 최적화 시키기 어렵기 때문에 최적화 시키지 않았다.

이들 파라미터 중 RE는 식 2-13으로 정의된 Vbe와 Vb'e'의 관계로부터 구하였다. 또 BR, NR, ISC, NC, RC 의 5개의 파라미터들은 역방향 Gummel-plot에 대한 Ib 데이터를 이용하여 얻었다. 이들 파라미터 중 RC는 식 2-14로 정의된 Vbc와 Vb'c'의 관계로부터 구하였다.

IKF와 IKR는 위에서 구한 파라미터들을 이용하여 각각 순방향과 역방향 Gummel-plot 데이터로부터 콜렉터 전류 Ic 와 에미터 전류 Ie를 fitting 시켜서 얻었다.

### V. 파라미터 추출 프로그램

파라미터 추출 프로그램은 MS Windows OS에서 수행되고 SPICE에 구현된 바이폴라 트랜지스터의 DC 모델 파라미터값을 추출할 수 있으며 LM 알고리즘을 최적화 알고리즘으로 사용하였다.

파라미터 추출 프로그램은 Visual C++로 쓰여져 있으며 MS Window의 MFC library를 이용한 GUI (graphic user interface)방식을 채택하여 모든 입력을 메뉴 형식으로 받아들인다. III장에서 설명한 바이폴라 트랜지스터의 DC 모델 파라미터 추출을 위한 6개의 바이어스 회로를 이용하여 측정된 6개의 데이터 파일을 분석하고, 그 결과로 최적화된 파라미터의 값을 출력한다. 결과로 출력된 파라미터 값을 SPICE 시뮬레이션 가능한 파일로 변환시킬 수 있으며 SPICE 시뮬레이션 결과 파일을 변환해서 그래프로 출력 할 수 있다.

파라미터 추출 방법에서 언급한 측정값과 계산값의 차이를 최소화 하는 식 5-1의 함수를 III장의 LM 알고리즘에서 목적함수  $\epsilon(W)$ 로 사용하였다.

$$\epsilon(W) = ||f(W)|| = \sum_i f_i^2(W) \equiv \sum_i \left( \frac{I_i(W) - I_i^*}{I_i^*} \right)^2 \quad (5-1)$$

여기서 W는 최적화시킬 파라미터벡터이며 f(W)는 주어진 바이어스에서 모델방정식에 의하여 계산된 베이스전류(혹은 콜렉터 전류) Ii와 측정값 Ii\* 사이의 error 벡터이다. 위 식 5-1에서 분모에 측정값 Ii\*를 나누어준 이유는 error 계산시 저 전류에서는 상대적으로 작은 값이 되고 반면 고 전류에서는 상대적으로 큰 값이 되기 때문에 동일한 영향을 주기 위해서이다.

f(W)값은 매 iteration 마다 계산되며 error의 크기를 줄이도록 W값이 조정된다. error값이 이전 step보다 작으면 올바른 방향으로 알고리즘이 수행되고 있는 것이기 때문에  $\mu$ 를 더 작게 해서 Newton 알고리즘의 영향을 크게 하고, 만약 최소 값이 이전 step 보다 크게 되면 알고리즘이 잘못된 방향으로 수행되고 있는 것이기 때문에  $\mu$ 를 더 크게 해서 steepest descent 알고리즘의 영향을 더욱 크게 하였다.

### VI. 파라미터 추출 결과

측정 데이터로 가정할 데이터를 SPICE로부터 얻은 후 이 데이터로 파라미터 추출 실험을 하였다. 표 6-1은 처음 SPICE에 입력시킨 파라미터의 값과 실험 결과로 얻은 파라미터의 초기값과 최적화된 값들이다.

KF, IKR, RBM을 제외한 모든 파라미터들이 목표치와 잘 맞아들고 있음을 알 수 있다.

그림 6-1은 forward Gummel plot에서 측정값, 초기값, 최적화된 값의 콜렉터 전류들을 서로 비교해 놓은 그림이다.

표 6-1. SPICE 입력 파라미터값과 추출결과 파라미터값

Parameter	Value	Initial value	Final value
IS	0.15272E-13	0.1535F-13	0.1535F-13
BF	0.5250E3	0.3822E3	0.5428E3
NF	0.9756E0	0.9858E0	0.9748E0
C2	0.1317E1	0.2389E1	0.1309E1
NE	0.1590E1	0.1727E1	0.1590E1
BR	0.4342E1	0.4107E1	0.3990E1
NR	0.9773E0	0.9786E0	0.9820E0
C4	0.1727E1	0.4380E1	0.2076E1
NC	0.1442E1	0.1687E1	0.1528E1
RE	0.2799E0	0.3882E0	0.2884E0
RC	0.1352E1	0.1480E1	0.1621E1
RB	0.4831E3	0.5687E3	0.5294E3
RBM	0.1E-2	0.1203E-2	0.2717E-2
IRB	0.6783E-4	0.1754E-4	0.5095E-4
JKF	0.1E2	0.1052E2	0.2928E1
IKR	0.8641E1	0.6775E1	0.5000E2
VAF	0.1755E2	0.1267E2	0.1723E2
VAR	0.2866E1	0.2234E1	0.3048E1

그림 6-2는 reverse Gummel plot에서 이미터 전류들을 비교하기 위하여 측정값, 초기값, 최적화된 값을 함께 그린 그림이다. 이상의 결과들을 보면 최적화된 값은 측정값과 2%이내의 오차로 잘 들어맞는 것을 볼 수 있다. 그림 6-3은 순방향 출력 특성곡선을 비교한 그림이다.

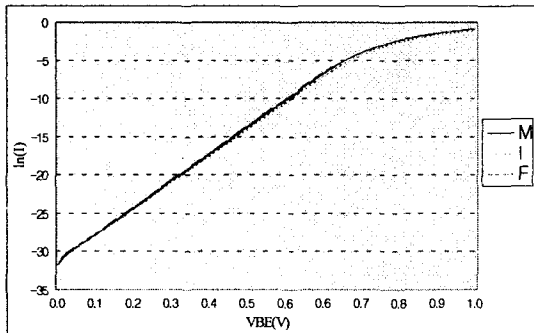


그림 6-1. 순방향 Gummel-plot에서 콜렉터 전류들의 비교

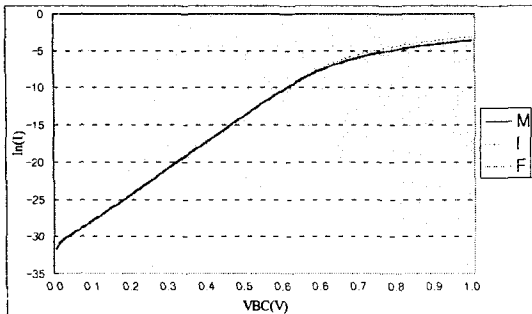


그림 6-2. 역방향 Gummel-plot에서 콜렉터 전류들의 비교

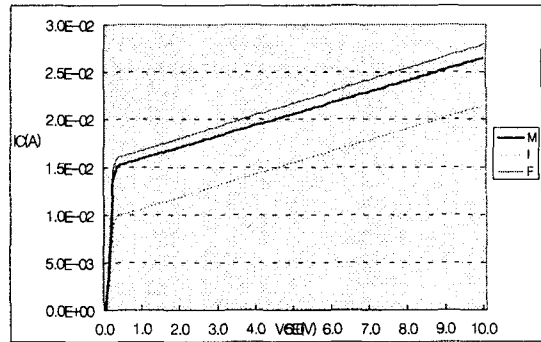


그림 6-3. 순방향 출력특성

## V. 결론

Levenberg Marquardt(LM) 알고리즘을 토대로 바이폴라 트랜지스터의 특성 데이터로부터 DC SPICE 등가회로 파라미터를 추출하는 프로그램을 구현하였다. 파라미터 추출은 LM 알고리즘을 이용하여 모델 방정식과 측정 데이터 사이의 오차가 최소가 되도록 하여 수행하였다. 초기값이 최적점에 위치하도록 모델 파라미터를 몇 개의 군으로 나누어 각 군에 속해있는 파라미터들의 추출에 용이한 데이터 세트들로부터 단계적으로 추출하였다.

추출된 파라미터를 이용하여 SPICE시뮬레이션을 수행한 결과 측정 데이터와 2%이내의 범위에서 일치함을 확인하였다.

## 참고 문헌

- [1] D. M. Marquardt, *An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters*, BJ. Soc. Indust. Appl. Math., 11, 431-441, 1963
- [2] K. Doganis, *General Optimization and Extraction of IC Device Model Parameters*, IEEE Electron devices, vol. 30, 1983.
- [3] H. K. Gummel and H. C. Poon, *An integral charge control model of Bipolar transistors*, Bell System Tech. J., vol. 49, pp. 827-852, 1970.
- [4] K. M. Brown and J. E. Dennis, Jr., *Derivative free analogues of Levenberg-Marquardt and Gauss algorithms for nonlinear least-squares approximation*, Numer. Math., vol. 18, pp. 289-297, 1972.