

## 세분화된 에지 분류 방법을 이용한 삼차원 메쉬 단순화

장은영, 호요성  
광주과학기술원 정보통신공학과  
전화 : 062-970-2263, FAX : 062-970-2204

### 3D Mesh Simplification Using Subdivided Edge Classification

Eun-Young Chang, Yo-Sung Ho  
Kwangju Institute of Science and Technology (K-JIST)  
E-mail : eychang@geguri.kjist.ac.kr

#### Abstract

Many applications in computer graphics require highly detailed complex models. However, the level of detail may vary considerably according to applications. It is often desirable to use approximations in place of excessively detailed models.

We have developed a surface simplification algorithm which uses iterative contractions of edges to simplify models and maintains surface error approximations using a quadric metric.

In this paper, we present an improved quadric error metric for simplifying meshes. The new metric, based on subdivided edge classification, results in more accurate simplified meshes. We show that a subdivided edge classification captures discontinuities efficiently. The new scheme is demonstrated on a variety of meshes.

#### I. 서론

컴퓨터 그래픽스 응용 분야에서는 물체를 현실감있게 표현하기 위해 고해상도를 가진 복잡한 삼차원 모델을 사용한다. 그러나, 이러한 상세한 모델을 그대로 저장, 전송, 렌더링하는데는 많은 어려움이 있다. 따라서 복잡하게 표현된 상세한 모델을 사용하는 대신, 원래의 모델을 단순화하여 근사화된 모델을 사용하는 것이 유리하다. 따라서, 최근의 연구는 이러한 목적에 초

점을 맞추어 기하학 모델의 단순화 방법에 대한 연구가 진행되어 왔다. 기존에 제안된 단순화 방법 중에, 반복적인 에지 축소 변환을 사용하고, 단순화 과정 중에 발생한 오류를 Quadric Error Metric(QEM)[1]을 통하여 정의하는 방법이 있다. 그러나, 이 방법은 불연속한 부분이 단순화된 후 적절히 유지되지 않는 문제점을 가지고 있다.

본 논문에서는 기존 방법의 문제점을 보완하기 위해 세분화된 에지 분류 방법을 사용하였다. 반복적인 에지 축소 변환을 사용하고, 단순화 과정 중에 발생한 오류를 QEM을 통하여 정의하는 방법은 기존 방법과 동일하다. 그러나, 제안한 방법은 주어진 삼차원 물체의 에지를 축소할 때 기존 방법과 달리, 우선 여러 가지 종류로 에지를 세분화하여 분류한 다음 그 종류와 모델 내에서의 모양에 따라 서로 다르게 처리하여 불연속한 부분을 보존하였다. 이러한 방법을 토대로 실제 VRML 데이터로 실험을 통해 기존의 방법과 제안된 방법의 성능을 비교하였다.

#### II. 메쉬 단순화

##### 2.1 에지 축소

제안한 단순화 방법은 반복적인 에지의 축소에 기반한다. 에지 축소란 그림 1에서 보인 바와 같이,  $(V_1, V_2) \rightarrow V'$ 로 나타낼 수 있는데, 그 수행 동작은 꼭지점  $V_1$ 과 꼭지점  $V_2$ 를 새로운 위치  $V'$ 로 옮기고,  $V_1$ 과  $V_2$ 와

관계된 에지 모두를  $V'$ 에 관계된 에지로 수정한다. 이때, 하나 또는 그 이상의 면들이 제거된다.

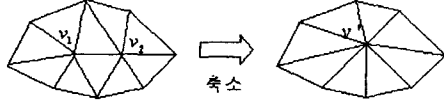


그림 1 에지 축소

### 2.2 QEM을 이용한 오류 계산

반복적인 에지 축소 과정 중에 축소되는 에지의 순서를 결정하기 위해 각 에지의 축소 과정에서 발생하는 오류를 정의해야 한다. 본 논문에서 이러한 오류는 각각의 꼭지점마다 정의되어 유지된다.

원래의 모델에서, 각 꼭지점은 모델 내에 있는 평면 집합의 교차점이다. 즉, 삼각형으로 이루어진 평면들은 그 꼭지점에서 만나게 된다. 따라서, 각 꼭지점마다 관련된 평면들을 정의할 수 있고 그 꼭지점에서의 오류는 관련된 평면들간의 거리의 제곱의 합으로 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta(V) &= \Delta([V_x, V_y, V_z, 1]^T) \\ &= \sum_{P \in \text{planes}(V)} (P^T V)^2 \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서,  $V=[V_x, V_y, V_z, 1]^T$ 이고,  $P=[a \ b \ c \ d]^T$ 는  $ax+by+cz+d=0$ 인 평면의 방정식에 의해 정의되고,  $a^2+b^2+c^2=1$ 이다. 한 꼭지점에 관련된 평면의 집합은 그 꼭지점에서 만나는 삼각형들의 평면들로서 초기에 설정된다. 에지 축소 과정에서 변경되는 각 꼭지점에 관련된 평면의 집합은 합집합 규칙을 따른다. 즉,  $(V_1, V_2) \rightarrow V'$ 의 에지 축소 과정 후에 꼭지점  $V'$ 과 관련된 평면 집합은  $\text{planes}(V')=\text{planes}(V_1) \cup \text{planes}(V_2)$ 가 된다. 식 (1)에서 주어진 오류 정의를 다음과 같이 2차의 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta(V) &= \sum_{P \in \text{planes}(V)} (V^T P)(P^T V) \\ &= \sum_{P \in \text{planes}(V)} V^T (PP^T) V \\ &= V^T \left( \sum_{P \in \text{planes}(V)} K_P \right) V \\ &= V^T Q V \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $K_P$ 는 다음과 같은 행렬이다

$$K_P = PP^T = \begin{bmatrix} a^2 & ab & ac & ad \\ ab & b^2 & bc & bd \\ ac & bc & c^2 & cd \\ ad & bd & cd & d^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

기본 2차 오류 행렬  $K_P$ 는 공간상에서 어떤 한 꼭지점과 평면  $P$ 와의 거리의 제곱을 찾기 위해 사용될 수

있다. 수식 (2)에서 알 수 있는 바와 같이, 이러한 기본 2차 오류 행렬을 서로 더하면 하나의 행렬  $Q$ 로서 관련된 평면의 집합을 표현할 수 있다.

이렇게 구한  $Q$  행렬을 이용하면 합집합 ( $\text{planes}(V_1) \cup \text{planes}(V_2)$ )을 구하는 대신  $(Q_1+Q_2)$ 로써 단순화 과정 중에 암시적으로 관련된 평면의 집합을 찾아낼 수 있다. 만약, 초기 행렬  $Q_1$ 과  $Q_2$ 에 의해 나타내어지는 관련된 평면의 집합이 서로 배타적이면, 행렬의 덧셈은 합집합 연산과 동일하게 된다. 하지만, 서로 배타적이지 않다면, 중복되는 평면들이 여러 번 더해져 오류 측정에 오차가 될 수 있다는 단점이 있다. 그러나, QEM은 그 단점을 상쇄할만한 장점을 가지고 있다. 관련된 평면의 집합 정보를 유지하기 위해  $4 \times 4$ 의 대칭 행렬  $Q$  즉, 10개의 계수만을 유지하면 되고, 축소 과정에서 발생한 관련된 평면의 집합 정보의 갱신은 단지 두 개의 행렬을 더하면 된다.

$(V_1, V_2) \rightarrow V'$ 이 수행될 때, 꼭지점  $V'$ 의 위치와 꼭지점  $V'$ 에서의 오류를 근사하기 위한 새로운 행렬  $Q'$ 를 얻어야 한다. 본 논문에서는 행렬  $Q'$ 는 단순한 덧셈 규칙  $Q'=Q_1+Q_2$ 을 이용하고, 꼭지점  $V'$ 의 위치는  $V_1, V_2$  또는  $(V_1+V_2)/2$  중  $\Delta(V')$ 가 최소가 되는 값이다.

### 2.3 세분화된 에지 분류 방법

세분화된 에지 분류 방법은 경계 에지만을 고려하는 기존에 제안된 방법과는 달리, 축소될 에지를 여러 종류로 분류하여 고려한다. 고려되는 에지의 종류는 단순 에지, 복합 에지, 경계 에지, 경계 인접 에지로 분류되고, 종류와 모델 내에서의 모양에 따라 다르게 처리된다. 본 논문에서 정의한 에지 종류는 그림 2와 같다.

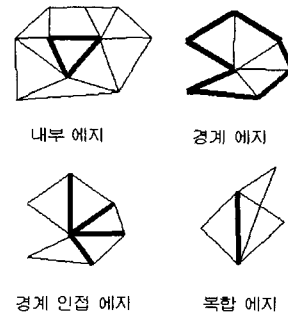


그림 2 에지의 종류

그림 2에서 알 수 있는 바와 같이, 내부 에지란 자신이 경계 에지도 복합 에지도 아니면서 인접해 있는 에지 중에서 경계 에지가 없는 에지를 말한다. 이러한 에지가 축소되면 그림 1에서 알 수 있는 바와 같이, 전체적인 모양의 변화가 심하지 않다. 따라서 내부

에지를 축소할 때에는  $Q$  행렬에 어떠한 가중치도 주지 않는다.

경계 에지란 그 에지와 인접해 있는 삼각형의 수가 하나인 에지이다. 이 에지가 축소되면 그 모양의 변화가 매우 심하다. 따라서 경계 에지를 축소할 때에는  $Q$  행렬에 가중치를 주어 그 축소가 다른 에지에 비해 늦게 수행되도록 해야 한다. 하지만 같은 종류의 경계 에지라 하여 동일한 가중치를 주면 비효율적이다.

그림 3에서 비교한 바와 같이, 경계 에지와 인접 경계 에지가 이루는 각이 작으면 축소 후 그 모양 변화가 매우 심하지만, 각이 크면 축소 후 그 모양 변화가 그리 심하지 않다. 따라서 동일한 가중치를 설정하는 것보다, 그 에지와 인접한 경계 에지가 이루는 각에 반비례하게 적응적으로 가중치를 설정하는 것이 더 효율적이다. 본 논문에서는 식 (4)와 같이 가중치를 설정하였다.

$$\text{경계 가중치} = (1 + \cos \theta) \quad (4)$$

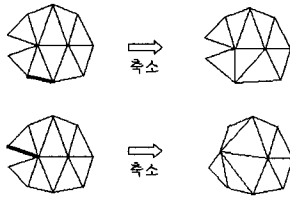


그림 3 경계 에지 축소

경계 인접 에지란 그 자신은 경계 에지가 아니지만 인접 에지 중에 경계 에지를 가진 에지를 말한다. 이 에지가 축소되면 경계 에지 못지 않은 모양의 변화를 가져온다.



그림 4 경계 인접 에지 축소

그림 4에 보인 것처럼, 경계 인접 에지를 축소하면 모양의 변화가 매우 심함을 알 수 있다. 또한, 경계 인접 에지가 여러 개의 경계 에지와 인접해 있을 때는 축소 후 그 모양의 변화가 더욱 심각해진다. 따라서, 본 논문에서는, 식 (5)에서 정의한 바와 같이, 같은 종류의 인접 에지라 할지라도 연결된 경계 에지의 수에 따라 가중치를 달리 주었다.

$$\text{경계 인접 가중치} = (\text{인접 경계 에지의 수})/4 \quad (5)$$

복합 에지란 에지에 인접해 있는 삼각형의 수가 3개 이상일 때의 에지를 말한다. 이 에지가 축소되면 그 모양의 변화가 매우 심하기 때문에 복합 에지를 축소할 때에는  $Q$  행렬에 가중치를 주어야 한다. 복합 에지와 인접해 있는 삼각형의 수가 많을수록 축소 후 그

모양 변화가 심하므로, 인접해 있는 삼각형의 수에 비례하도록 식(6)과 같이 가중치를 설정하였다.

$$\text{복합 가중치} = (\text{인접 삼각형의 수}) \quad (6)$$

### III. 왜곡 측정 방법

원래 모델과 단순화된 모델 사이의 왜곡을 측정하기 위해 다음과 같은 왜곡 측정법이 사용되었다. 주어진 두 개의 점 집합  $A=\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 와  $B=\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ 에서의, Hausdorff 거리는 다음과 같이 정의된다.

$$H(A, B) = \max(h(A, B), h(B, A)) \quad (7)$$

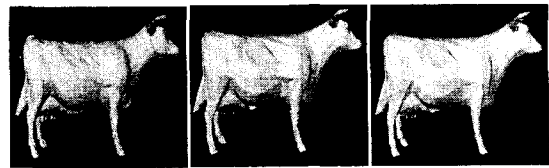
여기서,

$$h(A, B) = \max_{a \in A} \left( \min_{b \in B} \|a - b\| \right) \quad (8)$$

이다. 함수  $h(A, B)$ 는 대칭적이지 않으므로  $A$ 에서  $B$ 로의 directed Hausdorff 거리라 불린다. Hausdorff 거리  $H(A, B)$ 는 두 개의 directed Hausdorff 거리  $h(A, B)$ ,  $h(B, A)$  중 더 큰 값을 선택함으로써 두 집합간의 차이의 정도를 측정한다. 직관적으로, Hausdorff 거리가  $d$  이면, 집합  $A$ 의 모든 점은 집합  $B$ 의 어떤 점들과 거리  $d$  내에 있으며 역으로도 성립한다. 본 논문에서는 원래 모델과 단순화된 모델 사이의 왜곡을 측정하는데  $H(A, B)$ 를 이용하였다.

### IV. 실험 결과

본 논문에서는 현재 삼차원 데이터의 처리를 위해 널리 쓰이고 있는 VRML[4] 모델에 대해 C언어를 이용하여 실험하였다. 본 실험에서는 Cow, Hypersheet, Distcap, Golfclub 모델을 사용하였다.



(a) 원래 모델 (b) 기존 방법 (c) 제안된 방법

그림 5 Cow 모델의 실험 결과

그림 5의 Cow 모델은 내부 에지만을 갖는다. 하지만, 뿔, 다리, 젖등 예리하고 복잡한 에지를 많이 가지고 있다. 그림 5 (b)와 그림 5 (c)는 단순화된 결과를 보여주는데, 이 두 그림은 모두 렌더링된 것으로, 단순화 후에도 뿔과 다리, 젖 등이 유지됨을 알 수 있다. 여기서 주의깊게 살펴볼 내용은 Cow 모델은 내부 에지만 존재하므로 제안된 방법과 기존 방법 사이에 차

이가 거의 없다는 것이다.



(a) 원래 모델 (b) 기존 방법 (c) 제안된 방법

그림 6 Hypersheet 모델의 실험 결과

그림 6에 보인 Hypersheet 모델은 개방된 63 개의 경계 에지와 경계 인접 에지를 갖는다. 단순화된 결과 그림을 보면, 위, 중간, 아래 부분의 원 모양의 개방된 경계가 충실히 유지됨을 알 수 있다.



(a) 원래 모델 (b) 기존 방법 (c) 제안된 방법

그림 7 Distcap 모델의 실험 결과

그림 7의 Distcap 모델은 개방된 38 개의 경계 에지와 경계 인접 에지를 갖는다. 단순화된 결과 그림을 보면, 기존 방법보다 제안된 방법에서 아래 부분에 위치한 둥근 모양의 개방된 경계가 더욱 잘 보존됨을 확인할 수 있다.



(a) 원래 모델 (b) 기존 방법 (c) 제안된 방법

그림 8 Golfclub 모델의 실험 결과

그림 8의 Golfclub 모델은 개방된 7개의 경계 에지와 경계 인접 에지를 갖고 있다. 단순화된 결과 그림을 보면, 기존 방법보다 제안된 방법에서 골프 채의 손잡이 끝 부분이 더욱 잘 보존됨을 확인할 수 있다.

III절에서 설명한 왜곡 측정 방법으로 측정된 원래 모델과 단순화된 모델 사이의 왜곡 정도를 표 1에 나타내었다. 제안된 방법이 기존 방법보다 측정된 왜곡 정도가 작음을 확인할 수 있다.

표1 실험 모델의 특징과 왜곡 측정 결과

	Cow	Hyper-sheet	Distcap	Golfclub
초기 모델 꼭지점의 수	2904	487	685	262
초기 모델 면의 수	5804	917	1330	515
단사화 모델 면의 수	994 (17%)	499 (54%)	999 (75%)	99 (19%)
기존 방법 왜곡 정도	5.68624	6.44536	10.5796	12.3528
제안된 방법 왜곡 정도	5.68624	6.24603	6.84313	8.26187

## V. 결론

본 논문에서는 상세화된 에지 분류 방법에 기반을 둔 메쉬 단순화 방법을 제안하였다. 상세화된 에지 분류 방법은 에지를 4 가지의 종류로 분류하여, 각각의 경우에 서로 다른 적응적 가중치를 적용하였다. 실험 결과에서 보인 것과 같이, 시각 품질(Visual Quality)이나 수치 측정면에서 기존 방법보다 원래 모델의 특징을 충실하게 유지하면서 손실이 적은 단순화된 근사 모델을 만들었다.

## 감사의 글

본 연구는 광주과학기술원(K-JIST) 초고속광네트워킹연구센터(UFON)를 통한 한국과학재단 우수연구센터(ERC)와 교육부 두뇌한국21(BK21) 정보기술사업단의 지원에 의한 것입니다.

## 참고문헌

- [1] M. Garland and P. S. Heckbert. "Surface Simplification using Quadric Error Metrics", SIGGRAPH, pp.209-216, Aug. 1997
- [2] W. Schroeder and J. Zarge, "Decimation of Triangle Meshes", SIGGRAPH, pp.65-70, July 1992
- [3] H. Hoppe, "Progressive Meshes", SIGGRAPH, pp.99-108, Aug. 1996
- [4] A. Nadeau, *VRML 2.0 Sourcebook*, Wiley, 1997.