

비선형 전송비용을 고려한 다중품목 멀티캐스트 트래픽 경로설정 Routing Design for Multicommodity Multicast Traffic with Nonlinear Cost

신 용식, 박 구현

홍익대학교 산업공학과

Abstract

본 논문은 전송되는 멀티캐스트 트래픽에 의해 아크별로 발생하는 전송비용의 합을 최소화하는 멀티캐스트 경로 설정 알고리즘을 제시한다. 비용함수는 컨벡스 형태이고 멀티캐스팅이 요구되는 트래픽은 분할 전송이 가능하다고 가정한다. 가정에 의해 분할되는 트래픽은 여러 개의 다른 멀티캐스트 트리경로 상으로 전송이 가능하며 총 전송비용도 줄일 수 있다. 트래픽의 분할전송이 가능하여도 만일 비용함수가 선형이면 이는 Steiner 문제가 된다. 본 연구는 단일 멀티캐스트 트래픽 수요형태만을 고려한 본 연구자들의 수행연구[1]에 대한 계속연구로서 복수개의 멀티캐스트 트래픽 수요형태를 고려한다. 또한 본 연구의 결과에서 얻는 많은 멀티캐스트 트리경로들 중 전송비용을 최소화하도록 하면서 제한된 k개의 트리경로들을 선택하는 휴리스틱 방법을 소개한다. 본 연구는 ATM 망의 멀티캐스트 트래픽을 위한 가상경로 설계 또는 인터넷 환경의 다양한 멀티캐스트 트래픽을 위한 경로설정 등에 적용될 수 있다. 임의의 적용 망에 대한 결과를 포함한다.

1. 서론

본 논문에서는 컨벡스 형태의 전송비용을 갖는 다중품목(multicommodity) 트래픽의 멀티캐스트 경로설정을 위한 해법을 제시한다. 우선, 트래픽 총 전송비용은 아크별 전송비용의 합으로 구성되며 비용함수는 컨벡스 형태라고 가정한다. 통신망에서 고려되는 많은 경우의 비용함수가 컨벡스 형태임을 고려할 때 타당하다[7,8,11]. 다음으로 멀티캐스트가 요구되는 트래픽 수요는 분할되어 전송이 가능하다고 가정한다. 이는 트래픽 전송비용 함수가 컨벡스 형태이면 하나의 트리경로를 통해 전송하는 것보다 적당한 수의 서로 다른 트리경로를 통해 멀티캐스트 트래픽을 분할 전송하면 전체 전송비용이 감소되기 때문이다. 그러나 단일 트리경로만 고려하거나 트래픽에 대한 분할 전송이 가능할 지라도 비용함수의 형태가 선형이면 Steiner 트리문제가 된다 [3,6,7].

또한 본 연구는 단일 멀티캐스트 트래픽 수요 형태만을 고려한 본 연구자들의 수행연구[1]에 대한 계속 연구로서 다중품목 멀티캐스트 트래픽 수요형태를 고려한다. 여기서 다중품목 멀티캐스트 트래픽 수요형태는 복수개의 점-대-다중점 트래픽 수요형태와 동일한 개념으로 이해할 수 있다. 본 연구의 알고리즘은 수행연구[1]의 공정 트리경로 비용 개념을 이용한다.

그리고 알고리즘 수행결과 얻어지는 여러 개의 트리경로들 중 가능한 한 트래픽 전송비용을 최소화하면서 점-대-다중점 수요별로 제한된 수의 멀티 캐스트 트리경로를 선택하는 휴리스틱 방법을 소개한다. 위의 상황에서 멀티캐스트 트래픽 수요를 위해 운영되는 트리경로가 많으면 전송비용은

줄지만 관리 및 제어비용은 증가한다. 따라서 각 점-대-다중점 수요를 위한 멀티캐스트 트리경로 수를 제한하는 것은 가능하다.

본 연구는 멀티캐스트 형태의 트래픽 전송이 요구되는 ATM 망의 가상경로 설계[3,7,11] 또는 인터넷 환경에서의 경로 설정[9] 등에 적용될 수 있다. 2절은 수리모형 및 최적조건, 3절은 최적조건에 기반한 알고리즘 및 제한된 수의 트리경로 선택을 위한 휴리스틱을 소개한다. 4절은 수치적용, 마지막으로 5절은 결론이다.

2. 수리모형 및 최적조건

본 절에서는 다중품목 멀티캐스트 트래픽 트리 경로 설정을 위한 수리모형 및 최적조건을 제시한다. 모형을 위한 기호 및 용어정의는 다음과 같다. $G=(V, E)$, G 는 네트워크, V 는 노드집합, E 는 무방향 아크집합, $|E|=m$

$S=\{s^1, s^2, \dots, s^q\}$, 근원지 노드집합, s^r 은 r 번째 점-대-다중점 수요의 근원지 노드

$D^r(\subseteq V-s^r) = s^r$ 의 목적지 노드 그룹

$d^r = r$ 번째 점-대-다중점 수요, $r=1, 2, \dots, q$

$f_i: R \rightarrow R$, 아크 i 의 비용함수로 단조증가 컨벡스

$P =$ 전체 트리경로 집합

$P^r = r$ 번째 점-대-다중점 수요를 위한 트리경로 집합, $|P^r|=k$, $P^r \subset P$, $r=1, \dots, q$

$p_j^r = P^r$ 에 포함되는 j 번째 트리경로가 지나는 아크 집합으로 표현, $j=1, \dots, k$

$y_j^r = p_j^r$ 의 흐름량으로 결정변수

$x_i =$ 아크 i 를 경유하는 트리경로 흐름량의 합으로 결정변수, $i=1, \dots, m$

본 연구에서 고려하는 다중품목 멀티캐스트 트래픽 경로설정(multicommodity multicast routing) 문제의 모형 $MMR(P)$ 는 다음과 같다.

$MMR(P)$:

$$\text{Min } \sum_{i=1}^m f_i(x_i) \quad (1)$$

$$\text{s/t } \sum_{j=1}^k y_j^r = d^r, \quad r=1, \dots, q, \quad (2)$$

$$\sum_{r=1}^q \sum_{i \in P_r} y_j^r = x_i, \quad i=1, \dots, m, \quad (3)$$

$$x_i \geq 0, y_j^r \geq 0, \\ i=1, \dots, m, j=1, \dots, k, r=1, \dots, q \quad (4)$$

위에서 식(2)는 수요 조건이고, 식(3)은 각 아크에 대한 흐름량을 나타낸다. 모형 $MMR(P)$ 는 Nonlinear multicommodity minimum cost flow problem에 대한 경로흐름 모형이다[2]. 여기서 $q=1$ 이면 $MMR(P)$ 는 수행연구[1]의 모형과 동일하다.

본 연구에서는 각 P^r 이 하나의 트리경로로 시작하여 트리경로를 추가해가는 해법을 제시한다. 제시하는 알고리즘은 ϵ -최적해로서의 아크해 $x^*=(x_1^*, \dots, x_m^*)$ 와 경로해 $y^*=(y_1^*, \dots, y_k^*)$, ($y^{r*}=(y_1^{r*}, \dots, y_k^{r*})$) 를 동시에 구하는 근사 다항식(pseudo-polynomial) 알고리즘이다[1]. 모형 $MMR(P)$ 의 최적 조건을 공정 트리경로(fair tree routing) 개념[1]으로 표현한다. 모형 $MMR(P)$ 를 만족하는 (x^*, y^*) 가 주어졌다고 가정한다.

정의 1 트리경로 $P_j^r \in P^r$ 의 경로비용을

$\sum_{i \in P_j^r} \frac{\partial f_i(x_i^*)}{\partial y_j^r}$ 로 정의한다. 즉, 트리경로 P_j^r 의 경로비용은 경로 흐름량에 대한 경로 위의 아크비용 변화율의 합이다. $C_j^r(y^*) = \sum_{i \in P_j^r} f_i(x_i^*)$ 라고 하면

로 P_j^r 의 경로비용은 $\frac{\partial C_j^r(y^*)}{\partial y_j^r}$ 이다.

정의 2 다음의 두 조건을 만족하는 (x^*, y^*) 를 ϵ -공정 트리경로라고 정의한다. ($r=1, \dots, q$)

(i) $y_j^{r*} > 0$ 인 트리경로는 r 별로 모두 동일한 경로비용을 갖는다.

(ii) $y_j^{r*} > 0$ 인 트리경로는 r 별로 어떠한 트리경로의 경로비용에 ϵ 을 더한 값보다 크지 않다.

정의 3 각 아크 i 의 비용함수 f_i 가 단조증가이다. 그러면 $MMR(P)$ 의 최적해는 공정트리경로이다.

즉, $r=1, \dots, q$ 에 대해, $\pi^r \geq 0$ 가 존재하여 $y_j^{r*} > 0$ 인 트리경로 $P_j^r \in P^r$ 에 대해

$$\frac{\partial C_j^r(y^*)}{\partial y_j^r} = \pi^r, \text{ 임의의 트리경로 } P_j^r \in P^r \text{에 대}$$

해서는 $\frac{\partial C_j^r(y^*)}{\partial y_j^r} \geq \pi^r$ 가 성립한다.

(증명) $MMR(P)$ 에 대한 Karush-Kuhn-Tucker조

건으로부터 증명된다[4]. 생략.

정의 4 모형 $MMR(P)$ 의 최적해인 공정 트리경로에 대해 다음이 성립된다. $y_j^{r*} \geq 0$ 인 트리경로

$P_j^r \in P$ 에 대해 $\hat{\pi} = \sum_{r=1}^q \pi^r$ 이고, 어떠한 트리경로

$P_j^r \in P$ 에 대해서는 $\hat{\pi} \leq \sum_{r=1}^q \pi^r$ 가 되는 $\hat{\pi} \geq 0$ 이 존재한다.

(증명) 정의 3으로부터 유도된다.(생략).

3. 알고리즘

본 절에서는 모형 $MMR(P)$ 를 해결하기 위한 알고리즘과 제한된 수의 공정 트리경로를 선택하기 위한 휴리스틱을 소개한다. 먼저 m 차원 벡터함수 f' 를 $f' \equiv (f'_1(x_1), \dots, f'_m(x_m))^T$ 로 정의하고 알고리즘 내에서 트리경로 집합 $P^r \subset P$ 가 주어졌다고 가정한다. 그러면 $m \times k$ 아크-트리 범위행렬(arc-tree incidence matrix) H^r 이 얻어진다. 즉, 아크 i 가 트리경로 P_j^r 에 포함되면 $h_{ij}^r = 1$ 이고, 아니면 $h_{ij}^r = 0$ 이다. 그러면 모형 $MMR(P)$ 의 식(3)은 다음과 같이 표현된다.

$$x = \sum_{r=1}^q H^r y^r \quad (5)$$

또한 트리경로 P_j^r 의 경로비용은 $\sum_{i=1}^m h_{ij}^r \cdot f'_i(x_i)$

이다. 행렬 H^r 의 j 번째 열벡터를 h_j^r 이라하면 정리 2.3과 정리 2.4의 공정 트리경로 조건으로부터 실수 $\pi^r \geq 0$ ($r=1, \dots, q$), $\hat{\pi} \geq 0$ 가 존재한다. 그리고 k ($=|P^r|$, $r=1, \dots, q$) 차원의 행벡터 $e^r = (1, \dots, 1)^T$ 로 놓고, $g^r(y^r) \equiv f'(H^r y^r)$ 라고 정의하면, $MMR(P)$ 는 다음의 비선형 보완문제(nonlinear complementary problem) $NLCP(P)$ 가 된다.

$NLCP(P)$:

$$\text{Find } y \geq 0, \pi \geq 0 \quad (6)$$

$$\text{s/t } H^r g^r(y^r) - \pi^r e^r \geq 0, \quad r=1, \dots, q, \quad (7)$$

$$e^{rT} y^r - d^r \geq 0, \quad r=1, \dots, q \quad (8)$$

$$y^{rT} (H^r g^r(y^r) - \pi^r e^r) = 0, \quad r=1, \dots, q, \quad (13),$$

$$\pi^r (e^{rT} y^r - d^r) = 0, \quad r=1, \dots, q \quad (14)$$

여기서 $\pi = (\pi^1, \dots, \pi^q)$ 이다. 이제 ϵ -공정 트리경로를 구하는 알고리즘 $MMRA$ (multicommodity multicast routing algorithm)를 제시한다. 알고리즘 $MMRA$ 내에서 t 는 현재 반복수이며

x^t 는 $\sum_{r=1}^q H^r y^{rt}$, $Z(x^t)$ 는 $\sum_{i=1}^m f_i(x_i^t)$ 를 나타낸

다. 또한, π_i^t 는 $\sum_{i \in P} f'_i(x_i^t)$, $\hat{\pi}_t$ 는 $\sum_{r=1}^q \pi_i^r$ 를 나타낸다.

알고리즘 $MMRA$

(초기화 과정)

(0_1) 허용오차 $\epsilon_1 > 0$, $\epsilon_2 > 0$ 를 선택한다.

(0_2) 아크 i 의 거리를 $f_i^r(0)$ 로 하여 $r=1, \dots, q$ 에 대해 트리경로 p_i^r 를 구한 후, $y^{r1} = d^r$, $P^r = \{p_i^r\}$ 로 놓고 범위행렬 H^r 을 구한다.

(0_3) x^1 , π_i^r ($r=1, \dots, q$) 및 $\hat{\pi}_1$ 를 계산한다.

(0_4) $Z(x^1)$ 을 계산하고 $t=1$ 로 놓는다.

(반복 과정 t)

(t_1) 아크 i 의 거리를 $f_i^r(x_i^t)$ 로 하여 트리경로 p_{i+1}^r ($r=1, \dots, q$)를 구한다.

$$\hat{\pi}_{i+1} \leq \hat{\pi}_i - \epsilon_1, \text{ 또는 } |Z(x^{t-1}) - Z(x^t)| < \epsilon_2$$

이면 멈춘다. 현재해 (x^t, y^t) 를 출력한다.

그렇지 않으면, $P^r = P^r \cup \{p_{i+1}^r\}$ 으로 놓고

H^r 을 수정한다($r=1, \dots, q$).

(t_3) $NLCP(P)$ 의 해 (π_{i+1}, y^{t+1}) 를 구한다.

(t_4) $t \leftarrow t+1$ 로 (t_1)로 간다.

$MMRA$ 의 반복과정을 구현하는 데 요구되는 두 가지의 사항은 다음과 같다.

(1) Steiner 트리 구하기 : NP-hard 문제[5,12]이므로 본 연구에서는 최소 Steiner 트리 비용에 대한 하한값도 제공하는 Wong[13]의 방법을 이용한다.

(2) $NLCP(P)$ 해 구하기 : 비용함수에 선형 근사화법[10]을 적용하여 이차함수로 근사화한 후 선형 보완 문제를 반복 적용하여 해를 구한다[4,10].

알고리즘 $MMRA$ 에서 $r=1, \dots, q$ 에 대해 선택되는 트리경로 p_{i+1}^r 의 Steiner 트리경로 비용을 ξ_{i+1}^r , $\hat{\xi}_{i+1} = \sum_{r=1}^q \xi_{i+1}^r$ 라 하면 다음이 성립된다.

보조정리 모든 아크 i 에 대해 f_i 가 콘벡스이고, 반복과정 t 에서 $\xi_{i+1}^r \leq \pi_i^r - \epsilon_1$ 인 Steiner 트리경로 p_{i+1}^r 가 선택되면 다음이 성립된다:

- (i) $\xi_{i+1}^r < \pi_{i+1}^r < \pi_i^r$, $r=1, \dots, q$ 에 대해
- (ii) $\hat{\xi}_{i+1} < \hat{\pi}_{i+1} < \hat{\pi}_i$
- (iii) $Z(x^{t+1}) < Z(x^t)$

다음은 $MMRA$ 결과로부터 얻어지는 많은 트리경로들 중 각 점-대-다중점 수요에 대해 제한된 수(k)의 트리경로를 선택하는 2가지 휴리스틱 방법을 소개한다. 경로의 관리 또는 제어 측면에서 볼 때 트리경로 수를 제한하는 것이 가능하기 때문이다.

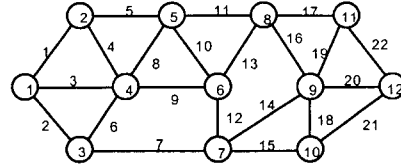
(1) 선택방법 1 : 알고리즘 $MMRA$ 의 반복시 얻는 트리들 중 먼저 얻은 순서대로 각 점-대-다중점 수요별로 k 개를 선택한다.

(2) 선택방법 2 : $MMRA$ 종료시 얻는 트리경로들을 할당된 흐름량에 대해 내림차순으로 정렬한다. 그리고 할당량이 큰 것부터 순서대로 각 점-대-다중점 수요에 대해 k 개의 트리경로를 선택한다.

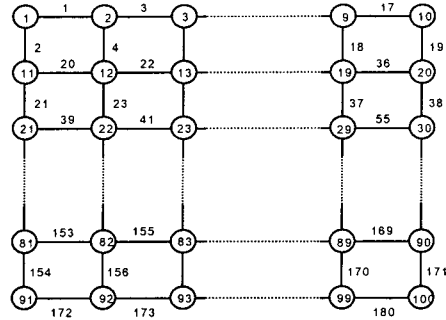
4. 수치적용

본 절에서는 적용 예를 보인다. 실험을 위해 [그림 1]과 [그림 2]의 네트워크를 이용하였으며 사용된 비용함수는 <표 1>과 같은 3가지 형태이다.

실험은 단일 점-대-다중점 수요형태인 경우와 복수개의 점-대-다중점 수요형태를 갖는 경우로 각 실험방법은 <표 2> 및 <표 3>과 같다.



[그림 1] Network I



[그림 2] Network II

<표 1> 비용함수(rand()는 [0,1]난수)

함수형태	계수
$a_i x_i^2 + b_i x_i$ ($x_i \geq 0$)	$a_i = 1 + \text{rand}()$, $b_i = \text{rand}()$
$\frac{x_i}{c_i - x_i}$ ($0 \leq x_i < c_i$)	$c_i = 10 + \text{rand}()$
$e^{\frac{x_i}{c_i}} - 1$ ($x_i \geq 0$)	$c_i = 1 + \text{rand}()$

<표 2> 실험방법 1: 단일 점-대-다중점 수요형태

실험 번호	근원지 노드번호	목적지 노드번호	목적지 수요	적용 Network	아크 i 의 비용함수
S1	1	12	8	I	이차함수
S2	1	3,7,12	10	I	이차함수
S3	2	12	8	I	분수함수
S4	5	1, 7, 12	8	I	분수함수
S5	2	99	15	II	지수함수
S6	5	21,30,81,90,95	15	II	지수함수

<표 3> 실험방법 2: 복수 점-대-다중점 수요형태

실험 번호	근원지 노드수	목적지 그룹내 노드수	목적지 그룹별수요	적용 Network	아크 i 의 비용함수
M1	2	1,1	7.5	I	이차함수
M2	3	2,3,3	10,5,5	I	이차함수
M3	2	1,1	3,5	I	분수함수
M4	4	1,2,3,4	2,2,2,3	I	분수함수
M5	3	2,2,3	5,7,10	II	지수함수
M6	5	1,2,3,4,5	3,5,5,10,10	II	지수함수

<표 4>는 단일 점-대-다중점 수요형태에 대한 결과이고 <표 5>는 복수개의 점-대-다중점 수요형태에 대한 결과이다. <표 4>와 <표 5>에서 LB 는 알고리즘 종료 시 얻은 모든 점-대-다중점 수요를 위한 Steiner 트리비용의 하한값[13]에 대한 합이다. 내부 반복수는 선형보완문제에 대한 반복수이다. 실험의 모든 경우에서 ϵ_1 -공정 트리경로해를 얻었다.

<표 4> 단일 점-대-다중점 수요형태 결과

실험 번호	트리 경로수	$\hat{\pi}$ 값	LB	$(\hat{\pi} - LB) / LB(\%)$	반복수	내부 반복수	MMRA 목적함수값
S1	11	34.963	34.963	0.000	12	24	150.141'
S2	8	42.991	42.991	0.00	8	16	214.953
S3	7	0.688	0.688	0.000	7	33	3.621'
S4	6	1.125	1.095	2.740	6	28	6.521
S5	75	71.892	71.892	0.000	83	287	455.285'
S6	17	332.513	315.601	5.359	20	74	2020.158

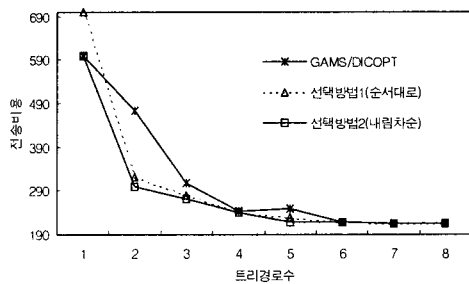
*) 점대점에 대한 최소비용문제에 GAMS/MINOS결과와 동일

<표 5> 복수 점-대-다중점 수요형태 결과

실험 번호	근원지별 트리경로수	$\hat{\pi}$ 값	LB	$(\hat{\pi} - LB) / LB(\%)$	반복수	내부 반복수	MMRA 목적함수값
M1	8,5	45.516	45.516	0.000	8	16	139.441'
M2	3,3,2	152.860	150.34	1.170	9	18	353.280
M3	3,5	1.500	1.500	0.000	6	23	4.937'
M4	4,4,1,3	3.262	3.199	1.962	7	29	5.690
M5	8,11,12	321.988	309.378	3.911	14	58	1013.547
M6	12,7,8,14,11	3165.230	2971.517	6.121	19	82	6006.344

*) 점대점에 대한 최소비용문제에 GAMS/MINOS결과와 동일

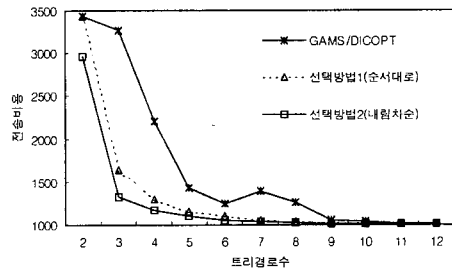
각 점-대-다중점 수요에 대한 제한된 수의 트리 경로를 선택하는 휴리스틱 방법의 결과는 [그림 3] 과 [그림 4]로써 비선형 혼합정수계획 문제를 위한 GAMS사의 DICOPT 상용코드와 목적함수 값을 비교하였다. 본 논문의 휴리스틱이 DICOPT가 제공하는 국소 최적해 보다 우수한 해를 제공하는 결과를 얻었다. [그림 5]는 실험 S2와 M5에 대해 각 멀티캐스트 수요를 위해 이용하는 트리경로수와 목적함수값의 변화를 나타낸 것이다. 제한된 수의 트리 경로 선택은 휴리스틱 중 선택방법 2를 사용한 경우로 트래픽이 분할 전송될 때 전송비용이 현저히 감소됨을 알 수 있다. [그림 5]에서 $F(k)$ 는 각 점-대-다중점 수요를 위해 구성하는 트리경로 수가 k 일 때의 전송비용이다.



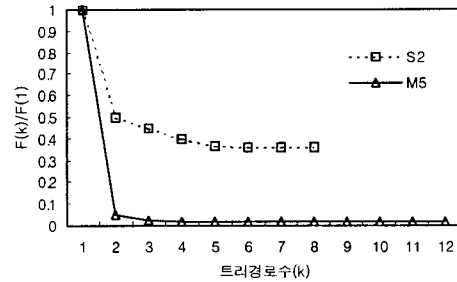
[그림 3] S2에 대한 선택방법 비교결과

5. 결론

본 논문에서는 콘벡스 비용함수를 갖는 다중품목 멀티캐스트 트래픽에 대한 최소비용 흐름문제의 해법을 제시하였다. 해법은 공정 트리경로 개념에 기반한 것으로 Steiner 트리 및 비선형 보완문제를 풀기 위해 각각 Wong[13]의 휴리스틱 방법과 선형 근사화법[10]을 이용하였다. 또한 제한된 수의 트리 경로를 선택하는 휴리스틱 방법을 제시하였다. 그리고 상당한 규모의 네트워크와 다양한 비용함수에 대한 적용결과를 나타내었다.



[그림 4] M5에 대한 선택방법 비교결과



[그림 5] 트리경로 수에 따른 전송비용의 변화

참고문헌

- [1] 박 구현, 신 용식, "콘벡스 비용함수를 갖는 점-대-다중점 최소비용 흐름문제", 한국경영과학회지 제출, 1999,12.
- [2] Ahuja, R.K., Magnanti, T.L., Orlin, J.B., *Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications*, Prentice-Hall, 1993.
- [3] Ammar, M.K., Cheung, S.Y., Scoglio, C.M., "Routing multipoint connections using virtual paths in an ATM networks", *IEEE INFOCOM '93*, 98-105, 1993.
- [4] Bazaraa, M.S., Sherali, H.D., Shetty, C.M., *Nonlinear programming: Theory and Algorithms*, Wiley, 1993.
- [5] Garey, M.R, Johnson, D.S., *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*, W.H. Freedman and Company, 1979.
- [6] Hwang, F.K., Richards, D.S. and Winter, P., "The Steiner tree problem", *Annals of Discrete Mathematics* 53, Elsevier Science Publishers B.V., 1992.
- [7] Kim, S.B., "An optimal VP-based multicast routing in ATM networks", *IEEE INFOCOM '96*, 1302-1309, 1996.
- [8] Kleinrock, L., *Queueing Systems Volume II*, Wiley, 1976.
- [9] Kosiur, D., *IP Multicasting*, Wiley, Inc. 1998.
- [10] Pang, J.S. and Chan, D., "Iterative methods for variational and complementary problems", *Mathematical Programming* 24, 284-313, 1982.
- [11] Park, K., Shin, Y.-S., "Iterative bundle-based decomposition for large-scale nonseparable convex optimization", *European Journal of Operational research* 111, 598-616, 1998.
- [12] Winter, P., "Steiner problem in networks: A survey", *Networks* 17, 129-167, 1987.
- [13] Wong, R. T., "A dual ascent approach for steiner tree problems on a directed graph", *Mathematical programming*, v28, 271-287, 1984.