

# 경로 유연성을 가지는 Job Shop 일정계획에 대한 Genetic Algorithm

## Genetic Algorithm for Job Shop Scheduling with Flexible Routing

김 정 자, 김 상 천  
(동아대학교 산업시스템공학과 교수, 동주대학 컴퓨터통신계열 겸임교수)

### Abstract

전통적인 job shop 일정계획문제는 NP-hard 문제로 조합최적화 문제이다. 일반적인 가정은 job이 방문하는 기계들의 경로가 고정되어 있다는 것이다. 경로 유연성을 가지는 job shop 일정계획문제는 job이 방문하는 기계들의 경로가 고정되어 있지 않다는 것이다. 이러한 경우에 전통적인 job shop 문제를 복잡하게 만든다. 경로 유연성을 가지는 job shop 문제도 NP-hard 문제이다. 그러므로 휴리스틱이나 AI 기법들을 사용하는 하는 것이 불가피하게 되었다. 유전 알고리즘은 매우 복잡한 조합 최적화문제인 job shop 일정계획문제에 적용되어지고 있다. 이 논문은 최대완료시간(makespan)으로 경로 유연성을 가지는 job shop 일정계획문제를 풀기 위한 유전 알고리즘을 제시하고자 한다. 먼저 경로 유연성을 가지는 job shop 일정계획문제에 대한 정의를 내리고 유전 알고리즘을 구축하기 위한 첫 단계로 유전적 표현 즉, 개체 표현 방법에 대해 설명하고 유전 연산자의 소개 그리고 알고리즘 재생과정을 제시하고 수치실험을 통해 알고리즘이 양질의 일정계획을 찾을 수 있다는 것을 보이고자 한다.

## 1. 서론

n개의 job이 관련이 없는 m대의 기계에서 가공처리 되는 전통적인 job shop 일정계획문제는. 몇 가지 가정이 필요하다. 각 job은 각 기계에서 정확하게 한번씩 가공 처리되고 공정계획에 따라 각 job의 공정 순서가 정해져 있고 공정 순서에 대한 기계가공 순서도 정해져 있다. 그리고 각 공정의 가공시간은 순서 독립이고 고정이며 미리 알려져 있고, 각 기계는 시점 0에서부터 연속적으로 사용 가능하고 각 공정은 우선권 없이 처리되며 최대완료시간을 최소화하기 위한 것이다. 전통적인 job shop 일정계획문제는 NP-hard 문제이므로 휴리스틱 기법에 대한 연구가 이루어져 왔다.

전통적인 job shop 일정계획문제는 제조 공정이 변하지 않고 소품종 대량생산형태를 갖춘 제조 시스템이다. 이러한 상황에서는 어떤 기계의 경우 병목을 일으킬 수 있다. 현실적으로 기계의 활용도가 높은 기계나 혹은 가공시간이 긴 기계의 경우는 더욱 그러할 것이다. 전통적인 job shop 일정계획 문제에서 각 공정을 처리 할 수 있는 기계가 한 대 이상 존재하는 경우를 경로 유연성을 가지는 job shop 일정계획문제라고 한다. 본 논문에서는 전통적인 job shop 일정계획문제를 확장시킨 경로 유연성을 가지는 job shop 일정계획문제에 대해 유전 알고리즘을 이용하여 양질의 일정계획을 찾아낼 수 있다는 것을 보이고자 한다.

## 2. Job Shop Scheduling(JSS)

### 2.1 전통적인 Job Shop Scheduling 문제

전통적인 job shop 일정계획 문제를 모형화하는데 몇 가지 가정이 사용된다. [ Baker 1974, French 1982]

1) 기계의 형태는 서로 각각 다르다. 하나의 기계는 한번에 오직 하나의 공정만 가공 할 수 있고 한번 시작한 공정은 반복됨이 없이 완료 될 때까지 가공된다. 모든 기계는 시점 0(zero)에서 공장 없이 연속적으로 이용할 수 있다.

2) 각각의 job은 m개의 공정으로 구성되어 있고 각각의 job은 각각의 기계에 대해 정확하게 한번 가공된다. 모든 job은 시점 0(zero)에서 시작될 수 있고( $r_j=0 \forall j$ ), 완료 될 때까지 가공된다.

3) 모든 공정가공시간은 양의 값으로 미리 정해져 있으며 공정가공시간은 일정계획에 독립이다. 만약 준비시간이 필요하다면 공정가공시간에 포함시킨다.

4) 기계간의 이동시간은 무시하고, 처리 중 재고를 허용하고, 기계 대 수와 job의 수, 기술적인 제약은 알려져 있고 고정되어 있다.

기술적인 제약은 job에서 수행이 되어야만 하는 공정의 순서이다. 더욱 엄밀히 말하면 공정들이 수행이 될 기계를 job이 방문해야만 하는 순서를 말한다. Job에 관련이 있는 기계 순서는 전형적으로 job의 경로(routing)라고 한다. 이러한 기술적인 제약을 완화시킨 것이 경로 유연성을 가지는 job shop 일정계획이다.

### 2.2 경로 유연성을 가지는 job shop 일정계획

전통적인 job shop 일정계획문제의 부품 가공계획은 부품(parts)이 가공 되어야하는 기계의 순서로 구성되어 공정의 우선순위에 따라 공정들을 기계에 할당하는 것으로 기계의 형태가 다르다는 것을 가정하였다. 경로 유연성을 가지는 job shop에서는 이 제약조건을 완화시켜 각 공정을 수행 할 수 있는 기계가 적어도 한 대 이상이 있다는 것을 가정한다. 즉, 경로 유연성을 가지는 job shop 일정계획문제에서는 기계에 공정을 할당하는 우선순위가 고정되어 있지 않다는 것이다. 각 job 대한 가공계획은 공정들의 순서로 이루어져 있고 각 공정에 대해 수행 할 수 있는 기계들은 가공시간이 다를 수 있다.

경로 유연성을 가지는 job shop은 다음과 같은 특성을 가진다:

- N개의 job  $J_i(i=1, \dots, N)$
- M대의 기계  $m_j(j=1, \dots, M)$
- 각 job  $J_i$ 에 대한 가공계획은  $n_i$  공정들의 순서  $\sigma_i$ 로 주어진다. 즉, job  $J_i$ 의 j번째 공정( $j=1, \dots, n_i$ )은  $o_{ij}$ 로 정의된다.
- 각 공정  $o_{ij}$ 에 대해 공정을 수행 할 수 있는 기계의 집합  $\mathcal{S}_{ij}$ 이 주어진다.
- 공정  $o_{ij}$ 를 수행할 수 있는 각 기계  $m_l \in \mathcal{S}_{ij}$ 에 대하여 가공시간  $p_{lij}$ 이 주어진다. 가공시간은  $\mathcal{S}_{ij}$ 에 있는 모든 기계에 대해 같을 수도 있고 다를 수도 있다.

경로 유연성을 가지는 job shop 일정계획문제는 다음과 같이 구성된다.

- 각 공정  $o_{ij}$ 를 기계  $m_l \in \mathcal{S}_{ij}$ 에 할당을 하는 경로에 관한 문제
- 주어진 목적함수를 최소화하는 실행 가능한 스케줄을 얻기 위해서 각 기계에 할당된 공정들 순서를 정하는 일정계획 문제.

다양한 목적함수들은 job의 완료시간을 기초로 해서 개발될 수 있다. 일반적으로 가장 많이 사용하는 목적함수는 최대완료시간을 최소화하거나 가중치가 부여된 전체지연(total weighted tardiness)을 최소화하는 것이다.  $C_i$ 를 job  $J_i$ 의 완료시간이라고 하면

- 최대완료시간을 최소화인 목적함수는

$$\min \left( \max_{i=1, \dots, N} C_i \right)$$

- 가중치가 부여된 전체지연을 최소화하는 목적함수는

$$\min \sum_{i=1}^N v_i T_i$$

로 표현 할 수 있다.

여기서 지연  $T_i = \max\{0, C_i - d_i\}$ 는 납기일  $d_i$ 를 초과하는 완료시간의 양이고 가중치  $v_i$ 는 job의 우선순위를 나타낸다.

이런 목적함수들은 고려할 수 있는 다른 평가기준들에 대해서도 다를 수 있기 때문에 선택하였고 실제적으로 이러한 상황은 단일 목적의 기계가 여러 대 있는 경우와 한가지 형태의 공정보다 많은 다양한 형태의 공정들을 수행 할 수 있는 다목적(다중 도구를 갖춘)기계가 있는 경우를 들 수 있다. 다목적 기계인 경우는 FMS형태이기 때문에 여기서는 제외시킨다.

### 3. 유전 알고리즘

#### 3.1. 표현방법

유전 알고리즘을 구축하기 위한 첫 단계는 문제의 잠재해를 유전적 표현, 즉 개체로 표현하여야 한다. 이런 유전적 표현은 유전 알고리즘의 다른 절차(적응도 평가와 유전연산자 적용 등)에 영향을 주므로 문제의 특성을 잘 반영할 수 있어야 한다. 각 개체의 구성을 2가지의 유전자(A형, B형)로써 구성한다. A형은 공정계획을 위한 유전자이며, B형은 일정계획을 위한 유전자이다. 공정계획을 위한 유전자는 모든 공정들에 대한 심볼로 된 문자열로 정의한 것으로 구성한다. 즉 각 공정을 하나의 기호로 구성되며, 모든 기호들은 모든 공정으로 표현할 수 있다. 두 번째 유전자는 각 작업번호로써 구성된다.

A형은  $m_{jk}$ 를 가지는 주어진 공정 (j, k)이 일양난수  $r_{jk} \sim \mu(0,1)$ 을 연속적으로 발생시킴으로써 다음과 같은 관계를 이용함으로써 조사되어질 수 있다.

$r_{jk}$ 에 따른 (j, k)에 대해  
 선택된 대안 =  $\lceil r_{jk} \times m_{jk} \rceil$   
 $\lceil \cdot \rceil$ 는 올림연산자이다. 즉,  $\lceil 1.4 \rceil = 2$

모든 공정에 대한 가능한 대안의 탐색공간  $b = (b_l = r_{jk})_{1 \leq l \leq K}$ (K:공정 개수)로서 주어진 일양난수의 배열  $b$ 에 표현되어진다.

$$\lceil r_{jk} \times m_{jk} \rceil = \{3, 1, 1, 2\}$$

#### 3.2. 유전연산자

유전연산자에는 부모개체들의 좋은 유전형질을 자손개체에 유전시키는 역할을 하는 교차연산자(crossover)와 넓은 해 공간의 탐색을 도와주는 들

연변이(mutation)연산자로 구성되어있다.

### 3.2.1 교차연산자

교차연산자는 한 쌍(2개)의 부모개체를 교차율에 의해 선택한 후에 교차연산법칙에 의해 한 쌍의 자손집단을 생성하는 것이다. 본 연구에서 사용한 교차연산법칙은 순서교차를 사용하였다. 일반적으로 일점 교차나 2점 교차 방식을 사용할 경우

- ① 불능해,
- ② 존재하지 않는 해,
- ③ 인자들의 중복

이 발생할 수 있기 때문이다. 순서교차는 한 부모로부터 부분적인 순서를 받아들이고, 다른 부모로부터 각 원소의 상대적인 순서를 유지하여 받아들이는 교차방법이다.

### 3.2.2 돌연변이 연산자

돌연변이 연산자의 경우 돌연변이율에 의해 선별된 개체를 대상으로 돌연변이 연산자를 적용시킨다. 본 논문에서는 돌연변이 연산규칙을 두 부분으로 나누어서 시행한다. A형 부분의 경우 임의의  $k_1$  과  $k_2$  ( $1 \leq k_1, k_2 \leq K, K = \text{공정 개수}$ )를 생성하여, 그 곳에 속한 부분에  $\mu \sim (0,1)$ 을 발생시켜 교체한다. B형 부분은 Job 번호로 구성된 부분으로써 임의의 난수를 발생시켜 그 부분에 속하는 job 번호를 앞으로 위치시키는 방법을 사용하였다.

### 3.2.3 목적함수 및 선별

본 연구에서 사용하는 목적함수는  $\text{Min } Z=f(x)$ 로써,  $f(x)$ 는 각 개체로 표현된 스케줄에서의 최대 완료시간을 의미한다. 각 개체의 목적함수 값은 적응도와 밀접한 연관이 있으므로 선별시 중요하게 사용된다. GA에서의 선별은 적자생존의 자연법칙에 기초하여, 즉 환경에 대한 적응도에 의해 현 세대의 모집단으로부터 다음 세대에 생존할 개체를 선택하는 과정이다. 일반적인 선별방법에는 확률바퀴, 순위선별 그리고 토너먼트 선별 등이 있으며, 본 연구에서는 GA에서 가장 대표적인 확률바퀴방법을 사용하기 위해, 최대화문제에 적용되는 확률바퀴방법을 본 연구에서 사용하는 목적함수인 최소화 문제를 해결하기 위하여 가장 좋은 데이터부터 차례로 순위를 주어 그 순위에 따라 선별확률을 부여하는 순위선별을 사용한다. 개체들의 적응도 중 최대값(MAX), 최소값(MIN)을 주어 그 차를 모집단의 개체수로 나눈 등간격으로 개체의 적응도를 부과하는 방식을 사용한다.

### 3.3 유전 알고리즘의 적용과정

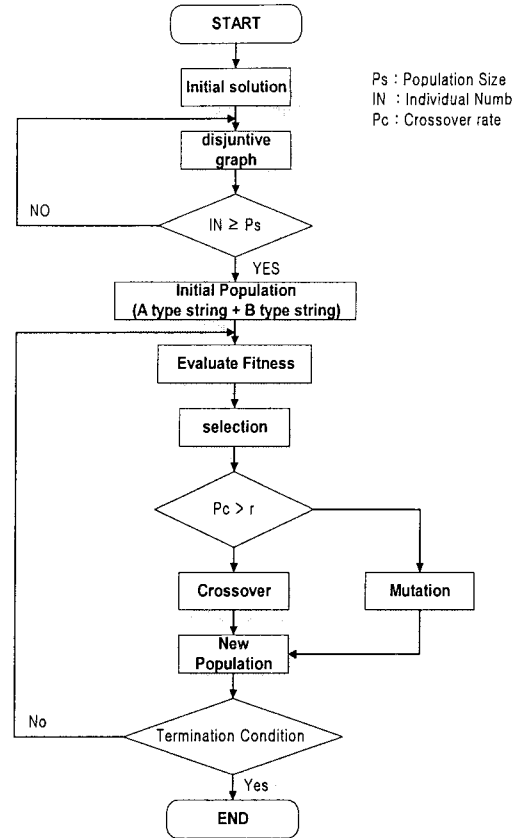


Fig.1 Genetic Algorithm 과정

## 4. 수치실험 및 결과

문제 특성상 벤치마크 문제가 없기 때문에 박지형[5]이 제시한 예제 문제인 부품 8개, 기계 3대인 경우와 이것을 변형한 예제를 가지고 실험을 하였으며, [Table1]에 나와있다.  $8 \times 3$ 의 경우는 각 Job에 대해 각 모든 기계(3대)의 기계가 작업을 할 수 있는 상황이며,  $5 \times 3$ 는 각 Job에 대해 모든 기계가 작업을 하지 않는 즉, 어떤 Job에 대해 할 수 없는 기계가 존재하는 경우를 표현하고 있다.

각 Case에 대해 모집단의 크기는 임의로 선정하였고, 교차율은 각각에 대해 적용한 것 중 가장 좋은 것을 선정( $8 \times 3$ 인 경우 Crossover rate = 0.7,  $5 \times 3$ 인 경우 Crossover rate = 0.8)하여 실험을 하였다. 실험결과를 비교하여 볼 때, 박지형이 제시한 연구에서 나온 실험결과(makespan=330)보다는 좋은 결과를 나타냈다.

[Table1] 변형된 예제

부품	job	기계1	기계2	기계3
A	1	21	30	21
	2	52		15
	3		15	8
B	1	20	14	15
	2	22		30
	3	31		
	4		22	51
C	1	13	15	20
	2	50	22	
	3	8	15	23
D	1	12		15
	2	5	10	10
E	1	32	15	22
	2	10	20	16
	3	18	5	8

위의 예제들을 실험한 결과는[Table 2]에서 볼 수 있다.

[Table2] 실험결과

Problem	POP Size	Crossover rate	makespan
8×3	200	0.7	260
5×3	200	0.8	70

## 5. 결론

경로의 유연성을 가지는 Job Shop 일정문제에 대해 본 연구에서는 Genetic Algorithm을 이용하여 박지영이 제시한 문제와 이것을 변형한 예(부품 8 개에 대해 사용할 수 있는 기계가 모두 3대씩 있는 경우와 부품 5개에 대해 각 부품에 대한 사용할 수 있는 기계가 동일하지 않는 경우)를 가지고 실험한 결과 각각에 대한 makespan은 8×3인 경우 260이 나왔고, 5×3의 경우 70이 나왔다. 이러한 결과를 토대로 좀 더 다양한 문제를 생성하여 실험을 할 예정이다.

## 참고문헌

- [1] Chung-yee Lee, "Performance comparison of some classes of flexible slow shops and job shops", International Journal of Flexible Manufacturing System, pp379-405,1998.
- [2] T.Paul Robert and I.Paul Theophilus, " Dynamic Job shop scheduling for flexible manufacturing : A heuristic approach", <http://image.lg.or.kr>, 1999.
- [3] Guoyong, "A genetic algorithm applied to sa

classic job-shop scheduling problem", International Journal fo System Sciece, pp25-32,1997.

[4] John B. Chambers and J.Wesley Barnes, "Reactive search for Flexible job shop scheduling", INFROMS, 1997.

[5] 박지형, "대체 공정 기능을 도입한 유전 알고리즘 응용 작업일정 계획", 한국 경영과학회 대한산업공학회 '97춘계공동학술대회, pp377-380,1997

[6] Hitoshi Tsubone and Mitsuyoshi Horikawa, "A comparison Between machine flexibility and routing flexibility", International journal of Flexible Manufacturing System, pp83-101,1999.

[7] Patrick Van Bael, " The Job shop problem solved with simple, basic evolutionary search elements", Genetic Algorithms and Classifier Systems, pp665-669,1999.