

## 내부점 방법을 이용한 다수상품문제 해법의 구현

임성묵\*, 설동렬\*\*, 박순달\*

\* 서울대학교 산업공학과, \*\* LG-EDS

### Abstract

다수상품문제(Multicommodity Network Flow Problem)는 대형의 생산계획, 분배·수송계획, 사업계획 등의 수리모형에서 자주 등장하는 형태의 문제이다. 이러한 다수상품문제는 대부분 많은 제약식과 많은 변수를 포함시키는 대형의 문제이며 일반적인 해법으로는 상당히 풀기 어려운 문제로 인식되어져 왔다. 다수상품문제는 최소비용문제의 형태를 가지는 네트워크 제약식과 부가제약식으로 이루어져 있다. 네트워크 제약식 부분은 현재 아주 효율적인 해법이 개발되어 있지만 부가제약식이 첨가됨으로써 다수상품문제는 어려운 문제가 된다. 따라서 다수상품문제 내에 내포되어 있는, 비교적 쉬운 네트워크 제약식 형태를 효과적으로 활용하여 전체 풀이 속도를 향상시키는 해법들이 많이 개발되어 있다.

본 연구에서는 Castro가 제안한 제약식 행렬 분할법을 사용하였다. 즉, 내부점 방법에서 풀어야 하는 정규방정식에서 사용되는  $A\Theta A^T$  형태의 행렬을 네트워크 제약식에 대응되는 부분과 부가 제약식에 대응되는 부분으로 나눈 후, 네트워크 제약식에 대응되는 부분은 출레스키 분해를 사용하고, 나머지 부분은 공액경사법을 사용하였다. 공액경사법을 적용할 때에는 효과적인 선조절자의 사용이 해법의 성능을 높이는 데 필수적인 역할을 한다.

내부점 방법에서 개선방향은 해법의 반복회수를 줄이는데 결정적인 작용을 하는데, Mehrotra의 예측자-수정자법이 많이 사용되고 있다. 예측자-수정자법에서는 한 회에 두 개의 선형방정식을 풀어야 하는데, 출레스키 분해를 사용하는 경우와는 달리 공액경사법의 경우에는 두배의 계산량이 소요되어 전체적인 해법 성능이 떨어지게 된다. 따라서 반복회수가 다소 늘어날지라도 일반적인 원쌍대 장벽법을 적용하는 것이 더 유리하였다. 또한, 공액경사법을 사용함으로써 발생하는 선형방정식 풀이의 부정확성으로 인해, 쌍대간격을 줄여가는 폭을 작게하는 것이 해법의 수렴성을 향상시켰다.

선형계획법에서 사전처리란 해법을 진행하기 전에 주어진 문제속에 내재된 중복성을 제거하는 방법으로, 문제의 크기를 줄여 해법의 성능을 향상시키고자하는 목적을 가지고 있다. 이러한 사전처리가 다수상품문제에서도 적용될 수 있는데, 선형계획법에서 적용되는 모든 사전처리를 적용할 수는 없었고, 네트워크 특성이 유지될 수 있는 방법만을 적용하였다. 이러한 사전처리의 적용은 문제의 크기를 10-30% 줄이는 효과를 가져왔다. 마지막으로 부가제약식의 특성을 활용하여 해법의 성능을 향상시킬 수 있었다. 부가제약식이 모든 호에 존재하지 않는다는 특성을 활용하여  $A\Theta A^T$ 와 다른 벡터와의 곱셈연산에 대한 계산량을 줄일 수 있었다.

대표적인 다수상품문제인 PDS(Patient Distribution System) 문제에 본 해법을 적용하여 실험하였는데, 출레스키 분해를 사용하는 일반적인 예측자-수정자 내부점 해법에 비해 2-5배정도의 성능향상을 얻을 수 있었다.

---

† 본 연구는 한국과학재단의 특정기초연구과제(과제번호 98-0200-07-01-2)의 지원을 받았음