

조기준비 및 제어정책을 고려한 $BMAP/G/1$ 대기행렬의 운영특성
Operational Characteric of the $BMAP/G/1$ Queues
with Early Set-up and Control Policy

No Ik Park, Ho Woo Lee
Department of Systems Management Engineering
Sung Kyun Kwan University

Abstract

본 연구에서는 조기준비 및 제어정책이 고려된 $BMAP/G/1$ 대기행렬 모형을 고려한다. 고객들은 집단 마코비안 도착과정(Batch Markovian Arrival Process, BMAP)에 의하여 도착하고 한명의 서어버가 선입선출방식(FIFO)에 따라 한 번에 한 명의 고객을 서비스 한다. 서비스 시간은 일반분포(general distribution)의 형태를 따르며 시스템 내에 고객이 존재하는 한 서비스를 계속한다(완전서비스; exhaustive service). 시스템 내에 더 이상 서비스할 고객이 없는 경우 서어버는 시스템 내에 고객수가 m 명 이상이 될 때까지 유희상태(build-up period)를 갖고 대기고객이 m 명 이상이 되면 준비기간(set-up period)을 갖는다. 준비기간이 끝난 후 대기고객수가 N 명 이상이면 즉시 서비스를 제공하고 N 명 미만이면 N 명 이상이 될 때까지 휴지기간(stand-bu period)을 갖는다.

마코비안 도착과정을 고려한 대부분의 연구에서는 행렬분석법(matrix-analytic method)이 이용되었다. 그러나, 행렬분석법은 무한한 값을 갖는 확률변수를 하나 이상 사용할 수 없어 시스템을 동적으로 묘사할 수 없다. 따라서, 다양한 대기행렬시스템의 분석에 이용될 수 없다는 한계를 갖고 있다. 또한, 행렬분석법은 계산의 효율성에 중점을 두어 연구가들로 하여금 시스템의 특성을 이해하기 어렵게 한다는 단점을 갖고 있다.

본 연구에서는 부가변수법(supplementary variable method)을 이용하여 시스템을 분석한다. 부가변수법의 장점으로서는 하나의 틀 안에서 직접 임의시점에서의 고객수 확률 및 대기시간, 부하량(unfinished work)등의 분포를 구할 수 있다는 것이다.

본 연구의 목적은 다음과 같다.

- 1) 부가변수법을 이용하여 임의시점과 이탈시점에서의 고객수 분포를 유도하고 마코

비안 도착과정을 고려한 대기행렬시스템의 새로운 분석의 틀을 제공한다.

- 2) 행렬분석법을 이용한 기존의 연구들에서 찾아보기 힘든 고객수 분포의 확률적 분해성질(probabilistic decomposition property)을 밝혀 시스템의 운영특성을 분석한다.
- 3) 대기시간의 분포 및 평균고객수, 평균대기시간등의 성능척도들을 구한다.

제어정책이 고려되지 않은 *BMAP/G/1* 대기행렬시스템의 임의시점 고객수와 이탈시점 고객수는 다음과 같이 표현된다.

$$P(z) = q(z-1)S^*(-D(z))[zI - S^*(-D(z))]^{-1}$$

$$X(z) = \frac{1}{\lambda} qD(z)S^*(-D(z))[zI - S^*(-D(z))]^{-1}$$

본 연구에서 고려된 대기행렬 시스템의 임의시점 고객수와 이탈시점 고객수는 다음과 같이 표현된다.

$$P(z) = (1-\rho) \left\{ \delta_{bu} \sum_{n=0}^{m-1} \Psi_n^{BU} z^n + \delta_{su} \mathbf{x} Y_m^B(z) Y^+(z) + \delta_{sb} \sum_{n=m}^{N-1} \Psi_n^{SB} z^n \right\} \cdot (z-1)S^*(-D(z))[zI - S^*(-D(z))]^{-1}$$

$$X(z) = \frac{1}{\lambda} (1-\rho) \left\{ \delta_{bu} \sum_{n=0}^{m-1} \Psi_n^{BU} z^n + \delta_{su} \mathbf{x} Y_m^B(z) Y^+(z) + \delta_{sb} \sum_{n=m}^{N-1} \Psi_n^{SB} z^n \right\} \cdot D(z)S^*(-D(z))[zI - S^*(-D(z))]^{-1}$$

위의 결과로부터 제어정책이 고려된 대기행렬시스템의 고객수는 제어정책이 고려되지 않은 시스템에서의 유희상태 확률벡터 q 가 다른항으로 바뀜으로써 표현될 수 있음을 알 수 있다. 또한, 이 결과로부터 서버가 서비스를 제공하지 않는 상태의 임의시점에서의 고객수는 서버가 유희상태에 있을 때 임의시점 고객수, 서버가 준비기간에 있을 때 임의시점 고객수, 서버가 휴지기간에 있을 때 임의시점 고객수로 분해됨을 알 수 있다.