

# 올패스 IIR 필터를 사용한 폴리페이즈 필터에 관한 연구

김 승 영\*, 김 남 호\*

\*부경대학교 공과대학 전기제어계측공학부

## A Study on the Polyphase Filter using the All-Pass IIR Filter

Seung-Young Kim\*, Nam-Ho Kim\*

\*School of Electrical, Control and Instrumentation Eng., Pukyung National Univ.

### ABSTRACT

In this paper, the polyphase filter which has good ripple characteristic in the passband is proposed. This filter consists of the digital all-pass filter of parallel structure and it is the half-band filter with all zeros in unit circle. To approach easily in designing hardware, we determined the coefficients to the 16bit 1.15 format. To evaluate the performance of this filter, we analyzed the phase characteristic in each branch and simulated each filter with small coefficients. From the result, we have got to good ripple characteristic and also analyzed the fifth and the seventh, and compared them with four part : ripple, group delay, transition bandwidth, stopband attenuation.

### I. 서 론

오늘날 산업사회의 발전에 따라 신호처리 분야에 디지털 필터의 사용이 급격히 증가하고 있다. 생체 신호분석(biomedical signal analysis), 음성 합성과 인식(speech synthesis and recognition), 지진파 해석(seismic wave analysis), 의용 공학(biomedical engineering), 특히 에코 제거(echo canceller), 모뎀(modem), 적응 등화기(adaptive equalizer), 화상 회의(video conference)시스템 등의 통신 분야에 많이 사용되고 있다.

디지털 신호처리를 하기 위해서는 AD 변환기와

DA 변환기가 필수적이다. 현재 연구된 ADC의 변환기법은 크게 nyquist rate, oversampling으로 나누며, oversampling에는 sigma-delta ADC가 있다[1]. sigma-delta ADC는 저주파 오디오 신호에 사용되며, 높은 분해능을 가질 수 있고, 분해능에 직결되는 신호대 잡음비가 우수하다. sigma-delta ADC는 크게 변조기와 디지털 필터로 구성되어 있으며, 변조기에서 oversampling을 하면, 양자화 잡음이 많이 발생하고, 이것은 디지털 필터에 의해 제거될 수 있다. 선형 위상 FIR 필터로 설계한다면 가능하지만, 많은 양의 하드웨어 부담이 발생하는 단점이 생긴다.

따라서, 본 연구에서는 통과대역에서 우수한 리플 특성을 갖는 폴리페이즈(polyphase)필터를 설계하였다. 이 필터는 병렬구조의 디지털 올패스(all-pass) IIR 필터로 구성되어 있고, 단위원상에 모든 영점을 가진 반대역 필터이며, 하드웨어 구현시 보다 쉽게 접근하기 위해, 16 비트 1.15 형식의 고정 소숫점(fixed-point)으로 계수를 정하였다. 그리고 설계된 필터를 입증하기 위해 2, 3개의 계수를 가진 5, 7차 폴리페이즈 필터의 통과대역과 저지대역의 특성, 진폭 특성, 위상 특성, 군지연 특성, 천이대역폭과 저지대역 감쇠 특성을 또한 비교 분석하였다.

### II. 5차 폴리페이즈 필터

5차 폴리페이즈 필터는 재귀형 구조를 가진 올패스 필터 2개를 사용하여 그림 1과 같은 병렬 구조로 구성된다. 올패스 필터의 차수와 계수에

관계없이 필터는 dc ( $z = 1$ )에서 이득은 1이고, 나이퀴스트 주파수( $z = -1$ )에서는 이득이 0이며, 반 나이퀴스트 주파수( $z = j$ )에서는 이득이 약 0.707까지 내려간다[2]. 계수  $a$ 와  $b$ 의 5차 폴리페이저 필터의 전달함수는 식 (1)과 같다.

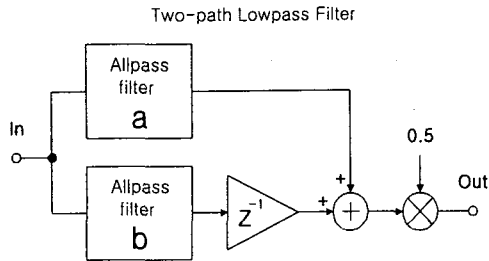


Fig. 1. The fifth-order polyphase filter.

$$H(z) = 0.5 \left[ \frac{a+z^{-2}}{1+az^{-2}} + z^{-1} \frac{b+z^{-2}}{1+bz^{-2}} \right] \quad (1)$$

주어진 특성에 맞는 계수  $a$ 와  $b$ 의 값을 찾기 위해 두가지 방법을 제시하였다. 첫 번째는 단위원의 좌반평면 선상에 3개의 고정된 영점과 단위원을 따라 움직이는 1쌍의 공액인 영점의 경우와 전달함수의 분자와 비교하면, 식(2)와 같다.

$$b = \frac{5a+1}{3-a} \quad (2)$$

두 번째는 1개의 고정된 영점과 단위원을 따라 움직이는 이중 공액인 영점의 경우와 비교하면, 식(3)과 같다.

$$b = [a(2a-1) - 2(a-1)\sqrt{a(a+1)}], \quad a \in [0, 1] \quad (3)$$

### III. 7차 폴리페이저 필터

7차 폴리페이저 필터는 재귀형 구조의 올패스 IIR 필터 3개를 사용하여 그림 2와 같이 직·병렬 구조로 구성하였다. 7차 폴리페이저 필터의 전달함수는 식 (4)와 같다.

$$H(z) = 0.5 \left[ \frac{(a_0+z^{-2})(a_1+z^{-2})}{(1+a_0z^{-2})(1+a_1z^{-2})} + z^{-1} \frac{(b_0+z^{-2})}{(1+b_0z^{-2})} \right] \quad (4)$$

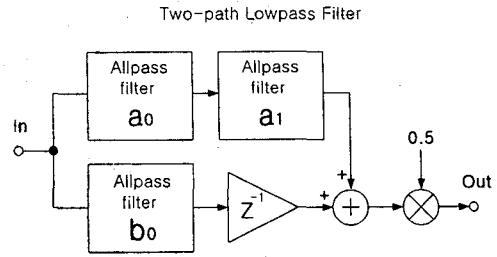


Fig. 2. The seventh-order polyphase filter.

같은 차수에 대해서 높은 저지대역 감쇠를 얻기 위한 조건은 넓은 천이대역폭이다. 반대로 좁은 천이대역폭을 가지기 위해서는 필터의 차수를 증가시키면 가능하다[3]. 영점의 위치를 알기 위해서 5차인 경우에 제시한 방법을 이용하여 식 (4)의 분자와 비교하면, 식 (5), (6), (7)과 같다.

$$\frac{b_0}{a_0 a_1} = 5 - 2m \quad (5)$$

$$\frac{1}{a_0} + \frac{1}{a_1} + b_0 = 11 - 10m \quad (6)$$

$$\left[ \frac{1}{a_0} + \frac{1}{a_1} \right] b_0 + \frac{1}{a_0 a_1} = 15 - 20m \quad (7)$$

### IV. 시뮬레이션 및 결과

통과대역에서의 우수한 리플 특성과 저지대역의 감쇠 특성을 증가시키기 위해 각각의 branch 상에서 위상을 비교 분석하였고, 5차, 7차 폴리페이저 필터를 표 1, 2와 같이 영역내의 계수 값을 설정하여 시뮬레이션하였다.

Table 1. The coefficient of fifth-order filter.

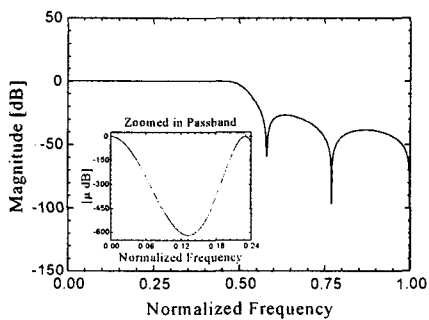
	Case I	Case II
$a$	0.25	0.125
$b$	0.75	0.5625

Table 2. The coefficient of seventh-order filter.

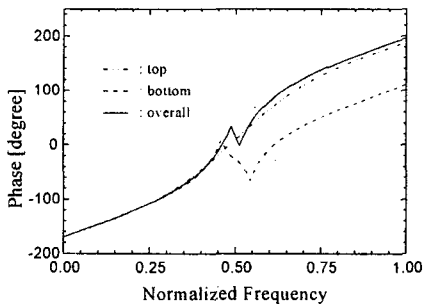
	Case III	Case IV
$a_0$	0.12841796875000	0.06271362304688
$a_1$	0.79061889648438	0.66580200195313
$b_0$	0.429443359375005	0.26370239257813

그림 3, 4는 각각 계수가 Case I, Case II인 5차 폴리페이즈 필터들의 특성을 나타낸 그림이고, (a)는 진폭 특성과 통과대역 리플 특성, (b)는 위상 특성을 나타낸 결과이다.

5차 폴리페이즈 필터의 경우에서 Case II인 경우에는 통과대역과 저지대역 특성이 우수하지만, 천이대역 특성은 다소 나쁘고, Case I인 경우에는 저지대역의 감쇠 특성은 다소 나쁘지만, 천이대역 특성은 우수하다.

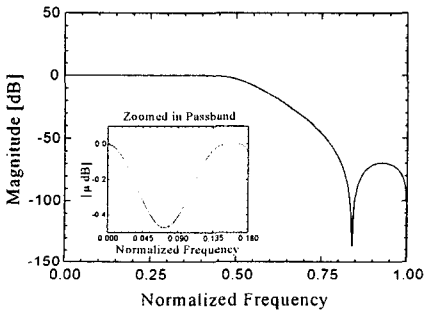


(a) The magnitude response

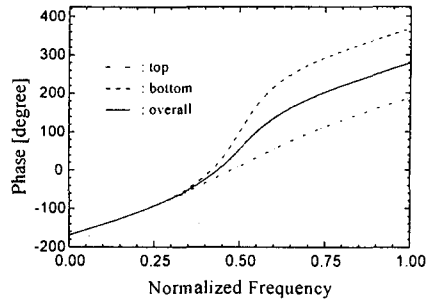


(b) The phase response

Fig. 3. The filter characteristic in Case I.



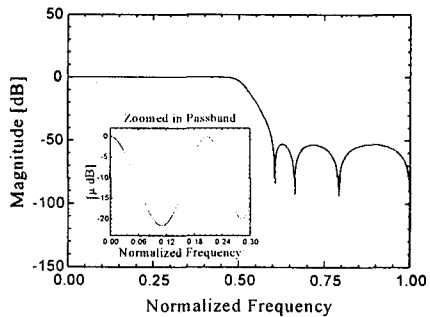
(a) The magnitude response



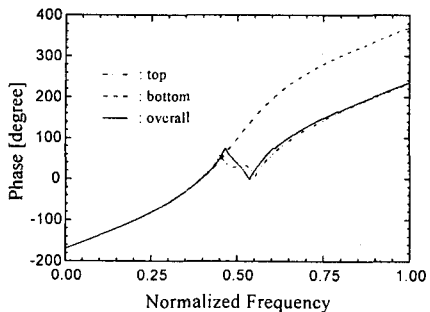
(b) The phase response

Fig. 4. The filter characteristic in Case II.

그림 5, 6은 각각 계수가 Case III, Case IV인 7차 폴리페이즈 필터들의 특성을 나타낸 그림이며, Case IV인 경우에는 통과대역과 저지대역 특성이 우수하지만, 천이대역 특성은 나쁘고, Case III인 경우에는 저지대역 감쇠 특성은 나쁘지만, 천이대역 특성은 우수하다

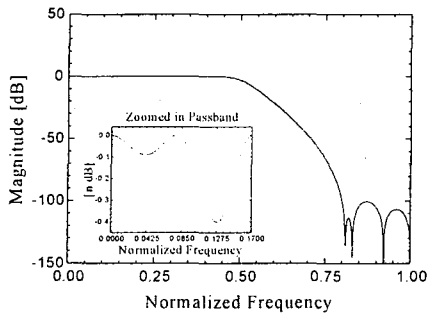


(a) The magnitude response

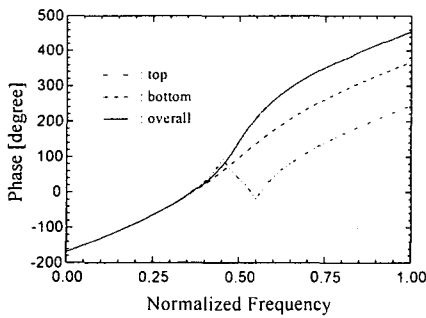


(b) The phase response

Fig. 5. The filter characteristic in Case III.



(a) The magnitude response



(b) The phase response

Fig. 6. The filter characteristic in Case IV.

표 3, 4는 5차, 7차 폴리페이즈 필터의 통과대역 내에서의 리플 값, 차단 주파수에서의 군지연, 천이대역폭, 저지대역 감쇠비 관계를 나타내고 있다.

Table 3. The ripple and the group-delay.

	the ripple in passband ( $\mu$ dB)	group-delay (samples)
Case I	617	9
Case II	0.47	5
Case III	21	13
Case IV	0.0004	8

Table 4. The comparison of transition bandwidth and stopband attenuation.

	천이대역폭(Hz)	저지대역 감쇠(dB)
Case I	0.06576884987475	-26.75449587304400
Case II	0.30624991127891	-69.65623303680695
Case III	0.09993281525481	-52.99196142518000
Case IV	0.30609916428787	-111.7505444026140

## V. 결론

본 연구에서는 통과대역에서 우수한 리플 특성을 갖는 폴리페이즈 필터를 설계하였다. 이 필터는 병렬구조의 올패스 IIR 필터로 구성되어 있고, 단위원상에 모든 영점을 가진 반대역 필터이다. 하드웨어 구현시 보다 쉽게 접근하기 위해, 필터의 계수를 16 비트 1.15 형식의 고정 소숫점으로 정하였다. 그리고 2, 3개의 계수를 가진 5차, 7차 폴리페이즈 필터의 성능을 입증하기 위해, 각각의 branch상에서의 위상 특성을 비교 분석하였고, 통과대역과 저지대역의 특성, 진폭 특성, 위상 특성, 군지연 특성 등을 시뮬레이션하였다 [4][5]. 그 결과, 5차에서는 Case I 인 경우와 7차에서는 Case IV인 경우에 통과대역에서 아주 우수한 리플 특성을 얻었다. 따라서 이 필터는 신호처리 분야, 각종 통신 시스템 등에 유용하게 사용되리라 생각된다.

## VI. 참고문헌

- [1] Aziz PM, Sorensen HV, Vanderspiegel, "An overview of Sigma-Delta Converters", IEEE Signal Processing Magazine, V.13 N.1, 61-84, 1996.
- [2] Kale I, R. C. S. Morling, A. Krukowski, D. Devine, "Architectural Design Simulation and Silicon Implementation of a Very High Fidelity Decimation Filter for Sigma-Delta Data Converters", accepted for presentation at IMTC/94, Hamamatsu, Japan, April 1994.
- [3] Valenzuela, R. A. and A. G. Constantinides, "Digital Signal Processing Schemes for Efficient Interpolation and Decimation", IEE Processing, vol. 130, Part G, no. 6, pp. 225-235, December, 1983.
- [4] 김승영, 김남호, "마이크로 리플특성을 갖는 폴리페이즈 필터에 관한 연구", 대한전자공학회 · 한국통신학회 추계 종합학술대회 논문집 pp.110-115, 1999. 12.
- [5] 김승영, 배상범, 강부경, 김남호, "반대역 LPF 특성을 갖는 폴리페이즈 필터에 관한 연구", 대한전자공학회 · 한국통신학회 추계종합학술대회 논문집 pp.68-72, 2000. 6.