

파라미터 불확실성을 가지는 이산 시간지연 시스템에 대한 견실 H_∞ 제어

Robust H_∞ Control for Discrete Time-delay Linear Systems with Frobenius Norm-bounded Uncertainties

김기태, 이형호*, 이상경**, 박홍배*

* 경북대학교 전자전기공학부(Tel: 82-053-940-8648; Fax: 82-053-940-8548; E-mail: ktkim@palgong.knu.ac.kr)

** 두원공과대학 공장자동화과(Tel: 82-031-670-7266; Fax: 82-031-670-7269; E-mail: leesk@doowon.ac.kr)

Abstract : In this paper, we proposed the problems of robust stability and robust H_∞ control of discrete time-delay linear systems with Frobenius norm-bounded uncertainties. The existence condition and the design method of robust H_∞ state feedback controller are given. Through some changes of variables and Schur complement, the obtained sufficient condition can be rewritten as an LMI(linear matrix inequality) form in terms of all variables.

Keywords : discrete linear system, time-delay, Frobenius norm, robust H_∞ control, LMI

1. 서론

시간지연은 화학 공정, 압연 시스템 등과 같은 다양한 공정 시스템에 존재하며 시스템의 안정성에 나쁜 영향을 끼치므로 이에 대한 많은 연구가 이루어지고 있다[5, 7-9].

최근에는 파라미터 불확실성 이산 시스템에 대한 견실 H_∞ 제어 설계문제가 많이 다루어지고 있다[4, 7, 10]. 즉, 이산 시스템에 대한 견실 안정성과 견실 H_∞ 성능을 고려하는 문제를 많이 연구하고 있다. 특히, 파라미터 불확실성을 Frobenius 노음으로 정의하는 연구도 이루어지고 있다[1, 6].

상태에 시간지연을 가지는 파라미터 불확실성 시스템에 대한 제어기 설계문제가 많이 연구되었으며 시스템의 안정성을 보이기 위해 ARE(algebraic Riccati equation)나 LMI(linear matrix inequality)를 이용하고 있다[9].

LMI는 제어 시스템의 해석 및 설계 문제에서의 접근 방법의 하나로서 확립되어 왔다. 이는 해석적인 해를 가지지 않는 제어 문제에도 적용할 수 있으며 문제를 풀기 위한 효과적인 불특적화 알고리듬(convex optimization algorithm)이 존재한다[2].

따라서, 본 논문에서는 파라미터 불확실성을 가지는 이산 시간지연 시스템에 대한 견실 H_∞ 제어 문제를 다룬다. Frobenius 노음으로 정의된 파라미터 불확실성과 상태에 시불변 시간 지연을 가지는 이산 시스템에 대하여 견실 안정성과 H_∞ 노음 한계값 γ 를 만족함을 보이고, 주어진 이산 시간지연 시스템에 대한 견실 H_∞ 제어기가 존재할 충분조건과 제어기 설계 알고리듬을 제시한다. 또한, 변수치환과 Schur 여수(complement) 정리를 이용하여 구하여진 충분조건이 LMI 형태가 됨을 확인한다. 끝으로 예제를 통하여 제시한 결과의 타당성을 보인다.

2. 시스템의 안정화

상태에 시간지연을 가지는 파라미터 불확실성 이산 시스템은

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \hat{A}(k)x(k) + \hat{A}_d(k)x(k-d) + \hat{B}(k)w(t) \\ z(k) &= \hat{C}(k)x(k) + \hat{C}_d(k)x(k-d) + \hat{D}(k)w(t) \\ x(k) &= 0, \quad k \leq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

로 표현한다. 여기서, $x(k) \in R^n$ 은 상태, $w(k) \in R^s$ 는 $L_2[0, \infty)$ 에 속하는 외부입력을 나타낸다. $z(k) \in R^p$ 는 제어될 출력을 나타내고 시간지연 $d \in R$ 는

$$0 \leq d < \infty \quad (2)$$

를 만족하는 시불변 시간지연이다.

시스템 (1)의 시스템 행렬에 대한 표현은

$$\begin{aligned} \hat{A}(k) &= A + H_1 F(k) E_x = A + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s H_{1i} F_{ij}(k) E_{xj}, \\ \hat{A}_d(k) &= A_d + H_1 F(k) E_d = A_d + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s H_{1i} F_{ij}(k) E_{dj}, \\ \hat{B}(k) &= B + H_1 F(k) E_w = B + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s H_{1i} F_{ij}(k) E_{wj}, \\ \hat{C}(k) &= C + H_2 F(k) E_x = C + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s H_{2i} F_{ij}(k) E_{xj}, \\ \hat{C}_d(k) &= C_d + H_2 F(k) E_d = C_d + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s H_{2i} F_{ij}(k) E_{dj}, \\ \hat{D}(k) &= D + H_2 F(k) E_w = D + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s H_{2i} F_{ij}(k) E_{wj}, \end{aligned} \quad (3)$$

과 같이 공칭 행렬과 불확실성 행렬로 나누어지고 식 (3)에서 A, A_d, B, C, C_d, D 는 공칭 시스템에 대한 상수 행렬이고 불확실성 행렬은

$$\begin{aligned} H_1 &= [H_{11} \quad H_{12} \quad \cdots \quad H_{1s}], \quad i=1, 2 \\ E_i &= [E_i^T \quad E_d^T \quad \cdots \quad E_w^T]^T, \quad i=x, d, w \end{aligned} \quad (4)$$

와 같은 상수 행렬과

$$F(k) = \begin{bmatrix} F_{11}(k) & F_{12}(k) & \cdots & F_{1s}(k) \\ F_{21}(k) & F_{22}(k) & \cdots & F_{2s}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{r1}(k) & F_{r2}(k) & \cdots & F_{rs}(k) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s \|F_{ij}(k)\|^2 \leq 1, \quad \forall k \quad (6)$$

을 만족하는 미지의 시변 행렬로 이루어진다. 여기서 표기의 간