

# 근사 관측기 형태를 이용한 비선형 시스템의 관측기

## Observer for Nonlinear Systems Using Approximate Observer Form

이 성 려, 신 현 석, 박 민 용

연세대학교 전기·컴퓨터공학과

(Tel : 82-2-361-2868; Fax : 82-2-312-2333 ; E-mail: srlee@yeics.yonsei.ac.kr)

**Abstract :** This paper presents an observer for nonlinear systems using approximate observer form. It is shown that if a nonlinear system is approximately error linearizable, then there exists a local nonlinear observer whose estimation error converges exponentially to zero. Since the proposed method relaxes strong geometric conditions of previous works, it improves the existing results for a nonlinear observer design. Finally, some examples are given to show the effectiveness of this scheme.

**Keywords :**nonlinear observer, approximate observer form, nonlinear systems

### 1. 서 론

지난 20년동안, 비선형제어에서 미분기하학의 도입은 이 분야의 연구에 획기적인 발전을 이루하였다. 그 동안 대부분의 연구는 상태피드백제어에 대해 주로 이루어져 왔다. 그러나, 실제 대부분의 시스템에서는 모든 상태를 측정할 수 없기 때문에 관측기에 대한 연구가 필수적이다. 이 분야의 연구로서, Krener[3]는 오차선형화기법을 이용하여 선형 오차다이나믹스를 갖는 비선형 관측기를 설계할 수 있음을 보였다. 또한, Marino[5]는 불확실한 파라미터가 존재하는 경우에 대한 적용관측기에 대한 연구를 수행하였다. 이들 연구는 주로 강한 기하학적인 조건을 필요로 하기 때문에 실제 시스템에 적용하기가 어려운 단점이 있다. 최근 들어 이러한 단점을 극복하기 위해 주로 대수적인 방법을 이용하여 접근하는 기법들이 제안되고 있다. Gauthier[2]는 리아푸노프 방정식을 이용하여 결정되는 이득을 갖는 비선형 관측기를 제안하였다. Ciccarella[1]는 이전의 연구보다 완화된 제약조건하에서 대수적인 방법을 이용하여 지수적 수렴성을 보장하는 Luenberger형태의 비선형 관측기를 제시하였다. 가장 최근의 주요 연구로서, K.Nam[7]은 기존의 비선형 관측기 형태를 근사화하여 완화된 제약 조건을 유도하였고 이에 기반한 근사 관측기를 제안하였다. N.Jo[4]는 근사피드백 선형화에 기반하여 Ciccarella의 연구결과를 확장시켰다.

본 논문에서는 K.Nam이 제시한 근사 관측기형태에 기반한 Luenberger형태의 비선형 관측기를 제안한다. 이것은 기존의 기하학적 조건을 완화함과 동시에 대수적인 방정식의 해를 구함으로써 비선형 좌표변환을 쉽게 유도할 수 있다는 장점을 가진다. 또한, 비선형 고차 항에 대한 대수적 가정을

이용하여 로컬한 영역에서 추정오차가 주어진 임의의 속도로 지수 함수적으로 수렴함을 증명한다. 또한 시뮬레이션 예제를 통해 본 논문의 타당성을 입증하고 기존의 연구결과를 확장하고 있음을 확인한다.

### 2. 기존의 연구결과

본 논문에서는 다음과 같은 단일입출력 비선형 시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x)\end{aligned}\quad (2.1)$$

위 식에서  $x \in R^n$ ,  $u \in R$ ,  $h : R^n \rightarrow R$ 이고  $f$  와  $g$  는 충분히 미분 가능한 벡터필드이다.  $x_e$ 는  $f$ 의 평형점을 나타내고  $h(x_e) = 0$ 라고 가정한다. 본 절에서는 논문의 주요결과를 증명하기 위해 필요한 기존의 연구결과를 소개한다.

**정의2.1[7]:** 비선형 시스템(2.1)을 근사 관측기형태 (2.2)로 변환시키는 로컬한 디퍼모파즈  $\Phi : U_{x_e} \rightarrow V_0$ ,  $z = \Phi(x)$ 이 존재한다면 시스템을  $m$ 차까지 근사선형화 가능하다고 정의 한다.

$$\begin{aligned}\dot{z} &= Az + q_a^m(y) + q_b^{m-1}(y)u + O_u^m(z) \\ y &= Cz\end{aligned}\quad (2.2)$$

여기서  $a_i, b_i \in R^n$ 에 대하여  $q_a^m(y) = a_1y + \dots + a_my^m$ ,  $q_b^{m-1}(y) = b_0y + \dots + b_{m-1}y^{m-1}$ ,  $O_u^m(z) = O^{m+1}(z) + O^m(z)u$  으로 정의된다. 행렬  $A, C$  는 다음과 같다.